АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 2

УДК 534.222

К ДИНАМИКЕ ГИДРОСТРУКТУР В ПОЛЕ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

Романовский М. Ю.

Рассмотрены макроскопические структуры трех типов. Показано, что скорости распространения этих структур в ультразвуковом пучке мощностью в несколько ватт составляют доли см/с.

При распространении звука в реальных жидкостях возбуждаются различные типы материальных движений [1]. Это могут быть тепловые потоки или различного рода гидродинамические структуры — вихри, течения. В многокомпонентных средах дополнительно возникают потоки химически реагирующих величин. Величина этих структур определяется звуковым полем; в зависимости от условий эксперимента могут наблюдаться различные нелинейно-акустические эффекты: самофокусировка [2—4], вынужденное рассеяние звука [5—7]. Это класс когерентных явлений. Между тем можно представить класс нерезонансных взаимодействий, который в акустике известен и достаточно хорошо изучен. Здесь плодотворные аналогии подсказывают феноменологически схожие индуцированные движения типа распространения фронтов ионизации в СВЧ- и оптических полях [8], волны плавления (например, в лазерном поле волоконного световода [9]), волны пробоя в диэлектриках [10, 11].

В акустике примером нерезонансных нелинейных явлений служат давно известные эккартовские течения — замкнутые движения вязкой жидкости, возникающие при поглощении звукового пучка и передаче его импульса среде. Сосредоточенные в замкнутом сосуде вихри как бы «раскручиваются» до стационарного значения скорости течения.

Интересным объектом служат также «самопросветляющиеся» жидкости, в которых под действием звукового поля уменьшается коэффициент поглощения звука по амплитуде и звук проникает дальше в жидкость. Проанализируем физические механизмы и определим классы веществ, в которых возникновение подобных гидроструктур возможно, а также определим величины, характеризующие их распространение.

Наиболее простой структурой является волна «просветления». Эффект наблюдался в работе [12] для глицерина. После включения излучателя звука длина поглощения его увеличивалась со скоростью ~0,25 см/с. Интерпретируем экспериментальные результаты следующим образом: аппроксимируем зависимость коэффициента поглощения звука по амплитуде от температуры. При $T_0 \sim 20^\circ$ С значение δ (глицерин) $\simeq 0{,}1$ см$^{-1}$; при повышении температуры δ резко спадает [12]. Воспользовавшись представлениями, аналогичными приближению Франк-Каменецкого в теории теплового взрыва, положим $\delta = \delta_0 \exp(-T/T_1)$. Здесь $\delta_0 = \delta(T = T_0)$. По данным [13], $T \simeq 15^\circ$ С. Исходными для описания системы служат уравнение теплопроводности с источником тепла, определяющимся поглощением звука по амплитуде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\varkappa}{\rho_0 C_p} \nabla^2 T = \frac{2\delta}{\pi r_0^2 \rho_0 C_p} P, \tag{1}$$

и уравнение диссипации звуковой мощности

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -2\delta P. \tag{2}$$

Считаем, что распространение пучка происходит вдоль оси x. В уравнениях (1) и (2) T — неравновесная температура среды, P — мощность звука, ρ — плотность, C_p — теплоемкость, r_0 — радиус звукового пучка, $\varkappa=\chi\rho_0 C_p$ — коэффициент теплопроводности. Как известно [13], заметно зависит от температуры лишь δ, а величины ρ, C_p, χ можно считать в рассматриваемой задаче постоянными. Обычная для задач о распространении нелинейной волны подстановка сводится к замене $z=x-vt$, где v — пока не известная скорость этой волны. В уравнении (1) $\nabla^2=\nabla_\perp^2+\partial^2/\partial x^2$, слагаемое $\chi\nabla_\perp^2 T\sim\chi T/r_0^2$ определяет диффузию тепла вбок, или охлаждение области, занимаемой звуковым пучком. Поскольку обычно $r_0\sim1$ см, $\chi/r_0^2\sim10^{-3}$ с$^{-1}$, а время действия излучения ограничено величиной $\sim10-20$ с, после чего начинается вынужденная конвекция, это слагаемое будет существенным при $v<\chi/r_0^2\sim10^{-3}$ см/с. По порядку величины $|\partial T/\partial x|=|\partial T/\partial z|\sim\delta T$, так как звукоиндуцированные изменения температуры происходят по мере поглощения излучения; поэтому, если $v\gg\delta_0\chi$, слагаемым $\chi\partial^2 T/\partial x^2$ в (1) можно также пренебречь. Это условие накладывает ограничение на v: $v\gg10^{-(4-3)}$ см/с. Окончательно уравнения (1) и (2) для волны акустического просветления сведутся к системе

