АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 2

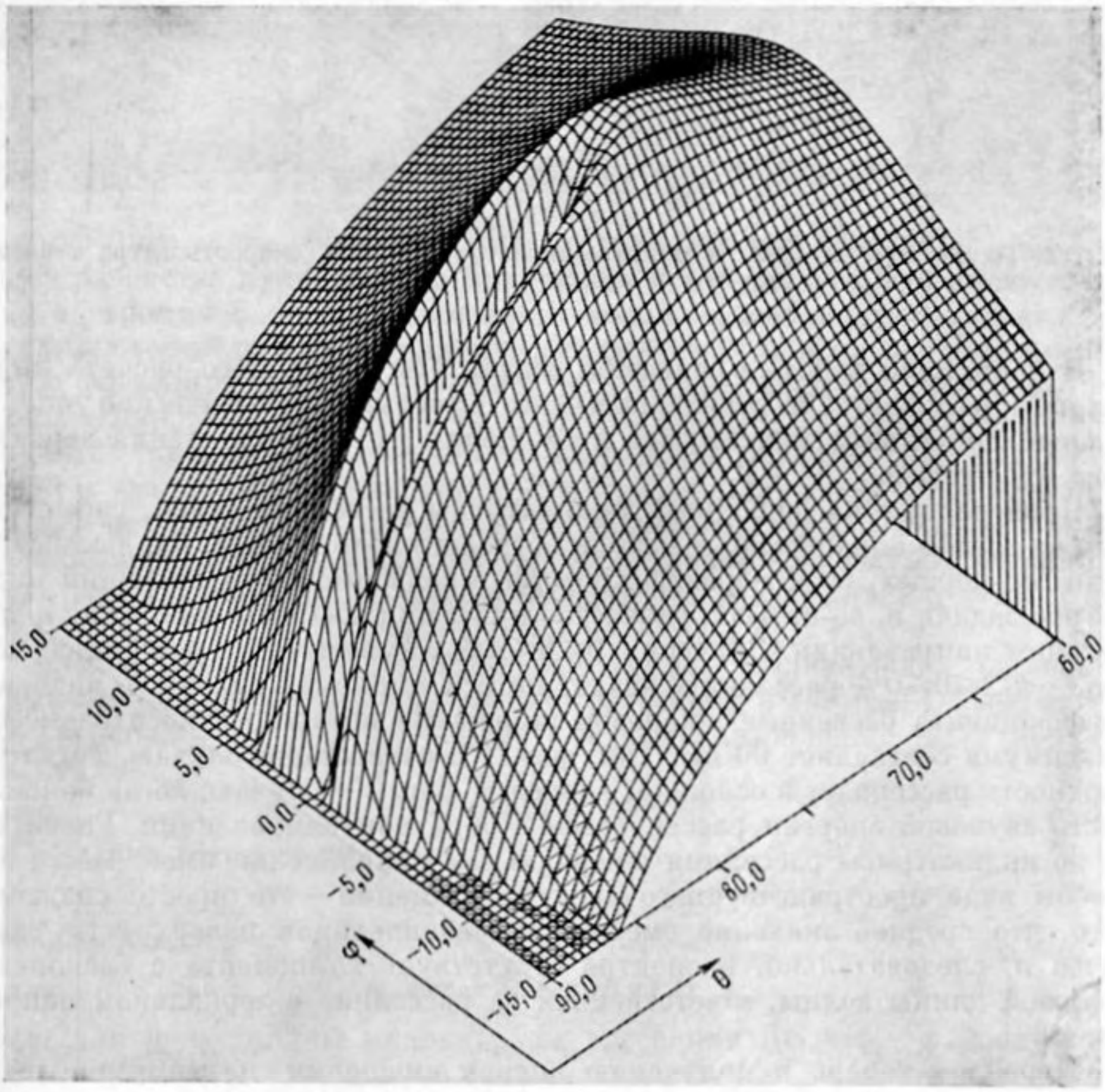
УДК 551.463

ОБ ИНДИКАТРИСЕ РАССЕЯНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА ПОВЕРХНОСТЬЮ ОКЕАНА

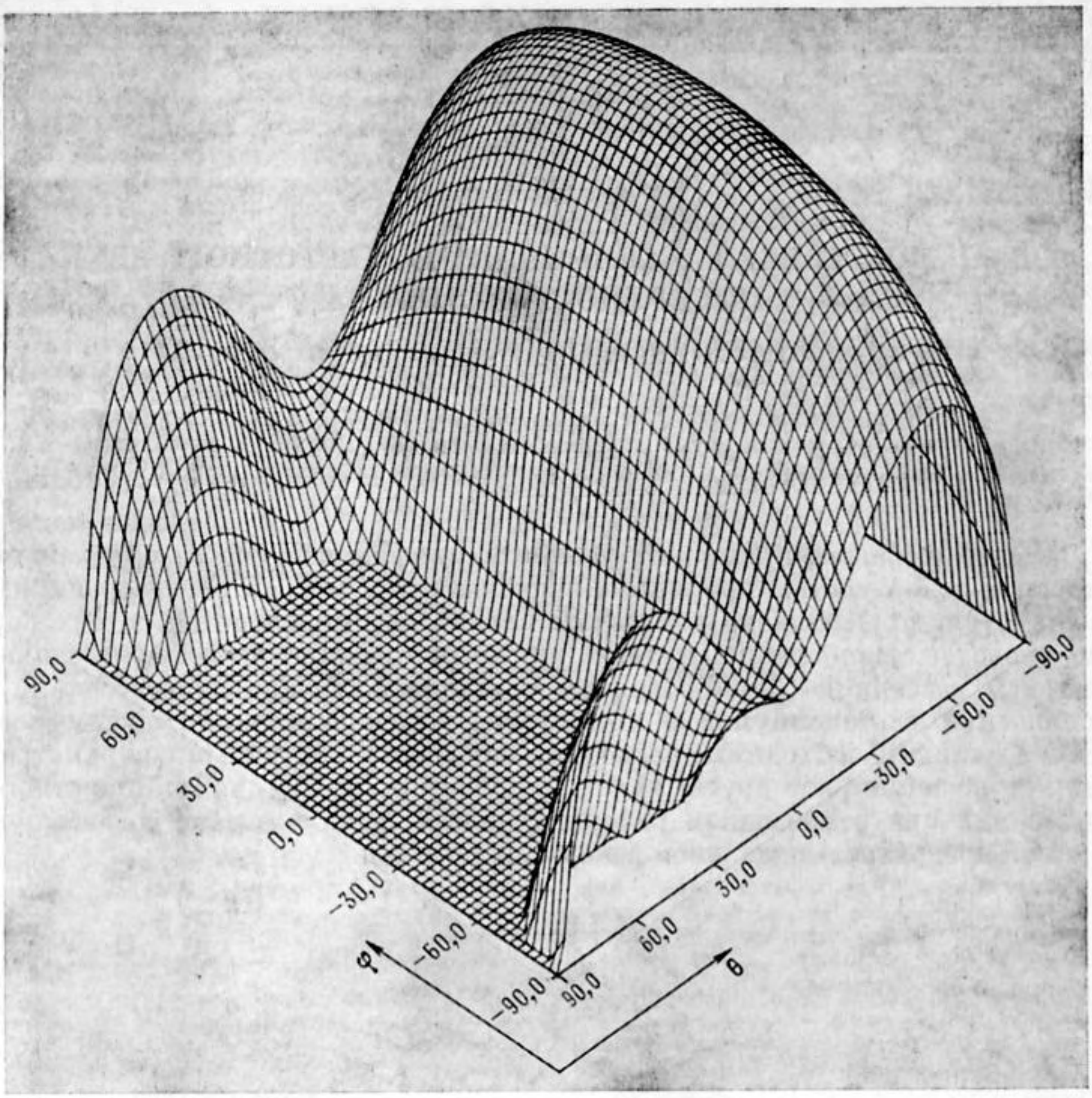
Белоусов А. В., Копыл Е. А., Лысанов Ю. П.

