АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 5

УДК 551.463.21

ОСОБЕННОСТИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДВУМЕРНО-НЕОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

Буренков С. В.

Статья посвящена вопросам интерференции звука в двумерно-неоднородном волноводе. Получено и проанализировано выражение для пространственно-частотного инварианта в нерегулярном волноводе. Предсказан эффект фокусировки широкополосного звука континентальным склоном.

В работе [1] показано, что в плоскослоистом волноводе интерференционная структура звукового поля имеет устойчивую особенность, характеризуемую пространственно-частотным инвариантом

$$\beta = -dm_{\text{ф}}/dm_{\text{г}}, \tag{1}$$

где $m_{\text{ф}} = 1/c_{\text{ф}}$ и $m_{\text{г}} = 1/c_{\text{г}}$ — фазовая и групповая медленности. Особенность заключается в том, что если поле определяется группой мод с близкими номерами, то при изменении частоты относительное смещение интерференционного максимума будет пропорционально относительному изменению частоты

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{\beta}\frac{\Delta\omega}{\omega}. \tag{2}$$

В [2] приводится без каких-либо комментариев формула для β в случае двумерно-неоднородного волновода

$$\beta = -dm_{\text{ф}}(r)/d\overline{m_{\text{г}}}(r), \tag{3}$$

где

$$\overline{m_{\text{г}}}(r) = \frac{1}{r}\int_0^r m_{\text{г}}(x)\,dx$$

— средняя по волноводу групповая медленность.

Цель настоящей работы — установить границы применимости формулы (3), ее физический смысл, а также выяснить, насколько существенно отличие (3) от (1) и какие новые эффекты возможны в двумерно-неоднородном волноводе по сравнению с плоским.

Для вывода (3) в первую очередь необходимы те же предположения, что и для (1), а именно поле в точке приема должно определяться группой мод с близкими номерами; зависимость коэффициентов возбуждения от частоты можно не учитывать; зависимость $m_{\text{ф}}$ от $m_{\text{г}}$ для этой группы мод можно аппроксимировать линейной.

Кроме этого, в плавно-нерегулярном волноводе при дифференцировании выражения для интенсивности поля (среднего квадрата звукового давления)

$$I = \sum_{p,q} A_p(r)\,A_q^*(r)\,\psi_p(r,z)\,\psi_q^*(r,z)\exp i\int(\xi_p(r)-\xi_q(r))\,dr,$$

где $A_k(r)$ — коэффициенты возбуждения, $\psi_k(r, z)$ — собственные функции, $\xi_k(r)$ — собственные числа локальных мод, появятся дополнительные члены, содержащие производные $\partial A_k(r)/\partial r$, $\partial\psi_k(r, z)/\partial r$. Пренебречь этими

членами можно при условии

$$\frac{\partial}{\partial r}(A_p A_q) \ll \xi_{qp} A_p A_q, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\psi_p \psi_q) \ll \xi_{qp} \psi_p \psi_q, \tag{5}$$

где $\xi_{qp} = \xi_q - \xi_p$, т. е. при условии адиабатичности распространения. Действительно, полагая $\partial\psi(z, r)/\partial r \sim 1/M\psi$, где M — характерный масштаб изменения свойств среды, получаем из (5) известное условие адиабатичности $(\xi_{qp}M)^{-1} \ll 1$ [3], из которого в свою очередь следует (4). Естественно, (5) не будет выполняться в узлах собственных функций, но и вклада в поле эти моды не дадут, поскольку входят в общее поле с множителем ψ_k. То же самое можно сказать о модах с $A_k \approx 0$.

Как показано в работах [3, 4], условия малости взаимодействия мод в двух характерных случаях (изоскоростной волновод с наклонным дном и плоский волновод с переменным профилем $c(z, r)$) можно записать в виде

$$f \ll f_{\text{ад}}, \tag{6}$$

где

$$f_{\text{ад}} = \begin{cases} c_0/\pi\alpha H(r) & \text{для первого случая,} \\ \dfrac{n}{2\pi D \Delta n^2} & \text{для второго случая,} \end{cases}$$

f — частота, c_0 — скорость звука, $\alpha = dH/dr$ — наклон дна, $H(r)$ — глубина,

$$\Delta n^2 = D \int \psi_p \frac{\partial n^2}{\partial x} \psi_q \, dz,$$

D — период интерференции, n — показатель преломления $n = 1/c$. В [4] показано, что типичное значение $f_{\text{ад}}$ в глубоком океане (случай 2) составляет 600 Гц, в мелководных районах (случай 1) она, как правило, заметно меньше, т. е. (2), (3) применимы лишь для достаточно низких частот.

