$\gg 1$ (в случае узкополосного сигнала это условие можно заменить соотношением $k_0 d \gg 1$), пользуясь асимптотикой функции Бесселя находим из (4)

$$\rho_\Omega(d) \simeq \frac{1}{\pi k_0 d}\left\{\cos[Q_2 k_0 d] + \sin[2k_0 d]\frac{\sin[(Q_1-Q_2)k_0 d]}{(Q_1-Q_2)k_0 d}\right\}. \quad (6)$$

В совокупности соотношения (5) и (6) полностью описывают пространственную корреляцию в случае весьма узкополосных сигналов, для которых области применимости этих соотношений перекрываются.

Пример расчета пространственной корреляции флуктуаций интенсивности узкополосного шума согласно соотношению (4) приведен на фиг. 2, *а*, *б* соответственно для малых и больших значений d/λ_0, где λ_0 – длина несущей волны. Как показывает анализ и следует из приведенных зависимостей, пространственная корреляция поля волны модуляции содержит два характерных масштаба изменения: сначала проявляется пространственный масштаб $l \sim \lambda_0$, соответствующий длине несущей волны, затем по мере роста параметров $(Q_1-Q_2)k_0 d$ и $Q_2 k_0 d$ осцилляции с масштабом l затухают и проявляется другой пространственный масштаб изменения, $L \sim \lambda_M$, где $\lambda_M = 2\pi c/\Omega$ – длина волны модуляции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Урик Р. Дж.* Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978.
2. *Крон Б., Шерман Ч.* Функции пространственной корреляции для различных моделей шума // Некоторые проблемы обнаружения сигнала, маскируемого флуктуационной помехой. М.: Сов. радио, 1965.
3. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.

Поступило в редакцию
16.IX.1987

УДК 532.528

КОАГУЛЯЦИОННО-ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ АНСАМБЛЯ ГАЗОВЫХ КАВИТАЦИОННЫХ ЗАРОДЫШЕЙ

Макаров В. К., Чулкова Н. В.

По данным акустических измерений [1], относительная объемная концентрация свободного воздуха, находящегося в длительно отстоявшейся воде внутри газовых пузырьков, $\beta < 10^{-10}$. Согласно работам [2–4], для таких образцов дистиллированной и водопроводной воды $\beta \sim 10^{-8}$–10^{-5}. Причины такого разногласия результатов связаны с наличием на поверхности пузырьков адсорбированных пленок, в результате чего акустические методы не позволяют обнаружить пузырьки радиусом $R < 10^{-6}$ м [5, 6].

В настоящем сообщении рассмотрена коагуляционно-диффузионная модель ансамбля газовых кавитационных зародышей, позволяющая объяснить повышенную концентрацию свободного воздуха в воде, причины его стабилизации, а также связь порога акустической кавитации воды с определяющими физико-химическими параметрами.

Молекулы газа в молекулярном растворе в воде гидрофобны и в результате коагуляции образуют пузырьки [7]. Коагуляционный массопоток на средний по ансамблю пузырек [4] без учета его движения

$$I_к = 4kTn_0 m_0/(3\mu) = 4kTc/(3\mu), \quad (1)$$

где n_0 и m_0 – экземплярная концентрация и масса молекул газа соответственно, c – массовая концентрация газа в воде, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, μ – коэффициент динамической вязкости воды.

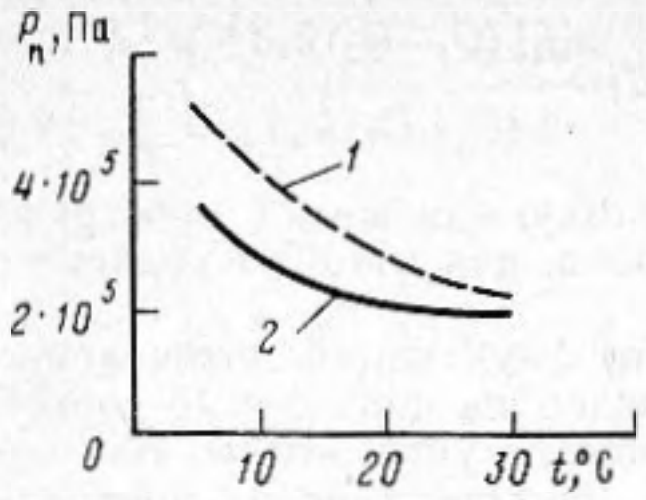
Под действием такого потока уже за время $t = 2 \cdot 10^{-2}$ концентрация свободного воздуха достигает величины $\beta \simeq 10^{-5}$, что позволяет объяснить повышенное свободное воздухосодержание воды.