В случае малых значений параметра Рэлея рассмотрена форма индикатрисы рассеяния звука поверхностью океана. Получены приближенные оценки углового положения максимумов индикатрисы и их ширины.

Общее выражение для коэффициента рассеяния звука взволнованной морской поверхностью при малых значениях параметра Рэлея хорошо известно (см. [1]). Однако детальный анализ его особенностей до сих пор не проведен. Наибольший интерес при этом представляют форма индикатрисы рассеяния (нормированная величина коэффициента рассеяния), положение ее максимумов и минимумов, угловая ширина максимумов. Такие данные необходимы, поскольку они служат исходными параметрами при решении ряда других задач, например исследование многократного рассеяния при волноводном распространении звука в океане со взволнованной поверхностью, дальней реверберации и т. д.



Фиг. 1. Индикатриса рассеяния при $\theta_0=80°$, $\varphi_0=0$. Частота звука $f=0{,}5$ кГц, скорость ветра $v=10$ м/с



Фиг. 2. То же, что на фиг. 1. Частота звука $f=0{,}05$ кГц, скорость ветра $v=3$ м/с

В настоящей работе приведены результаты численного расчета индикатрисы рассеяния, а также получены простые аналитические оценки угловой ширины ее максимумов и смещения их от направления зеркального отражения.

Приведенные на фиг. 1 и 2 индикатрисы рассеяния звука, рассчитанные на основе анизотропной модели ветрового волнения [2, 3], демонстрируют, во-первых, разнообразие их форм в зависимости от значений параметров задачи и, во-вторых, равенство нулю индикатрисы рассеяния в зеркальном направлении. Значения $0\leqslant\theta\leqslant\pi/2$ соответствуют рассеянию вперед, $-\pi/2\leqslant\theta\leqslant 0$ — рассеянию назад; по оси аппликат отложено значение коэффициента рассеяния, диапазон изменения которого относительно его максимума составляет 60 дБ. Так, фиг. 1 соответствует случаю, когда поверхность рассеивает в основном вперед, а фиг. 2 — случаю, когда большая часть звуковой энергии рассеивается в обратном направлении. Равенство нулю индикатрисы рассеяния в зеркальном направлении имеет место при любом виде пространственного спектра волнения — это просто следствие того, что среднее значение смещения взволнованной поверхности равно нулю и, следовательно, в спектре отсутствует компонента с бесконечно большой длины волны, ответственная за рассеяние в зеркальном направлении.

Перейдем теперь к получению оценок смещения максимумов индикатрисы рассеяния от направления зеркального отражения и их угловой ширины.

Коэффициент рассеяния звука при малых значениях параметра Рэлея

определяется выражением

$$m_s(\theta,\ \varphi)=4k^4\cos^2\theta_0\cos^2\theta G(\varkappa,\ \alpha), \tag{1}$$

где $G(\varkappa, \alpha)$ — пространственный спектр волнения,

$$\varkappa=k[\sin^2\theta+\sin^2\theta_0-2\sin\theta\sin\theta_0\cos(\varphi-\varphi_0)]^{1/2},$$
$$\alpha=\mathrm{arctg}\{(\sin\theta\sin\varphi-\sin\theta_0\sin\varphi_0)/(\sin\theta\cos\varphi-\sin\theta_0\cos\varphi_0)\} \tag{2}$$

— волновое число и азимутальный угол резонансной гармоники, k — волновое число звука, θ_0, φ_0 и θ, φ — углы, характеризующие направления распространения падающей и рассеянной волн ($0\leqslant\varphi_0$, $\varphi\leqslant2\pi$; $-\pi/2\leqslant\theta_0$, $\theta\leqslant\pi/2$).

Для полностью развитого изотропного волнения, описываемого частотным спектром Пирсона — Московитца [4], получаем

$$m_s(\theta,\ \varphi)=1{,}62\cdot10^{-4}(k/\varkappa)^4\cos^2\theta_0\cos^2\theta\exp(-\varkappa_0^2/\varkappa^2), \tag{3}$$

где $\varkappa_0=0{,}86g/v^2$, v — скорость ветра, g — ускорение свободного падения. Из (3) следует, что при $\varkappa=0$ (направление зеркального отражения) действительно $m_s(\theta_0,\ \varphi_0)=0$.

