АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 2

УДК 534.213.4

М. Е. Бассергисер, А. Г. Дорош

РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Рассмотрена осесимметричная задача расчета акустического поля в открытых и закрытых цилиндрических волноводах с торцевым либо боковым возбуждением колебаний. Составлены эквивалентные электроакустические схемы столба жидкости в виде многополюсников и приведены выражения для расчета их параметров. Проведена экспериментальная проверка предложенной методики расчета.

Расчет характеристик акустического поля в цилиндрическом волноводе — одна из классических задач акустики. Ее решения известны, в частности, для бесконечного волновода [1—3], для закрытого волновода конечной длины с произвольным распределением колебательной скорости на поверхности торцевого излучателя [4], для открытого волновода с боковым возбуждением [5].

Однако в ряде случаев внутренняя структура поля не является существенной, в то же время важное значение имеет учет условий на торцах и боковой поверхности, отличающихся от идеально жестких или податливых. Такие задачи встречаются, например, при вычислении акустических импедансов [2, 4] или при анализе электрических цепей, включающих жидкий акустический волновод в качестве передающего звена [5—7]. Границами столба жидкости в волноводе могут служить отражающие или поглощающие слои [1], а также расположенные на поверхностях преобразователи [5—8], обладающие конечным акустическим импедансом и резонансными свойствами.

Интегральный учет свойств столба жидкости в волноводе удобно проводить методом электроакустических аналогий [9, 10], представив столб жидкости в виде многополюсника. В работе [1] такой подход использован для описания поведения жидкости (газа) в волноводе, в котором распространяется плоская звуковая волна, при этом вход и выход четырехполюсника — торцевые поверхности волновода.

В настоящей работе столб жидкости в цилиндрическом волноводе рассматривается как акустический многополюсник с N входами, включающими как торцевые, так и боковые (кольцевого типа) рабочие поверхности. Это позволяет строить эквивалентные схемы для различных вариантов нагрузки и возбуждения колебаний на поверхностях волновода.

Варианты конструкции волновода представлены на рис. 1. Верхняя поверхность жидкости может быть закрыта жесткой крышкой ($а$) либо открытой ($б$), излучатель встроен в дно ($а$) либо в боковую поверхность в виде кольца ($б$). При боковом возбуждении колебательная скорость v_0 на поверхности излучателя считается равномерной, при донном возбуждении — задается зависимостью $v_0(r)$, где r — радиальная координата. Колебания считаются гармоническими и радиально-симметричными, боковые стенки и дно волновода — жесткими (кроме зон возбуждения колебаний).

Выражение для акустического давления p в любой точке поля для низких частот при донном возбуждении колебаний имеет вид [1—5]

$$p=p_0+j\omega\rho\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_p J_0(\beta_n r), \qquad (1)$$