Процесс роста пузырьков замедляется отрицательным диффузионным массопотоком на пузырек, ослабленным пленкой, которая адсорбирована его поверхностью [4]:

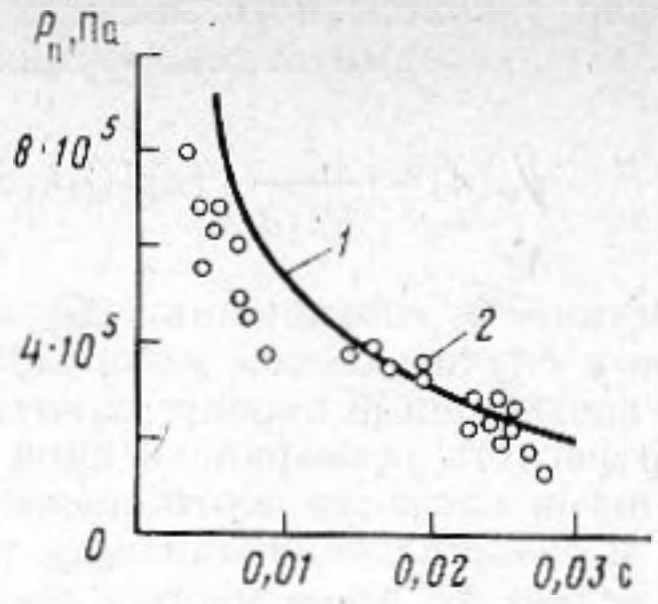
$$I_д = 4\pi A R^2[c - c_0(1 + 2\sigma/(RP_0))], \quad (2)$$

где A – эмпирически определяемая величина, характеризующая диффузионную проницаемость адсорбционного слоя на поверхности пузырька (для дистиллированной воды $A \simeq 10^{-6}$ м/с), c_0 – равновесная концентрация газа в жидкости, σ – коэффициент поверхностного натяжения, P_0 – гидростатическое давление при нормальных условиях.

Рост пузырьков под действием суммарного массопотока прекратится, когда они достигнут стабильного радиуса $R_{ст}$, определяемого условием $I_к + I_д = 0$, из которого



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость кавитационного порога $P_п$ от температуры: *1* – расчет, *2* – эксперимент [9]

Фиг. 2. Зависимость кавитационного порога $P_п$ от концентрации воздуха в воде, *c*: *1* – теория, *2* – эксперимент [10]

с учетом выражений (1), (2) получаем уравнение

$$\pi A(c-c_0)R_{ст}^2-2\pi A\sigma c_0R_{ст}/P_0+kTc/(3\mu)=0. \qquad (3)$$

Здесь величина $R_{ст}$ представляет собой максимальный радиус ансамбля стабильных газовых зародышей.

Решая уравнение (3) относительно $R_{ст}$ и отбросив один из корней как лишенный физического смысла, можно получить зависимость $R_{ст}$ от гидростатического давления, температуры и газосодержания воды. В частности, для воды, насыщенной воздухом при атмосферном давлении и температуре 20° С, $R_{ст}=kTP_0/(6\pi A\mu\sigma)\simeq3\cdot10^{-7}$ м.

Если в процессе измерения температуры воды от T_1 до T_2 ее газосодержание $c=c_{01}=\text{const}$ (где c_{01} – равновесная концентрация газа при температуре T_1), то выражение для $R_{ст}$ имеет вид

$$R_{ст}=\frac{\sigma_2\left(1-\sqrt{1-\dfrac{kT_2(c_{01}/c_{02})P_0^2[(c_{01}/c_{02})-1]}{3A\pi\mu_2\sigma_2}}\right)}{P_0(c_{01}/c_{02}-1)}, \qquad (4)$$

где индекс 2 относится к температуре T_2.

Используя связь радиуса зародыша с величиной порогового давления кавитации $P_п$ [8] и выражение (4), получим теоретическую зависимость величины $P_п$ от температуры при охлаждении воды от начального значения температуры 30° С, представленную на фиг. 1. Наблюдается качественное согласие с экспериментальными данными, полученными в работе [9] в аналогичных условиях.

Связь максимального стабильного радиуса зародышей с концентрацией воздуха в воде описывается выражением

$$R_{ст}=\frac{\sigma\left(1-\sqrt{1-\dfrac{kTP_0^2(c/c_0-1)(c/c_0)}{3A\pi\mu\sigma^2}}\right)}{P_0(c/c_0-1)}.$$

Соответствующая зависимость кавитационного порога, представленная на фиг. 2, хорошо согласуется с экспериментальными результатами работы [10].

Наконец, зависимость $R_{ст}$ от повышенного гидростатического давления P при неизменном газосодержании имеет вид

$$R_{ст}=\frac{\sigma\left(1-\sqrt{1-\dfrac{kTP_0^2(1-P/P_0)}{3A\pi\mu\sigma^2}}\right)}{P_0(1-P/P_0)}.$$

Расчет по этому выражению показал, что опрессовка воды давлением $P=14\cdot10^7$ Па повышает ее кавитационный порог до величины $P_п=25\cdot10^5$ Па, которая близка к экспериментальным результатам работы [11].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаврилов Л. Р.* Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения // Физические основы ультразвуковой технологии/Под ред. Розенберга Л. Д. М.: Наука, 1970. С. 395–426.