Рассмотрим сечение индикатрисы рассеяния поверхности $\theta=\theta_0$. Азимутальное положение экстремумов функции $m_s(\theta_0,\ \varphi)$ определяется из уравнения

$$\left(\frac{\varkappa_0^2}{\varkappa^2}-2\right)\cos\left(\frac{\varphi-\varphi_0}{2}\right)=0, \tag{4}$$

где $\varkappa=2k\sin\theta_0\sin[(\varphi-\varphi_0)/2]$. Из равенства нулю первого множителя в (4) находим азимутальное положение двух максимумов φ_m, симметричных относительно $\varphi=\varphi_0$:

$$\varkappa_m=\pm\varkappa_0/\sqrt{2} \tag{5}$$

или

$$\sin\left(\frac{\varphi_m-\varphi_0}{2}\right)=\pm\varepsilon,\qquad \varepsilon=\varkappa_0/(2\sqrt{2}k\sin\theta_0)=0{,}30g/(kv^2\sin\theta_0). \tag{6}$$

Очевидно, что такие решения имеют место только при $\varepsilon\leqslant1$.

Из равенства нулю второго множителя в (4) следует, что имеется еще один экстремум $\varphi_m=\varphi_0+\pi$, соответствующий направлению обратного рассеяния, который при $\varepsilon<1$ является минимумом, а при $\varepsilon>1$ — максимумом.

На фиг. 3 приведены результаты численного расчета индикатрисы рассеяния. По оси абсцисс отложена разность $\Delta\varphi=\varphi-\varphi_0$ в диапазоне 0—180°, поскольку кривые симметричны относительно $\Delta\varphi=180°$ для различных частот и значений скорости ветра. Все кривые нормированы на одну и ту же величину. Кривая *1* соответствует значению $\varepsilon=1{,}6$, а кривые *2* и *3* — значениям 0,3 и 0,12 соответственно. Отклонение максимумов от направления зеркального отражения составляет $\simeq35°$ (кривая *2*) и $\simeq13°$ (кривая *3*).

Оценим угловую полуширину максимумов индикатрисы рассеяния, определяемую по спаду коэффициента рассеяния в «*e*» раз. Обозначив через $x=(\varkappa/\varkappa_0)^2=\sin^2[(\varphi-\varphi_0)/2]/(2\varepsilon^2)$ и учтя выражение (3), получим уравнение

$$x^2\exp(1/x)=e^3/4, \tag{7}$$

два решения которого имеют вид

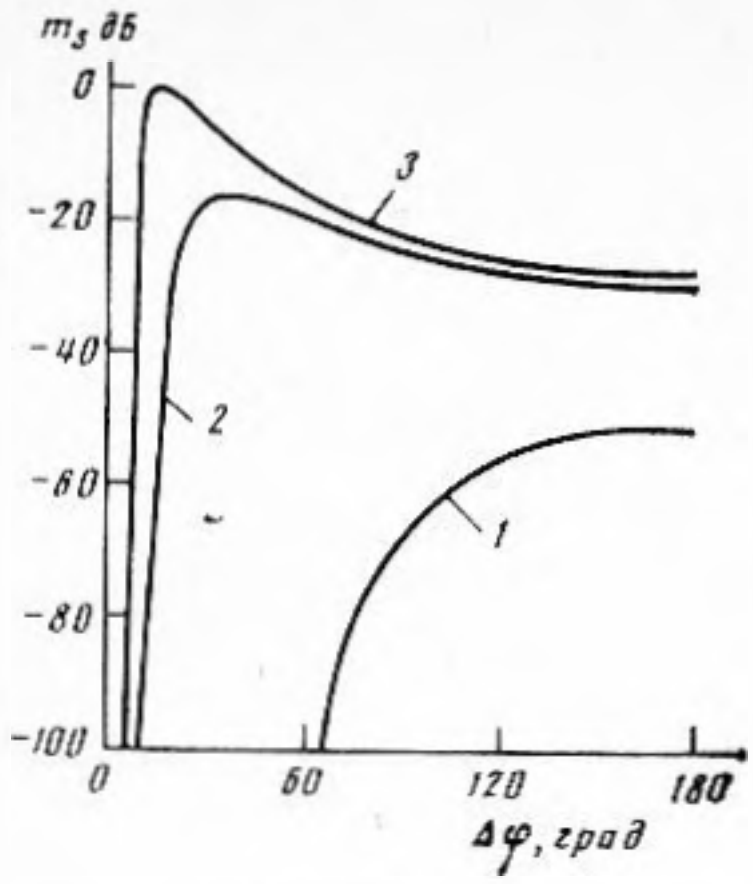
$$x_+\simeq1{,}65\quad x_-\simeq0{,}212. \tag{8}$$