$$v\frac{\partial T}{\partial z}=-2\delta_0 P\exp(-T/T_1)/\pi r_0^2\rho_0 C_p,$$
$$\frac{\partial P}{\partial z}=-2\delta_0 P\exp(-T/T_1). \qquad (3)$$

Граничными условиями будут условия отсутствия изменения температуры в той области, которой звук не достигает (его для простоты можно записать в виде $T(z=+\infty)=0$) и условие $T(z=0)=T_0$, причем T_0 не обязательно равна нулю. Наличие исходного градиента температур при изменении z от 0 до $+\infty$ несущественно, им можно пренебречь во всем диапазоне T_0:

$$T_0<\frac{2P_0}{\pi\rho_0 C_p\chi\delta_0 r_0^2}\sim10^3 P_0,\ (\text{Вт}),$$

где P_0 — входная мощность звука, измеренная в ваттах (например [12], $P_0\approx10$ Вт). Реально T_0 появляется при нагреве жидкости пьезокерамическим излучателем. Корректная постановка задачи для $T_0=0$ требует учета вторых пространственных производных.

Обычная для феноменологии таких задач [8] переопределенность граничных условий позволяет найти неизвестную постоянную скорость v. Система (3) разрешима в неявном виде для T. Обозначив $a=T_0/T_1-P_0/\pi r_0^2\rho_0 C_p v T_1$, получим

$$2\delta_0 z=\exp(a)\,[E_1(a-T/T_1)-E_1(a-T_0/T_1)]. \qquad (4)$$

Здесь $E_1(y)=\int_v^\infty\exp(x)x^{-1}dx$ — интегральная показательная функция. Решение (4), очевидно, удовлетворяет граничному условию $T(z=0)=T_0$, а так как $E_1(y\to0)\to\infty$, то второе граничное условие выполняется при $T=0$, что определяет скорость:

$$v=P_0/\pi r_0^2\rho_0 C_p T_0. \qquad (5)$$

Заметим, что v не зависит от T_1; этот факт связан с выбором вида зависимости δ от T и в известной мере аналогичен результатам теории теплового взрыва [14]. Если P_0 измерять в ваттах, T_0 — в градусах Кельвина, $r_0\approx0{,}75$ см, то $v\approx P_0/10T_0$, см/с. В условиях эксперимента [12] $v\approx0{,}24$ см/с, $P_0=8$ Вт и можно определить T_0: $T_0=3{,}3$ К.

Следует упомянуть, что полученные результаты предполагают строгую цилиндричность пучка. Если дистанция, пройденная нелинейной волной, достаточно велика и нельзя пренебрегать дифракционным рас-

плыванием звукового пучка, последнее может вызвать остановку нелинейной волны, как это происходит при распространении медленной волны ионизации в лазерном пучке. Рассмотренная волна «просветления» — типичный пример нелинейной волны, поддерживаемой и распространяющейся за счет взаимодействия с когерентным излучением. Класс веществ, в которых могут существовать подобные термоструктуры, в акустике неширок — эффект наблюдался пока только в глицерине, свойства которого — сильная температурная дисперсия вязкости — достаточно необычны.