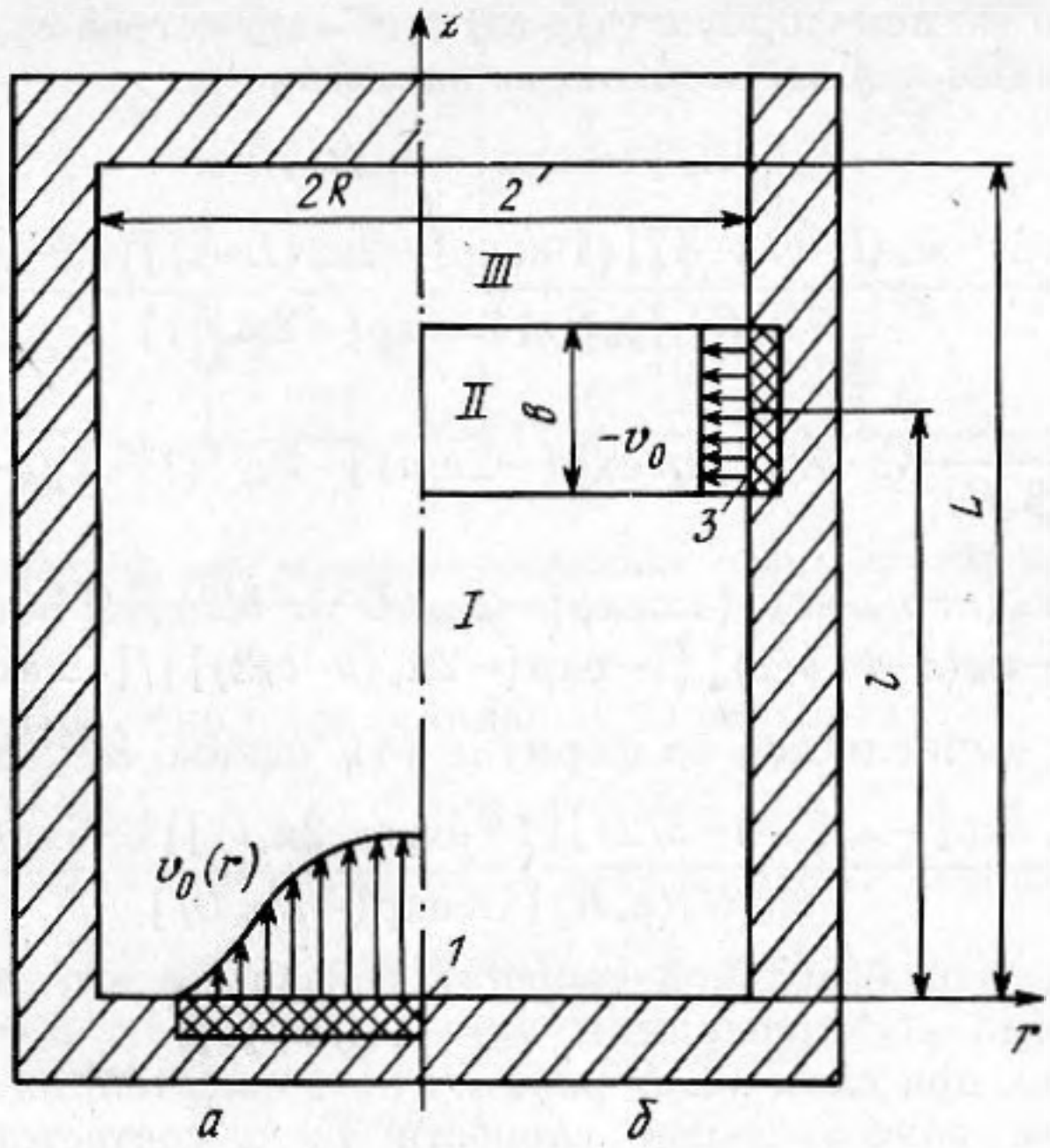

Рис. 1. Варианты конструкции волновода

где p_0 описывает плосковолновое приближение, а выражение под знаком суммы — неоднородные волны, причем для открытого волновода

$$p_0 = j\omega\rho\alpha_0 \sin k(L-z)/k \cos kL, \tag{2}$$

а для закрытого —

$$p_0 = -j\omega\rho\alpha_0 \cos k(L-z)/k \sin kL, \tag{3}$$

$J_\nu(x)$ — цилиндрическая функция Бесселя ν-го порядка; β_n — корень уравнения $J_1(\beta_n R)=0$; k — волновое число, $k=\omega/c$; ω — круговая частота, $\omega=2\pi f$; f — частота колебаний; ρ, c — плотность и скорость звука в жидкости; z — аксиальная координата. Остальные величины в формулах (1)—(3) равны:

$$\lambda_p = \lambda_n\{1 \mp \exp[-2\varkappa_n(L-z)]\}/\varkappa_n, \tag{4}$$

$$\lambda_n = \alpha_n \exp(-\varkappa_n z)/[1 \pm \exp(-2\varkappa_n L)], \tag{5}$$

$$\alpha_n = \frac{2}{R^2 J_0^2(\beta_n R)} \int_0^R r v_0(r) J_0(\beta_n r)\, dr, \tag{6}$$

где $\varkappa_n = \sqrt{\beta_n^2 - k^2}$; верхний знак соответствует открытому волноводу, нижний — закрытому.