Отсюда находим

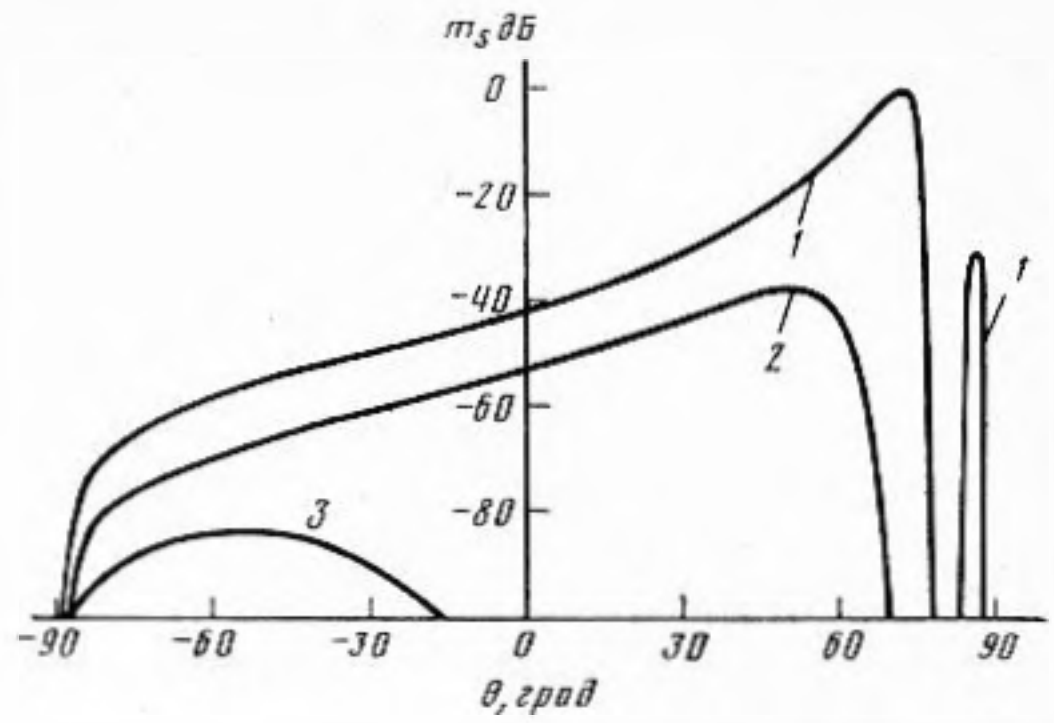
$$\varphi_\pm=\varphi_0+2\arcsin(\varepsilon\sqrt{2x_\pm}). \tag{9}$$

Тогда для полуширины индикатрисы рассеяния $\Delta\varphi_\pm=\varphi_\pm-\varphi_m$ получим

$$\Delta\varphi_+=2[\arcsin(1{,}81\varepsilon)-\arcsin\varepsilon],\ \text{при}\ \varphi_+>\varphi_m,$$
$$\Delta\varphi_-=2[\arcsin(0{,}65\varepsilon)-\arcsin\varepsilon],\ \text{при}\ \varphi_-<\varphi_m. \tag{10}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Сечения индикатрис рассеяния поверхностью $\theta=\theta_0$ при $\theta_0=80°$: *1* – $f=0{,}05$ кГц; $v=3$ м/с, *2* – $f=0{,}15$ кГц; $v=4$ м/с, *3* – $f=0{,}25$ кГц; $v=5$ м/с