Еще одна трудность в обобщении (1), (2) на нерегулярный случай заключается в том, что в плоскослоистом волноводе заранее известны области, в которых поле действительно определяется группой мод с близкими номерами. Для переменного по трассе волновода этот вопрос должен решаться с учетом конкретных условий распространения.

Физический смысл (3) проще всего представить себе, используя лучевое представление поля, в котором $\overline{m_{\text{г}}}(r) = \tau/r$, где τ — время распространения, а $m_{\text{ф}}(r) = \cos\chi(r, z)/c(r, z)$, где $\chi(r, z)$ — угол скольжения в точке приема. Таким образом, интерференционная структура поля полностью определяется зависимостью времени распространения от угла прихода точно так же, как и в плоскослоистом волноводе. Соединяют же источник и приемник лишь набор лучей с дискретными χ_p. Поэтому естественно производную в (3) вычислять как параметрическую производную, считая p непрерывным параметром:

$$\frac{dm_{\text{ф}}}{dm_{\text{г}}} = \frac{dm_{\text{ф}}(p)}{dp} \Big/ \frac{dm_{\text{г}}(p)}{dn}. \tag{7}$$

При этом надо помнить, что при выводе (2), (3) амплитуды мод A_k считаются не зависящими от частоты и поэтому при расположении источника и приемника вблизи поверхности p в (6) фактически будет иметь смысл номера четверки лучей, а не отдельного луча.

Теперь рассмотрим, что дает (3) по сравнению с (1). Условие применимости адиабатического приближения [4] гласит, что собственное число моды ξ_p должно мало измениться на периоде интерференции D по сравнению с интервалом между соседними собственными значениями ξ_p и ξ_{p+1}. Учитывая $\xi_p = \omega m_{\text{ф}_p}$ и $D = 2\pi/(\xi_p - \xi_{l+1})$, запишем это условие:

$$m_{\text{ф}_p}(0) - m_{\text{ф}_p}(r) \ll \frac{2\pi r}{\omega D^2}. \tag{8}$$

Из (8) следует, что при $rc_0/fD^2 < 1$, $(m_\Phi(0) - m_\Phi(r))/m_\Phi(0) \ll 1$. Для $f = 100$ Гц и $D = 50$ км получаем $r < 166\,000$ км. Так как зависимость $m_\text{г}(r)$ от $m_\Phi(r)$ аппроксимируется линейной, то для каждого сечения

$$m_\text{г}(r) = m_0(r) + \frac{dm_\text{г}(r)}{dm_\Phi(r)} m_\Phi(r) = m_0(r) - \frac{1}{\beta(r)} m_\Phi(r), \tag{9}$$

где $\beta(r)$ — пространственно-частотный инвариант волновода сравнения. Используя (9), запишем

$$\overline{m_\text{г}}(r) = \frac{1}{r}\int_0^r m_\text{г}(x)\,dx = \frac{\int_0^r m_0(x)\,dx}{r} - \frac{1}{r}\int_0^r \frac{m_\Phi(x)}{\beta(x)}\,dx = \frac{1}{r}\int_0^r m_0(x)\,dx -$$

$$- \frac{m_\Phi(r)}{r}\int_0^r \frac{1 + \Delta m_\Phi(x)/m_\Phi(r)}{\beta(x)}\,dx \approx \frac{1}{r}\int_0^r m_0(x)\,dx - \frac{m_\Phi(r)}{r}\int_0^r \frac{dx}{\beta(x)},$$

$$\beta = -\frac{dm_\Phi(r)}{d\overline{m_\text{г}}(r)} \approx -\frac{1}{-\frac{1}{r}\int_0^r \frac{dx}{\beta(x)}} = \overline{\beta^{-1}(r)}^{-1}, \tag{10}$$

где черта означает усреднение по расстоянию.

Из (10) следует, что для волноводов, имеющих слабоменяющийся $\beta(r)$, β будет мало отличаться от плоского случая.