Для достаточно широкого класса неньютоновских жидкостей, реология которых не зависит от времени, можно представить другой тип структур. В ультразвуковом диапазоне коэффициент поглощения звука в твердой фазе вещества примерно на порядок меньше, чем в жидкой. Поэтому, если на пути мощного звукового пучка в твердой фазе образовалась область расплава (свойства реологических жидкостей таковы, что рассматриваемая ситуация реальна), подобная область будет гораздо сильнее поглощать звук. Это приведет к дополнительной (сравнительно с твердой фазой) передаче импульса от пучка к расплаву. Область расплава, обладая дополнительным количеством движения, будет сильнее давить на ту свою границу, которая находится дальше от излучателя звука; давление на ближнюю стенку будет, наоборот, меньше, чем равновесное. В точности рассмотренная ситуация реализуется в так называемых бингамовских пластиках [15] (эти вещества начинают течь, как жидкость, после того, как приложенное усилие превысит определенный предел), где может существовать более-менее выраженная граница. В том или ином виде ситуация характерна и для других реологических жидкостей, где четких границ области расплава ожидать нельзя. Таким образом, область расплава распространяется в мощном звуковом пучке, причем скорость движения вещества внутри нее остается зависящей только от амплитуды звука: чем последний сильнее, тем большее количество движения передается расплаву и тем быстрее движется сама область и жидкость внутри нее. Если не учитывать тепловое действие излучения, то изменения объема области расплава будут невелики. Попытаемся дать феноменологическую интерпретацию рассмотренной физической картины, указав те классы реологических жидкостей, которые ей соответствуют. Описывают рассмотренную картину две величины: скорость распространения области расплава v и скорость вещества в самом расплаве $\mathbf{u}$, которая является скоростью акустического течения [6]. Первую получим, решив уравнение Навье — Стокса для вещества в области расплава, усредненное по периоду звуковой волны [7]:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{\eta/3+\zeta}{\rho} \nabla \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\pi r_0^2 \rho_0 c_0} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\mathbf{x}}{x}, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -2\delta P.$$

Здесь также предполагается, что звук распространяется вдоль оси x, η — сдвиговая, ζ — объемная вязкости, c_0 — скорость звука.

Будем искать автомодельное решение системы уравнений (6) в виде бегущей вдоль оси x «волны расплава», для чего снова сделаем замену переменной $z=x-vt$. Обычным образом сводя задачу к одномерной, получим

$$v \frac{\partial u}{\partial z} = \nu' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\nu A u}{r_0^2} + \frac{1}{\pi r_0^2 \rho_0 c_0} \frac{\partial P}{\partial z}, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -2\delta P.$$

Здесь $\nu=\eta/\rho$, $\nu'=(4\eta/3+\zeta)/\rho$, $A=2{,}9$ [8]. Считаем для простоты, как и прежде, что область расплава целиком заполняет поперечное сечение

пучка. В противном случае под r_0 следует понимать $\min\{r_0, l\}$, где l — поперечный размер области расплава. Если характерная длина области расплава удовлетворяет условию $\delta L<1$, то в системе (7) можно заменить P на P_0 — это случай малого поглощения (для частоты мощного звука $\omega/2\pi<1$ МГц L не должно превышать 10 м, так что условие $\delta L<1$, видимо, выполняется в огромном большинстве случаев).

Рассмотрим вначале физическую ситуацию, в которой можно пренебречь членом $A\nu u/r_0^2$ в правой части уравнения (7а), — это справедливо, например, при больших апертурах излучаемого звука. В соответствии с результатами теории автоволн [16] в этом случае область расплава может распространяться с любой скоростью выше определенной минимальной $v_{\min}$, значение которой определяется в том числе производной δ по скорости акустического течения в расплаве u: $(\partial\delta/\partial u)_{u=0}$ (заметим, что если для жидкостей при малых скоростях течения справедлив закон пропорциональности силы трения квадрату скорости течения, то эта производная для них всегда отлична от нуля). Величина $v_{\min}$ определяется выражением

$$v_{\min}=[P_0\nu'(\partial\delta/\partial u)_{u=0}/\pi r_0^2\rho_0 c_0]^{1/2}. \qquad (8)$$

Оценим $v_{\min}$ из следующих соображений. Результат (8) означает, что область расплава сразу начинает движение со скоростью $v_{\min}$, причем сами частицы вещества в ней покоятся. Однако коэффициент поглощения δ физически зависит от различия скоростей соседних слоев вещества, а полная разница в скоростях от центра до края расплава и есть $v_{\min}$. Поэтому можем оценить производную $(\partial\delta/\partial u)_{u=0}\approx\delta/v_{\min}$. Тогда (8) можно переписать в виде

$$v_{\min}\approx[\delta\nu' P_0/\pi r_0^2\rho_0 c_0]^{1/3}. \qquad (9)$$

Если P_0 измеряется в Вт, то для $r_0\approx10$ см получим $v_{\min}(\text{см/с})\sim$ $\sim\sqrt{P_0(\text{Вт})}/100$ для широкого класса жидкостей в диапазоне $\omega/2\pi\approx1$ МГц.