При боковом возбуждении колебаний величина p также вычисляется по формуле (1), однако при этом для открытого волновода взамен (2) необходимо использовать

$$p_0^{\mathrm{I}} = j\omega\rho 4v_0 \sin k(L-l)\sin(kb/2)\cos kz/k^2 R \cos kL,$$

$$p_0^{\mathrm{II}} = \frac{j\omega\rho 2v_0}{k^2 R}\left[\frac{\cos k(L-l-b/2)\cos kz - \sin k(l-b/2)\sin k(L-z)}{\cos kL} - 1\right],$$

$$p_0^{\mathrm{III}} = j\omega\rho 4v_0 \cos kl \sin(kb/2)\sin k(L-z)/k^2 R \cos kL,$$

а для закрытого волновода взамен (3) необходимо использовать

$$p_0^{\mathrm{I}} = -j\omega\rho 4v_0 \cos k(L-l)\sin(kb/2)\cos kz/k^2 R \sin kL,$$

$$p_0^{\mathrm{II}} = \frac{j\omega\rho 2v_0}{k^2 R}\left[\frac{\sin k(L-l-b/2)\cos kz + \sin k(l-b/2)\cos k(L-z)}{\sin kL} - 1\right],$$

$$p_0^{\mathrm{III}} = -j\omega\rho 4v_0 \cos kl \sin(kb/2)\cos k(L-z)/k^2 R \sin kL.$$

Соответственно взамен формул (4), (5) для параметров λ_p, λ_n, определяющих неоднородные волны, необходимо записать:

$$\lambda_p{}^{\mathrm{I}}=\lambda_n{}^{\mathrm{I}}[1+\exp(-2\varkappa_n z)]/\varkappa_n,$$

$$\lambda_n{}^{\mathrm{I}}=\frac{v_0\exp[-\varkappa_n(l-b/2-z)]\{1\mp\exp[-2\varkappa_n(L-l)]\}[1-\exp(-\varkappa_n b)]}{\varkappa_n R J_0(\beta_n R)[1\pm\exp(-2\varkappa_n L)]},$$

$$\lambda_p{}^{\mathrm{II}}=\frac{v_0}{\varkappa_n{}^2 R J_0(\beta_n R)}\langle 2-\lambda_{n1}{}^{\mathrm{II}}[1+\exp(-2\varkappa_n z)]-\lambda_{n2}{}^{\mathrm{II}}\{1\mp\exp[-2\varkappa_n(L-z)]\}\rangle,$$

$$\lambda_{n1}{}^{\mathrm{II}}=\exp[-\varkappa_n(l+b/2-z)]\{1\pm\exp[-2\varkappa_n(L-l-b/2)]\}/[1\pm\exp(-2\varkappa_n L)],$$
$$\lambda_{n2}{}^{\mathrm{II}}=\exp[-\varkappa_n(z-l+b/2)]\{1-\exp[-2\varkappa_n(l-b/2)]\}/[1\pm\exp(-2\varkappa_n L).$$

Величина $\lambda_p{}^{\mathrm{III}}$ вычисляется по формуле (4), однако $\lambda_n{}^{\mathrm{III}}$ при этом равна:

$$\lambda_n{}^{\mathrm{III}}=\frac{v_0\exp[-\varkappa_n(z-l-b/2)][1+\exp(-2\varkappa_n l)][1-\exp(-\varkappa_n b)]}{\varkappa_n R J_0(\beta_n R)[1\pm\exp(-2\varkappa_n L)]}.$$

