

ЛИТЕРАТУРА

1. Полунин В. М. Релаксация намагниченности и распространение звука в магнитной жидкости // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 6. С. 820–823.
2. Kuhl W. Die eigenschaften wassergefüllter rohre für widerstands – und schallgeschwindigkeitsmessungen // Acustica. 1953. V. 3. P. 111–123.
3. Меркулов В. Н., Приходько В. Ю., Тютюкин В. В. Возбуждение и распространение нормальных волн в тонкой упругой цилиндрической оболочке, заполненной жидкостью // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 5. С. 723–730.
4. Меркулов В. Н., Приходько В. Ю., Тютюкин В. В. Возбуждение нормальных волн в тонкой упругой цилиндрической оболочке, заполненной жидкостью, силами, заданными на ее поверхности // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 1. С. 96–102.
5. Полунин В. М., Рослякова Л. И. О зависимости скорости звука в магнитной жидкости от напряженности магнитного поля и частоты колебаний // Магнитная гидродинамика. 1985. № 4. С. 59–65.
6. Блинова Л. П., Колесников А. Е., Лангане Л. В. Акустические измерения. М.: Изд-во стандартов. 1971. 271 с.

Курский политехнический институт

Поступило в редакцию
29.VI.1988

УДК 534.26.1

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВОЛНОВОГО ПОЛЯ В СЛОИСТОМ ВОЛНОВОДЕ ПРИ ПОМОЩИ МАТРИЧНОГО ПРОЦЕССОРА

Симанин А. А.

Анализ искажения формы сигнала в зависимости от условий его распространения и взаимного положения источника и приемника звука представляет интерес для ряда прикладных задач гидроакустики, и в частности для задач классификации, в которых изменение формы сигнала может приводить к разрушению тонких классификационных признаков.

Существующие численные методы решения нестационарных задач основаны на преобразовании Фурье по времени и позволяют предсказывать форму сигнала, частотный спектр которого расположен в области низких или высоких частот, при помощи соответственно либо сложных асимптотических методов в рамках волновой акустики [1], либо в виде интерференционных сумм в лучевом приближении [2]. В настоящей работе в дополнение к этим методам, обладающим известными недостатками и ограничениями, рассматривается эффективная численная реализация метода расчета нестационарных волновых полей в нестационарных слоистых волноводах, основанного на разделении пространственных переменных.

Сущность метода состоит в следующем [3, 4]. Пусть требуется решить начально-краевую задачу для волнового уравнения, записанного в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2(z, t)} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\delta(r)}{r} \delta(z - z_s) f(t), \quad (1)$$

$$p|_{t \leq 0} = \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{t \leq 0} = 0, \quad p|_{z=0} = \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0,$$

где z_s , H – глубины излучателя и волновода. Искомое решение представим в виде суперпозиции цилиндрических волн, амплитуды которых являются решениями соответствующих задач для одномерного уравнения Клейна – Гордона – Фока гиперболического типа, которые легко поддаются численному интегрированию. Это представление возможно или при помощи интегрального преобразования Фурье – Бесселя или путем введения отражающей границы при некотором $r = a$ с последующим разложением решения в ряд Фурье – Бесселя на $(0, a)$. При этом для того чтобы во втором случае исключить влияние отражающей границы, решение (1) рассматривается на интервале времени $(0, T)$, где T – минимальное время распространения переднего фронта волны до введенной отражающей поверхности. Оценку T всегда можно построить, зная характер изменения скорости звука в волноводе.

С вычислительной точки зрения второй способ разделения пространственных переменных является более предпочтительным, поскольку в его рамках не нужно вычислять интегралы с бесконечными пределами от быстро осциллирующих функций.

При этом решение (1) записывается следующим образом:

$$p(r, z, t) = \sum_{j=1}^{\infty} R_j(z, t) J_0(k_j r), \quad (2)$$

где $r < a$, $t < T$, $J_0(k_j a) = 0$, $J_0(x)$ — функция Бесселя, а R_j является решением задачи

$$\frac{\partial^2 R_j}{\partial z^2} - k_j^2 R_j = \frac{1}{c^2(z, t)} \frac{\partial^2 R_j}{\partial t^2} - \frac{2}{(a J_0'(k_j a))^2} \delta(z - z_*) f(t), \quad (3)$$

$$R_j|_{t \leq 0} = \frac{\partial R_j}{\partial t} \Big|_{t \leq 0} = 0, \quad R_j|_{z=0} = \frac{\partial R_j}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0.$$

При практических расчетах ряд (2) заменяется конечным отрезком, причем количество цилиндрических волн выбирается исходя из верхней границы частотного спектра сигнала ω_{\max} ; верхняя граница пространственного спектра находится из соотношения $k_{\max} = \omega_{\max}/c_{\min}$.