Рассмотрим теперь случай звуковых пучков с малой апертурой. Здесь пренебрегать членом $A\nu' u/r_0^2$ уже нельзя. Качественный анализ теории автоволн в этом случае утверждает, что существует единственная скорость движения области расплава. Интегрирование уравнения (7) с переопределенными граничными условиями $v(x=\pm\infty)=0$, $(\partial v/\partial x)_{x=0}=0$ даст значение скорости

$$v=\frac{(2A\nu\nu')^{1/2}}{r_0}\,\frac{1-(P_{tr}/P_0)^{1/3}}{[1-(P_{tr}/2\sqrt{2}\,P_0)^{2/3}]^{1/2}}\,(P_0/P_{tr})^{1/3}, \qquad (10)$$

где P_{tr} — (пороговая мощность) соответствует $u=0$ и определяется значением $v_{\min}$ из (9):

$$P_{tr}\approx(2\pi A\nu/\nu')^{1/2}(4\pi A\nu c_0\rho_0/r_0\omega^2). \qquad (11)$$

При $r_0\approx1$ см $P_{tr}\sim1$—10 Вт в широком классе жидкостей в диапазоне $\omega/2\pi\approx1$ МГц. Скорость v, соответствующая 10-кратному превышению порога звуковой мощностью, равна 0,3—1 см/с для $\omega/2\pi\approx1$ МГц, $r_0\approx1$ см. Таким образом, в неньютоновских жидкостях, реология которых не зависит от времени, можно ожидать движения изначально существующих областей расплава в звуковом пучке по направлению от излучателя.

Третьим видом структур, которые взаимодействуют со звуковым полем, являются вихри. В работах [17—19] продемонстрирована излучательная акустическая неустойчивость вихря. Легко представить и обратную ситуацию, когда вихрь поглощает звук и при этом происходит дальнейшее раскручивание вещества в нем и(или) его перемещение. Последнее происходит опять-таки, когда коэффициент поглощения звука вихрем больше, чем у окружающей жидкости или газа (из которых состоит, естественно, и рассматриваемый вихрь). Помимо возможностей взаимодействия вихревого движения со звуком [17—19] одна из причин такого дополнительного поглощения будет состоять в следующем. В простейшей модели — вихре Кельвина при помещении его в звуковой поток —

половина вихря будет двигаться по направлению от излучателя, а вторая половина — наоборот. Ввиду эффекта Доплера для первой половины частота звука будет меньше, а для второй — больше. Результат зависит еще и от размера вихря [20]; если длина звуковой волны больше его характерного радиуса l, то при собственной угловой скорости циркуляции вещества Ω коэффициент поглощения звука в вихре будет

$$\delta = \frac{\delta_0}{\pi l^2} \int_0^l \int_0^{2\pi} (1+\Omega r \cos\varphi/c_0)\, r\, dr\, d\varphi = \delta_0 (1+\Omega^2 l^2/4c_0^2). \qquad (12)$$

Соотношение (12) демонстрирует, что полученный коэффициент поглощения вихрем больше, чем в однородной среде. В крупных вихрях величина $\delta-\delta_0$ будет даже несколько больше, чем в (12), однако такую же простую формулу привести нельзя.

Для индуцированной завихренности $\mathbf{\Omega}=\mathrm{rot}\,\mathbf{u}$ можно записать по аналогии с задачей (6) систему уравнений, описывающую $\mathbf{\Omega}$ (см. [1, 5]). Если звук распространяется вдоль оси x и вектор завихренности перпендикулярен ей, то уравнение для $\mathbf{\Omega}$ запишется в виде

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \mathbf{\Omega}}{\partial x^2} + \nu \nabla_\perp{}^2 \mathbf{\Omega} + \frac{8\omega \mathbf{\Omega} P}{\pi \rho_0 r_0{}^2 c_0{}^3}. \qquad (13)$$