Компоненты колебательной скорости связаны с акустическим давлением известными соотношениями $v_z=-(1/j\omega\rho)\partial p/\partial z$, $v_r=-(1/j\omega\rho)\partial p/\partial r$. В общем случае, при наличии N рабочих поверхностей, на которых действуют объемные колебательные скорости $\dot{V}_i$ и соответственно средние акустические давления p_i, уравнения связи между ними можно записать в виде [1, 9, 10]:

$$p_i=\sum_{j=1}^{N} Z_{ij}\dot{V}_j, \qquad i=1, 2, \ldots, N, \tag{7}$$

где Z_{ij} — акустические импедансы, определяемые из условий

$$Z_{ij}=p_i/\dot{V}_j \text{ при } \dot{V}_{(j\neq i)}=0. \tag{8}$$

Методику вычисления Z_{ij} и построения эквивалентных схем проиллюстрируем примером для $N=3$. В качестве рабочих поверхностей выбираем донную ($i=1$), верхнюю ($i=2$) и боковую ($i=3$) в соответствии с рис. 1. Согласно (8), вычисление акустических импедансов Z_{i1} должно проводиться при $\dot{V}_2=\dot{V}_3=0$, что соответствует закрытому волноводу с донным возбуждением. Объемная колебательная скорость на поверхности *1* равна $\dot{V}_1=\pi R^2\alpha_0$, что следует непосредственно из определения коэффициента α_0 (6). Объемная колебательная скорость на поверхности *3* при работе бокового излучателя и средние акустические давления во всех вариантах расчета определяются по формулам

$$\dot{V}_3=2\pi R b v_0, \qquad p_i=\frac{1}{S_i}\int_{s_i} p_i\, dS_i.$$

Подставляя сюда выражения (1), (3), получим

$$Z_{11}=\frac{\rho c^2 k\cos kL}{j\omega\pi R^2\sin kL}, \qquad Z_{21}=\frac{\rho c^2 k}{j\omega\pi R^2\sin kL}. \tag{9}$$

В формулах для Z_{11} и Z_{21} компоненты, определяемые неоднородными волнами, отсутствуют, что, однако, не является общим свойством всех рассматриваемых акустических импедансов. Тем не менее быстрое ослабление неоднородных составляющих акустической волны, наблюдаемое по мере удаления от источника неоднородности (в том числе излучателя) в волноводе с жесткими стенками [3, 5], а также сглаживание влияния неоднородностей поля при интегрировании позволяют пренебречь указанными составляющими при вычислении интегральных характеристик. Учитывая также идентичность решений по отношению к поверхностям *1* и *2* (при $\dot{V}_3=0$) и следующее из принципа взаимности соотношение $Z_{ij}=$