Фиг. 4. Сечения индикатрис вертикальной плоскостью $\varphi=\varphi_0$: *1* – $\theta_0=80°$; $f=0{,}5$ кГц; $v=10$ м/с, *2* – $\theta_0=87°$; $f=0{,}15$ кГц; $v=7$ м/с, *3* – $\theta_0=80°$; $f=0{,}05$ кГц; $v=3$ м/с

Точность формул (10) зависит только от точности решения уравнения (7) для безразмерной величины x и может быть сделана сколь угодно высокой.

Проанализируем сечение индикатрисы рассеяния в вертикальной плоскости при $\varphi=\varphi_0$. Уравнение для направления максимумов имеет вид

$$\left(\frac{\varkappa_0}{\varkappa}\right)^2-2=\frac{\varkappa\sin\theta_m}{k\cos^2\theta_m}, \tag{11}$$

где $\varkappa=k(\sin\theta_m-\sin\theta_0)$. Решение уравнения (11) при выполнении необходимых условий

$$\theta_c=(\theta_m-\theta_0)\ll 1,\ {}^1/_2|\theta_c|\operatorname{tg}\theta_0\ll 1 \tag{12}$$

имеет вид

$$\sin\theta_m=\sin\theta_0\pm\frac{\varkappa_0}{\sqrt{2}\,k}. \tag{13}$$

Интересно отметить, что соотношение (13) представляет собой уравнение Брэгга для дифракционных спектров ±1-го порядка при рассеянии звуковой волны на поверхностной гармонике с волновым числом $\varkappa_0/\sqrt{2}$ (длина волны $\Delta_m=2\sqrt{2}\pi/\varkappa_0$), соответствующим максимуму спектра волнения. Из (13) следует приближенная оценка для смещения θ_c максимумов относительно направления зеркального отражения

$$\theta_c=\pm\frac{\varkappa_0}{\sqrt{2}\,k\cos\theta_0}. \tag{14}$$

Для угловой полуширины максимумов, учтя, что при выполнении условий (12) справедливо уравнение (7), получаем

$$\begin{aligned}\Delta\theta_+&=\arcsin(\sin\theta_0-0{,}461\cdot\varkappa_0/k)-\theta_m,\\ \Delta\theta_-&=\theta_m-\arcsin(\sin\theta_0-1{,}285\varkappa_0/k)\end{aligned} \tag{15}$$

при $\theta_m<\theta_0$ и

$$\begin{aligned}\Delta\theta_+&=\arcsin(\sin\theta_0+1{,}285\cdot\varkappa_0/k)-\theta_m,\\ \Delta\theta_-&=\theta_m-\arcsin(\sin\theta_0+0{,}461\varkappa_0/k)\end{aligned} \tag{16}$$

при $\theta_m > \theta_0$. Здесь индекс $+(-)$ соответствует углам, большим (меньшим) θ_m.

Расчеты по формулам (14) и (15) при $\theta_0=80°$, $f=0{,}5$ кГц и $v=10$ м/с дают $\theta_c=\pm 9{,}3°$, $\Delta\theta_+=4{,}4°$ и $\Delta\theta_-=1{,}8°$, что удовлетворительно согласуется с результатами прямого численного расчета по формуле (3): $\theta_c=8{,}0°$, $\Delta\theta_+=4{,}0°$ и $\Delta\theta_-=3{,}5°$ (см. также на фиг. 4 кривую *1* для большего максимума). Несколько большее расхождение для $\Delta\theta_-$ связано с тем, что точность формул (15), (16) уменьшается по мере отхода от направления зеркального отражения.