Рассмотрим в качестве примера идеальный волновод переменной глубины ($\beta(r) = \cos^2\chi(r) = 1 - \pi^2p^2/k^2H^2(r)$) с постоянным наклоном дна α, глубиной в точке приема H_2, источника — H_0. В этом случае (10) дает

$$\overline{\beta^{-1}(r)} = \frac{1}{r}\int_0^r \frac{dx}{1 - \frac{a^2}{(H_0 + \alpha x)^2}} = 1 + \frac{a}{2}\ln\frac{\left(1 - \frac{a}{H_2}\right)\left(1 + \frac{a}{H_0}\right)}{\left(1 + \frac{a}{H_2}\right)\left(1 - \frac{a}{H_0}\right)}, \tag{11}$$

где $a = \pi p/k$. Раскладывая (11) в ряд по a/H, получаем

$$\beta = 1 - \frac{a^2}{H_0H_2} + O\left(\frac{a^4}{H^4}\right). \tag{12}$$

При малых углах скольжения ($a/H \ll 1$) для этого волновода можно непосредственно вычислить β из (7). Используя $\overline{m_\text{г}} = 1/c\sqrt{1 - a^2/H_0H_2}$, получаем

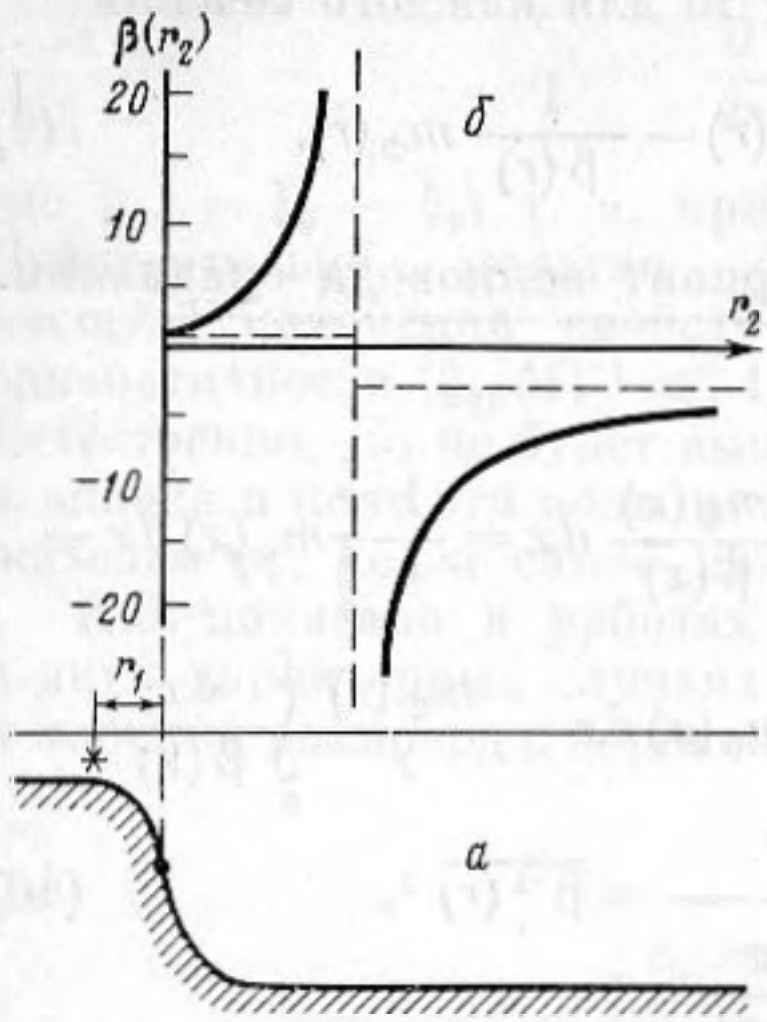
$$\beta = \frac{H_2}{H_0}\left(1 - \frac{a^2}{H_0H_2}\right) + O\left(\frac{\Delta H}{H}\,\frac{a^2}{H^2}\right). \tag{13}$$

Видно, что (13) отличается от (12) членом порядка $\Delta H/H$. Это совершенно закономерно, поскольку при выводе (10) пренебрегли малыми изменениями фазовой медленности с расстоянием. Пример показывает, что для волноводов, в которых $\beta(r)$ меняется слабо, поправки в β невелики и ошибка формулы (10) сравнима с этими поправками.