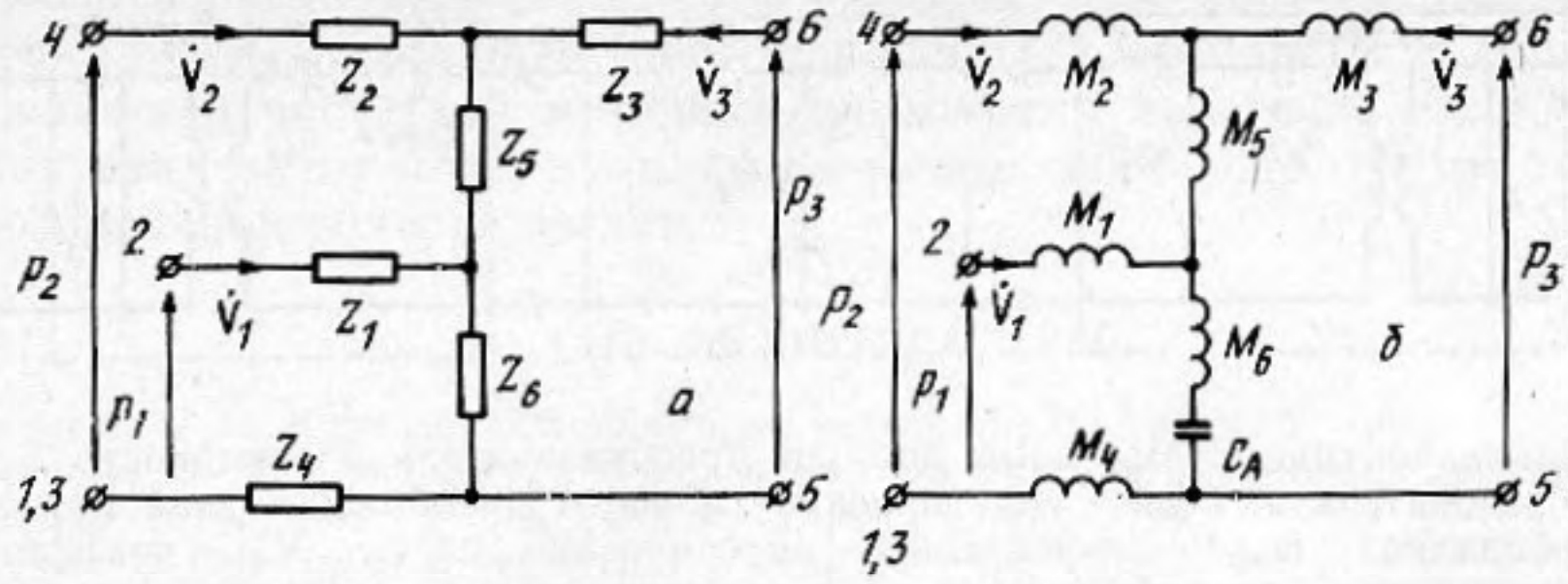

Рис. 2. Эквивалентные электроакустические схемы столба жидкости в волноводе при трех рабочих поверхностях: *а* – полная, *б* – приближенная

$=Z_{ji}$, запишем выражения для остальных импедансов:

$$Z_{22}=Z_{11},\quad Z_{12}=Z_{21},$$

$$Z_{31}=Z_{13}=2\rho c^2\cos k(L-l)\sin(kb/2)/j\omega\pi R^2 b\sin kL,$$

$$Z_{32}=Z_{23}=2\rho c^2\cos kl\sin(kb/2)/j\omega\pi R^2 b\sin kL, \qquad (10)$$

$$Z_{33}=\frac{\rho c^2}{j\omega\pi R^2 b}\left[1-\frac{\sin(kb/2)}{kb/2}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\sin k(L-l-b/2)\cos kl+\sin k(l-b/2)\cos k(L-l)}{\sin kL}\right].$$

Уравнениям (7) при $N=3$ можно поставить в соответствие эквивалентную электроакустическую схему шестиполюсника, одна из форм которой показана на рис. 2, *а*, где $Z_1=Z_{11}-Z_{12}$, $Z_2=Z_{11}-Z_{12}-Z_{23}+Z_{13}$, $Z_3=Z_{33}-Z_{23}$, $Z_4=Z_{12}-Z_{13}$, $Z_5=Z_{23}-Z_{13}$, $Z_6=Z_{23}$. Раскладывая выражения (9), (10) для Z_{ij} в ряды по степеням $j\omega$ и ограничиваясь членами, содержащими $j\omega$ в первой степени, получим параметры приближенной эквивалентной схемы (рис. 2, *б*):

$$M_1=\frac{M_A}{2},\quad M_2=M_A\left[1-\left(\frac{l}{L}\right)\right],$$

$$M_3=\frac{M_A}{2}\left[1-2\left(\frac{l}{L}\right)+\left(\frac{l}{L}\right)^2-\frac{b}{3L}+\frac{1}{12}\left(\frac{b}{L}\right)^2\right],$$

$$M_4=-\frac{M_A}{2}\left[1-2\left(\frac{l}{L}\right)+\left(\frac{l}{L}\right)^2+\frac{1}{12}\left(\frac{b}{L}\right)^2\right],$$

$$M_5=-\frac{M_A}{2}\left[1-2\left(\frac{l}{L}\right)\right],\quad M_6=\frac{M_A}{3}\left[1-3\left(\frac{l}{L}\right)+\frac{3}{2}\left(\frac{l}{L}\right)^2+\frac{1}{8}\left(\frac{b}{L}\right)^2\right],$$

$M_A=m/S^2$, $C_A=V/\rho c^2$, $V=SL$, $S=\pi R^2$, $m=\rho V$. По физическому смыслу C_A и M_A – акустические гибкость и масса среды в волноводе.