2. *Чулкова Н. В., Супрун С. Г., Макаров В. К., Макарова Т. В.* О количестве свободного воздуха в воде // Акустика и ультразвуковая техника. Киев: Техника, 1979. Вып. 147. С. 3–5.
3. *Чулкова Н. В., Макаров В. К., Супрун С. Г., Макарова Т. В.* Исследование концентрации кавитационных зародышей в воде // Акустика и ультразвуковая техника. Киев: Техника, 1980. Вып. 15. С. 13–16.
4. *Макаров В. К., Чулкова Н. В., Климова Л. В., Шестаков В. П.* Свободный воздух и проблема кавитационных зародышей // Сб. трудов симпозиума по нелинейной акустике. Новосибирск: АН СССР, Сибирское отделение, 1987. С. 41–43.
5. *Губанова Е. Р., Макаров В. К.* О влиянии свободного воздуха на акустическое затухание в воде // Акустика и ультразвуковая техника. Киев: Техника, 1983. Вып. 18. С. 33–36.
6. *Макаров В. К., Чулкова Н. В., Супрун С. Г.* Об измерении концентрации воздуха в отстоявшейся воде // Акустика и ультразвуковая техника. Киев: Техника, 1985. Вып. 20. С. 17–20.
7. *Чулкова Н. В., Макаров В. К., Супрун С. Г., Кортнев А. А.* Коагуляционная модель ансамбля кавитационных зародышей // Акустика и ультразвуковая техника. Киев: Техника, 1981. Вып. 16. С. 7–10.
8. *Сиротюк М. Г.* Экспериментальные исследования ультразвуковой кавитации // Мощные ультразвуковые поля/Под ред. Розенберга Л. Д. М.: Наука, 1968. 266 с.
9. *Connolly W., Fox F. E.* Ultrasonic Cavitation Thresholds in Water // J. Acoust. Soc. Amer. 1954. V. 26. № 5. P. 843–846.
10. *Strasberg M.* Onset of Ultrasonic Cavitation in Tap Water // J. Acoust. Soc. Amer. 1959. V. 31. № 2. P. 163–176.
11. *Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф.* Кавитация/Пер. с англ. под ред. Полежаева В. И. М.: Мир, 1974. 687 с.

Одесский политехнический институт

Поступило в редакцию
2.XII.1987

УДК 534.231.2:534.512.1

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБЪЕМЕ СО СТЕНКАМИ, ХАРАКТЕРИЗУЕМЫМИ КОМПЛЕКСНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ. ЧИСТО ПОПЕРЕЧНЫЕ МОДЫ

Писаревич Ю. И.

Известно решение задачи о свободных колебаниях газа, находящегося в цилиндрическом объеме, ограниченном стенками, характеризуемыми комплексной проводимостью при малых величинах проводимости [1]. В ряде работ рассмотрена задача о распространении звука в цилиндрических трубах при любых проводимостях их стенок. В частности, метод определения собственных значений, используемый в работе [2], позволяет для любых проводимостей решить и задачу о собственных колебаниях цилиндрического объема. Решение удается обобщить и на отрицательные активные составляющие проводимости, к которым (см. например, [3]) могут быть сведены зоны подвода массы или тепла.

Ниже рассматриваются свободные колебания идеального и совершенного газа, находящегося в прямом круговом цилиндрическом объеме, ограниченном локально реагирующей поверхностью. Проводимость каждой из стенок считается постоянной. Представим частное решение безразмерного волнового уравнения в виде

$$P_{1n}(r, Z, \varphi, t)=[A_n \exp(j\lambda_l Z)+B_n \exp(-j\lambda_l(Z)]J_m(\lambda_{m\mu}r)\exp(jm\varphi)\exp(j\Omega_n t), \quad (1)$$

где координаты r, Z, время t, частота Ω_n и возмущения давления P_1 приведены к безразмерному виду с помощью размерного радиуса цилиндра R, скорости звука c и произведения статического давления P_0 на показатель адиабаты $\varkappa$; m – целое, $\lambda_{m\mu}$, λ_l, Ω_n, A_n, B_n – постоянные, J_m – функции Бесселя первого рода m-го порядка, $n\equiv lm\mu$, $\Omega=\omega+j\delta$. Волновое уравнение позволяет получить соотношение между волновыми числами $\lambda_{m\mu}$, λ_l и частотой Ω_n:

$$\Omega_n^2-\lambda_{m\mu}^2-\lambda_l^2=0. \quad (2)$$

Граничное условие на цилиндрической стенке с безразмерной удельной акустической проводимостью β_0 для частного решения (1) дает уравнение

$$\Omega_n\beta_0 J_m(\lambda_{m\mu})-j\lambda_{m\mu}J_m'(\lambda_{m\mu})=0, \quad (3)$$

а граничные условия для плоских стенок, расположенных в начале и в конце объема и характеризуемых проводимостями β_1 и β_2, дают систему уравнений, имеющую нетривиальное решение относительно A_n и B_n при условии равенства нулю определителя системы. Отсюда для объема (камеры) безразмерной длины L выполняется равенство

$$\lambda_l^2-j\Omega_n(\beta_1+\beta_2)\operatorname{ctg}(\lambda_l L)+\Omega_n^2\beta_1\beta_2=0. \quad (4)$$