Необходимость решения задачи (3) для большого набора значений параметра разделения и получения этих решений с высокой скоростью потребовали разработки специального алгоритма. Был предложен подход, основанный на применении специализированного матричного процессора AP-140, ориентированного на решение задач обработки сигналов, использующих операции векторной алгебры, цифровую фильтрацию и спектральный анализ. Высокая производительность AP достигается за счет аппаратной реализации соответствующих быстрых алгоритмов, параллельного выполнения арифметических операций и операций пересылки над массивами данных. При выборе численного метода решения задачи (3) были проанализированы три разностные схемы: явная схема типа «крест», явная схема с вычислением пространственной производной спектральным методом и трехслойная неявная схема. Применение явных схем упрощает организацию программы для ЭВМ, однако ограничено с точки зрения устойчивости счета. Так для схемы «крест» в случае $c(z, t) = c$ — необходимое условие устойчивости, вытекающее из признака Неймана, имеет вид

$$\frac{c\tau}{h} < \left(1 + \left(\frac{k_j h}{2}\right)^2\right)^{-1/2},$$

что накладывает жесткое ограничение на величину шага по времени τ , вызванное особенностями численного решения задачи (3) и никак не согласованное с дискретизацией по времени излучаемого сигнала $f(t)$. Применение неявной схемы позволяет вести расчет с произвольным шагом τ , обеспечивающим необходимую точность решения, но сильно занижает коэффициент ускорения счета и усложняет программу [5]. С учетом перечисленных обстоятельств, а также разрядности ЭВМ и матричного процессора предпочтение было отдано неявной схеме:

$$\frac{R_{m+1, n+1}^{(j)} - 2R_{m, n+1}^{(j)} + R_{m-1, n+1}^{(j)}}{h^2} - k_j^2 R_{m, n}^{(j)} =$$

$$= \frac{1}{c_{m, n}^2} \cdot \frac{R_{m, n+1}^{(j)} - 2R_{m, n}^{(j)} + R_{m, n-1}^{(j)}}{\tau^2} - d_m^{(j)} f_n$$

$$R_{0, n} = R_{N, n} = 0; \quad R_{m, 0} = R_{m, 1} = 0; \quad m = 0, 1, \dots, N; \quad n = 0, 1, \dots$$

где N — число узлов в сетке по глубине, $d_m = 2\delta_{m, s}/(a J_0'(k_j a))^2$, $\delta_{m, s}$ — сеточная дельта-функция. Для решения разностных уравнений применялась прогонка. При этом прямая прогонка — расчет прогоночных коэффициентов — представляет собой нелинейное преобразование исходных данных и не поддается программированию на матричном процессоре. Однако если скорость звука не зависит от времени, то прогоночные коэффициенты могут быть вычислены заранее. Обратную прогонку можно трактовать как рекурсивный фильтр первого порядка и все вычисления проводить при помощи матричного процессора.

Суммарная погрешность расчета нестационарного звукового поля изложенным методом состоит из погрешности ε_1 , возникающей в результате отбрасывания остатка ряда (2) и по порядку величины составляющей:

$$\varepsilon_1 \sim \begin{cases} (k_{\max} r)^{-1/2}, & 0 < t < T_0, \\ (k_{\max} r)^{-m-1/2}, & t \geq T_0, \end{cases}$$

где T_0 — длительность импульса, m — порядок гладкости $f(t)$ при $t = T_0$; погрешности ε_2 аппроксимации дифференциального оператора разностным — $\varepsilon_2 = O(\tau + h^2)$; погрешности, связанной с приближенным представлением точечного источника некоторым распределенным воздействием; погрешности, возникающей из-за ограниченности разрядной сетки ЭВМ.