Из эквивалентных схем шестиполюсника (рис. 2) могут быть получены как частные случаи эквивалентные схемы четырехполюсников, если на одной из поверхностей будет задана известная нагрузка. Например, если $\dot V_3=0$, а рабочими поверхностями являются верхняя и нижняя ($i=1, 2$), то данный случай соответствует жесткой поверхности *3* и разомкнутым клеммам *5*, *6* (рис. 2). В этом случае приближенная эквивалентная схема четырехполюсника будет иметь вид (рис. 3, зона *2*), а ее параметры равны $M_1'=M_2'=M_A/2$, $M_3'=-M_A/6$. Аналогичный результат может быть получен из анализа коэффициентов четырехполюсника, приведенных в работе [1, с. 86].

Рассмотрим другой случай четырехполюсника, когда рабочими поверхностями являются донная и боковая ($i=1, 3$). Если волновод закрыт ($\dot V_2=0$), то клеммы *3*, *4* (рис. 2) разомкнуты, и приближенная эквивалентная схема также имеет вид, показанный на (рис. 3, зона *2*), а ее

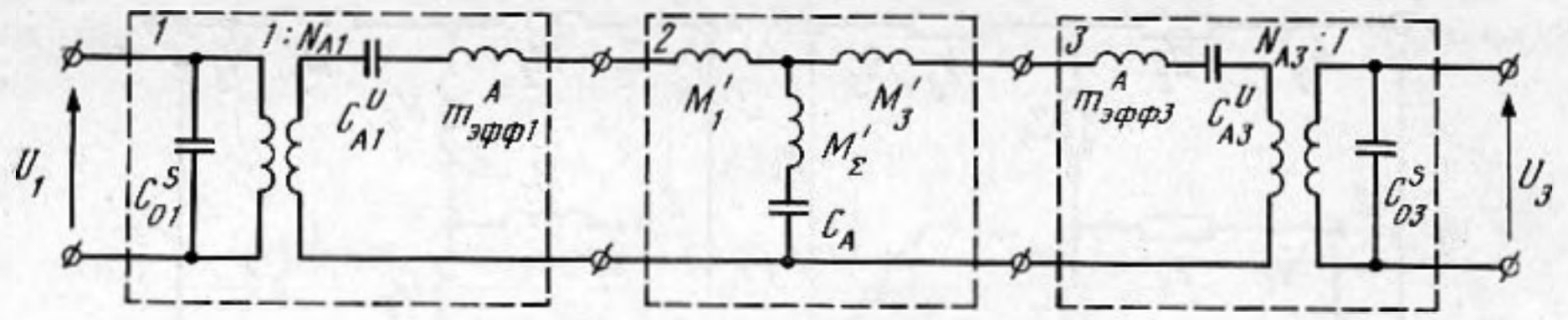

Рис. 3. Эквивалентная схема цепи донный преобразователь *1* – жидкость *2* – боковой преобразователь *3*: $C_{Ai}{}^U$ – акустические гибкости преобразователей при закороченных обкладках, $m_{эф}{}^A$ – эффективные акустические массы, N_{Ai} – коэффициенты электроакустической трансформации, $C_{0i}{}^S$ – электрические емкости заторможенных преобразователей, C_A, M_{Ai}' – эквивалентные параметры столба жидкости