Однако из условий адиабатичности (6), т. е. плавности волновода, еще не следует плавность $\beta(r)$. Проиллюстрируем это утверждение еще одним примером. Пусть волновод состоит из мелкого участка длиной r_1 и глубокого океана с линейным профилем $c(z) = c_0 + \varkappa z$ длиной r_2 (рисунок *а*). Участки плавно соединены переходной зоной, размеры которой гораздо меньше r_1 и r_2, вдоль которой выполняется (6). Известно [1], что для линейного профиля $c(z)$ $\beta(r) \approx -3$, а в мелководной части $\beta(r) \approx 1$. Пренебрегая размерами переходной зоны, получаем из (10)

$$\beta = (r_1 + r_2)\Big/\left(r_1 - \frac{r_2}{3}\right). \tag{14}$$

Для анализа выражения (14) зафиксируем r_1 и, меняя r_2, построим график $\beta(r_2)$ (рисунок, *б*). Естественно, что при $r_2 \to 0$ $\beta \to 1$, а при $r_2 \to \infty$ $\beta \to -3$. Наиболее интересной особенностью поведения $\beta(r_2)$ является то, что он переходит от $\beta(\infty)$ к $\beta(0)$ не плавно через 0, а наоборот, имеет полюс в точке $r_2 = 3r_1$. Обращение β в ∞ соответствует тому, что при изменении частоты интерференционный максимум не смещается, поскольку «сжатие» структуры поля в глубоком океане компенсируется ее «растяжением» в мелком море. Следует отметить, что в широком диапазоне расстояний отличие β от β для глубоководной части волновода велико (так при $r_2 = 10\,r_1$, $\beta = -4{,}7$) и, следовательно, континентальный шельф сильно влияет на структуру поля даже в том случае, если его протяженность существенно меньше, чем общая длина трассы.



Поведение пространственно-частотного инварианта в модельном волноводе: *а* — геометрия задачи, звездочкой изображен приемник, пунктиром — граница раздела волноводов; *б* — зависимость β неоднородного волновода от длины его глубоководной части r_2

Идеализированную модель волновода, описанную выше, легко сопоставить с реальной средой. Действительно, пусть из открытого океана распространяется к берегу группа «водных» мод с близкими номерами. В некоторый момент при сколь угодно плавном изменении глубины тип мод изменится и скачком изменится $\beta(r)$ для соответствующего волновода сравнения. Эту точку и следует взять в качестве границы раздела волноводов описанной выше модели, хотя, конечно, (14) носит чисто иллюстративный характер и в конкретных случаях надо пользоваться (10) либо использовать ЭВМ для расчета зависимости времени распространения от угла прихода.

Особый интерес вызывает точка сингулярности $\beta(r_2)$, поскольку в этой точке (т. е. при соответствующем соотношении между r_1 и r_2) интерференционный максимум будет достигаться для всех частот одновременно. При этом интенсивность принятого сигнала $I = \int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} F(r, \omega)\, d\omega$, где $F(r, \omega)$ — спектральная плотность сигнала, будет иметь выраженный максимум, так как путь интегрирования в плоскости r, ω будет совпадать с «гребнем» передаточной функции волновода.

Поскольку в океане, как правило, $|\beta| > 1$, то сигнал от источника, расположенного на расстоянии r_2 от точки раздела, будет «фокусироваться» волноводом в точке, отстоящей от точки раздела на $r_2/|\beta|$, т. е. где-то в районе свала глубин (при не очень больших r_1). Эффект фокусировки широкополосного сигнала нерегулярным волноводом было бы интересно проверить экспериментально, тем более что подобный эксперимент сравнительно несложен.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чупров С. Д., Мальцев Н. Е.* Инвариант пространственно-частотной интерференционной структуры звукового поля в слоистом океане // Докл. АН СССР. 1981. Т. 257. № 2. С. 475—479.
2. *Чупров С. Д.* Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане. Акустика океана. Современное состояние / Под ред. Бреховских Л. М. и Андреевой И. Б. М.: Наука, 1982. С. 71—92.
3. *Бреховских Л. М., Лысанов Ж. П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Гидрометеоиздат, 1982. С. 159.
4. *Milder D. M.* Ray and wave invariants for SOFAR channel propagation // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 46(5). P. 1259—1263.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5.V.1988