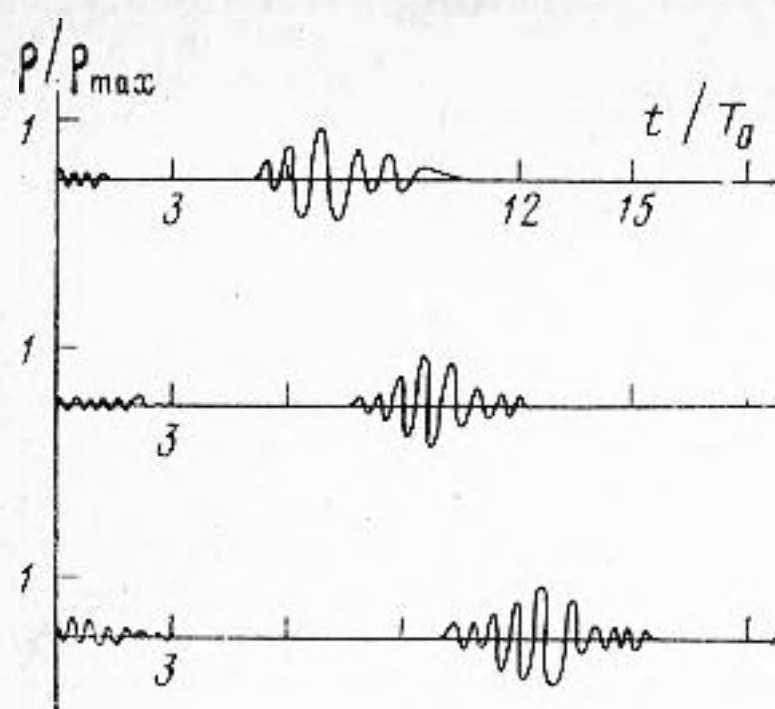


Рис. 1

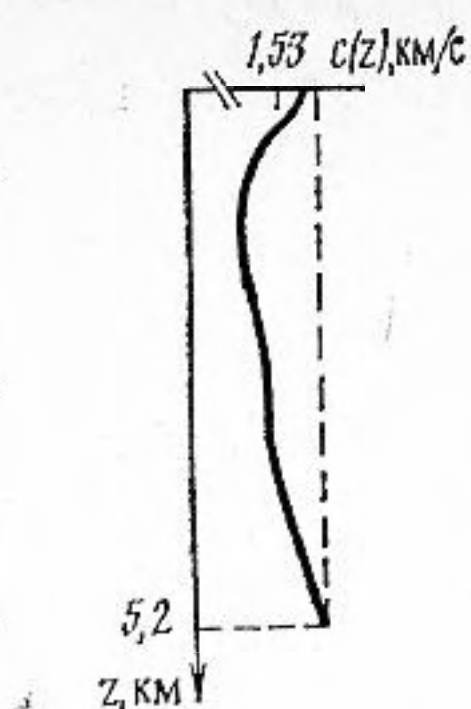


Рис. 2

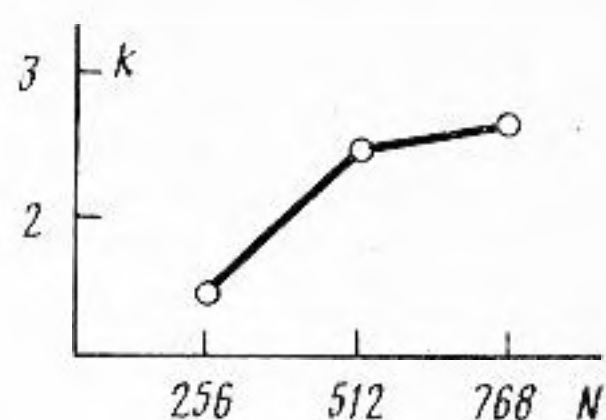


Рис. 3

Рис. 1. Нормированные профили импульса на различных расстояниях r от источника звука, $H=5,2$ км, $z_s=z_r=400$ м, $r=10, 15, 20$ км

Рис. 2. Профиль $c(z)$

Рис. 3. Зависимость коэффициента ускорения счета от густоты сетки по глубине

Пример расчета искажения сигнала по алгоритму (1)–(3) приведен на рис. 1 для часто применяемого импульсного сигнала типа сжатие – разряжение [3, 4]:

$$f(t) = \begin{cases} \sin\left(\pi \frac{t}{T_0}\right) - \frac{1}{2} \sin\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right), & 0 < t < T_0, \\ 0, & t > T_0, \end{cases}$$

спектр которого имеет особые точки и на больших частотах спадает по линейному закону. Скорость звука в волноводе считалась не зависящей от времени, ее профиль изображен на рис. 2. Характерной особенностью численного решения является его раскочка с ростом r при $0 < t < T_0$. Этот эффект связан с отбрасыванием остатка ряда (2) и проявляется тем сильнее, чем меньше порядок гладкости $f(t)$ при $t=T_0$.

Экономия времени при использовании в расчетах матричного процессора существенно зависит от числа узлов в сетке по глубине: чем гуще сетка, тем интенсивнее загружается АР и тем меньше отношение времени ввода – вывода информации из АР к времени выполнения заданной последовательности вычислительных операций. Зависимость коэффициента ускорения счета k от числа узлов сетки N показана на рис. 3. Максимальный коэффициент ускорения получается при $N=768$ и равен 2,79. Эта величина проигрывает той, которую указывают разработчики АР примерно в 2 раза. Но такой коэффициент ускорения возможен, по-видимому, лишь для специально подобранных задач. Наличие особенностей на границах, большой удельный вес операций деления и необходимость вычисления специальных функций не позволяют достичь максимального коэффициента ускорения счета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Porter R. Transmission and reception of transient signals in a SOFAR channel // J. Acoust. Soc. Amer. 1973. V. 54. № 4. P. 1081–1091.
2. Варнавин С. В. и др. О лучевых методах прогнозирования параметров интерференционной структуры широкополосного звука в стратифицированном океане // Интерференция широкополосного звука в океане / Под ред. Зверева В. А., Орлова Е. Ф. Горький: ИПФ, 1984. С. 54–72.
3. Алексеев А. С., Михайленко Б. Г. Расчет нестационарных волновых полей в неоднородных средах // Вычислительные методы в геофизике / Под ред. Бабича В. М., Молоткова Л. А. М.: Наука, 1981. С. 6–21.
4. Михайленко Б. Г. Нестационарные сейсмические поля в неоднородных средах: численное исследование динамики волн. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1981.
5. Андрианкин Э. И., Андрущенко В. А., Холин Н. Н. Численное решение задач волновой динамики с использованием матричного процессора ЕС-1055М // ЖВМ и МФ. 1987. Т. 27. № 8. С. 1203–1211.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии Наук СССР

Поступило в редакцию
7.IV.1988