Пренебрежение членом $\sim\nabla_\perp{}^2\mathbf{\Omega}$ означает, что вязких потерь момента движения вихря нет. При этом $\hat{v}_{\min}=(8\omega P_0 \nu/\rho_0 c_0{}^3 \pi r_0{}^2)^{1/2}$. При $\omega/2\pi\approx 1$ Мгц, $\hat{v}_{\min}\approx 10^{-4}\sqrt{P_0}$, где P_0 измерено в Вт, а $\hat{v}_{\min}$ — в см/с. Если не пренебрегать вязкими потерями, то $\nabla_\perp{}^2\sim l^{-2}$ и, положив $l\approx r_0$, получим $\tilde{P}_{\mathrm{tr}}=\pi\eta c_0{}^3/2\omega\sim$ ~ 1 Вт при тех же значениях ω.

Таким образом, в ультразвуковом пучке мощностью в несколько ватт возможно поддержание нескольких типов структур. Во-первых, возможна тепловая волна звукового «просветления» в сильновязких жидкостях типа глицерина со значительной температурной дисперсией вязкости. Во-вторых, в пеньютоновских жидкостях с не зависящей от времени реологией возникшие области проплавления могут распространяться в отвердевшем веществе. В-третьих, взаимодействующие со звуковым пучком вихри, существующие в ньютоновской среде, также могут перемещаться. Развитая теория позволяет оценить скорости распространения этих структур, причем, как правило, для них существует нижний предел.

Автор благодарен Ю. А. Кравцову за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 520 с.
2. *Аскарьян Г. А.* Самофокусировка и самодефокусировка ультра- и гиперзвука // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 4. С. 144–147.
3. *Ассман В. А., Бункин Ф. В., Верник А. В. и др.* Наблюдение теплового самовоздействия звукового пучка в жидкости // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. № 4. С. 148–150.
4. *Андреев В. Г., Карабутов А. А., Руденко О. В., Сапожников О. А.* Наблюдение самофокусировки звука // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 381–384.
5. *Пушкина Н. И., Хохлов Р. В.* О вынужденном звуковом рассеянии на вихревых волнах // Акуст. журн. 1971. Т. 17. № 2. С. 167–168.
6. *Бункин Ф. В., Воляк К. И., Ляхов Г. А., Романовский М. Ю.* Вынужденное рассеяние звука на акустическом течении вязкой жидкости // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. С. 389–391.
7. *Бункин Ф. В., Воляк К. И., Ляхов Г. А., Романовский М. Ю.* Вынужденное рассеяние звука в вязких жидкостях // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 140–146.
8. *Райзер Ю. П.* Лазерная искра и распространение разрядов. М.: Наука, 1984. С. 308.
9. *Романовский М. Ю.* Об индуцированных термических повреждениях волоконных световодов // Кр. сообщ. по физике ФИАН. 1987. № 5. С. 23–25.
10. *Кондратенко П. С., Макшанцев Б. И.* О распространении волны поглощения излучения ОКГ в твердом прозрачном диэлектрике // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 5. С. 1734–1739.

11. *Каск Н. Е., Корниенко Л. С.* Оптический разряд в конденсированной среде // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1982. Т. 46. № 6. С. 1010–1017.
12. *Ассман В. А., Бункин Ф. В., Верник А. В. и др.* Самовоздействие звукового пучка в жидкости с большой вязкостью // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 1. С. 138–140.
13. Таблицы физических величин. Справочник/Под ред. Кикоина И. К. М.: Атомиздат, 1976. С. 1008.
14. *Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М.* Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. С. 532.
15. *Уилкинсон У. Л.* Неньютоновские жидкости. М.: Мир, 1964. С. 216.
16. *Vasilev V. A., Romanovsky Yu. M., Chernavsky D. S., Yakhno V. G.* Autowave processes in kinetic system. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1987. P. 262.
17. *Broadbent E. A., Moore D. W.* Acoustic destabilisation of vortices // Phil. Trans. Roy. Soc. 1979. V. A290. P. 352–371.
18. *Лямшев Л. М., Скворцов А. Т.* Излучение звука трехмерными вихревыми особенностями (вортонами) // Акуст. журн. 1984. Т. 30. С. 843–844.
19. *Копьев В. Ф., Леонтьев Е. А.* Об акустической неустойчивости аксиального вихря // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 192–198.
20. *Блохинцев Д. И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981. С. 208.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23.V.1988