При скользящем падении звука, когда выполняются условия $|\theta_c| \ll 1$ и $^1/_2|\theta_c|\operatorname{tg}\theta_0 \gg 1$, имеется один максимум, для которого из (11) находим

$$\theta_c=\left(\frac{8}{3}\right)^{1/4}\left(\frac{\varkappa_0}{k\sin\theta_0}\right)^{1/2}. \tag{17}$$

В рассматриваемом приближении оценка полуширины $\Delta\theta$ максимума (по уровню $1/e$) может быть получена на основе численного решения уравнения

$$x^{1/2}\exp\left(\frac{3}{2x}\right)=e^{5/2} \tag{18}$$

для величины $x=[(\Delta\theta-\theta_c)/\theta_c]^4$. Два решения уравнения (18) $x_+=4{,}164$ и $x_-=0{,}379$ соответствуют значениям

$$\Delta\theta_+=0{,}215\theta_c,\quad \Delta\theta_-=0{,}429\theta_c. \tag{19}$$

Расчеты по формулам (17) и (19) для случая $\theta_0=87°$, $f=0{,}15$ кГц и $v=7$ м/с дают $\theta_c=39°$, $\Delta\theta_+=8{,}5°$, $\Delta\theta_-=16{,}5°$, что близко к результатам численных расчетов по формуле (3): $\theta_c=38{,}3°$, $\Delta\theta_+=8{,}3°$, $\Delta\theta_-=16{,}4°$ (см. также кривую *2* на фиг. 4).

Еще одно приближенное решение уравнения (11) возможно при условии $(\varkappa_0/\varkappa)^2 \gg 1$. Учтя, что $\varkappa_0 \sim 1/\rho_0$, где ρ_0 — радиус корреляции волнения [5], это условие запишем в виде

$$k\rho_0|\sin\theta-\sin\theta_0| \ll 1, \tag{20}$$

которое реализуется либо при мелкомасштабном волнении ($k\rho_0 \ll 1$) и произвольных значениях θ и θ_0, либо при крупномасштабном волнении ($k\rho_0 \gg 1$) при углах θ, близких к θ_0.

В этом случае получаем

$$\begin{gathered}\theta_m=\arccos[(k/\varkappa_0)(1-\sin\theta_0)^{3/2}],\ \theta_m>0,\\ \theta_m=-\arccos[(k/\varkappa_0)(1+\sin\theta_0)^{3/2}],\ \theta_m<0,\end{gathered} \tag{21}$$

и

$$\Delta\theta_+=\Delta\theta_-=\arccos(\cos\theta_m/\sqrt{e}). \tag{22}$$

Расчеты по формулам (21) и (22) для $\theta_0=80°$, $f=0{,}05$ кГц, $v=3$ м/с дают значения $\theta_m=-51{,}2°$ и $\Delta\theta_+=\Delta\theta_-=16{,}4°$. Согласно оценке этих же параметров по кривой *3* (фиг. 4), рассчитанной по формуле (3), находим $\theta_m=-54°$, $\Delta\theta_+=\Delta\theta_-=21{,}5°$. В рассматриваемом случае практически наблюдается только один этот максимум. Величина другого максимума, для которого $\theta_m \simeq \pi/2$, очень мала из-за множителя $\cos^2\theta$ в формуле (3).

Выше было исследовано расположение максимумов индикатрисы рассеяния в вертикальной плоскости при $\varphi=\varphi_0$. Нетрудно показать, что именно в этой плоскости находится абсолютный максимум индикатрисы рассеяния для общего вида спектра волнения в форме $G(\varkappa) \sim \varkappa^{-m}\exp\{-\beta\varkappa^{-n}\}$, где m, n и β — положительные константы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.
2. *Андреева И. Б., Волкова А. В., Копыл Е. А.* Энергетические спектры сигналов, рассеянных в обратном направлении взволнованной морской поверхностью // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 146–151.
3. *Копыл Е. А.* Интенсивность звука, отраженного и рассеянного поверхностью океана // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984. С. 143–153.
4. *Pierson W. J., Moskovitz L.* A proposed spectral form for fully-developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodsky // J. Geophys. Res. 1964. V. 69. № 24. P. 5181–5190.
5. *Лысанов Ю. П.* К оценке интервалов временной и пространственной корреляции морского волнения // Океанология. 1975. Т. 15. № 3. С. 405–408.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17.V.1988