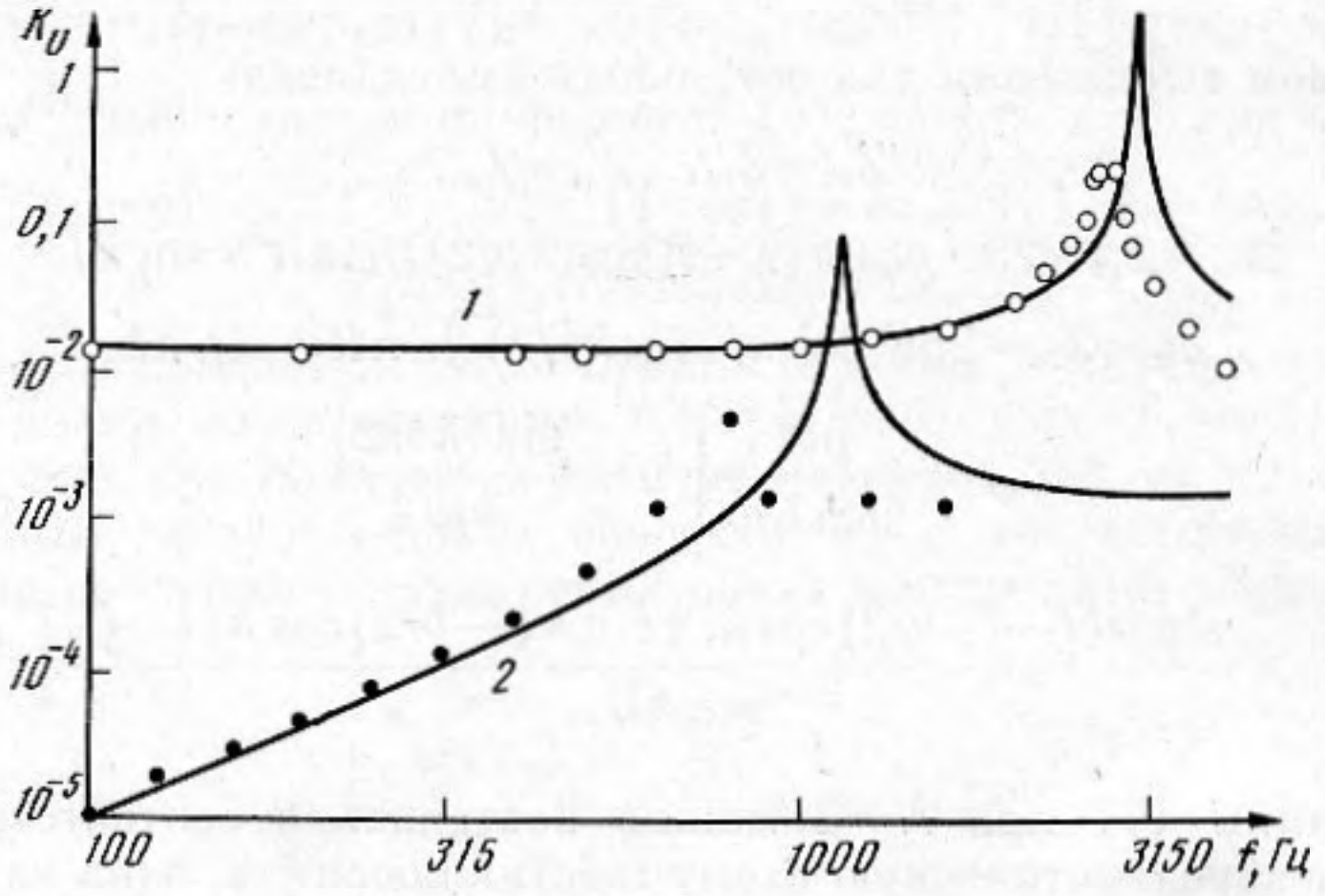

Рис. 4. Частотные зависимости коэффициентов передачи по напряжению: *1* – от входа преобразователя *3* к выходу преобразователя *1* (закрытый волновод с размерами L=0,13 м, R=0,03, l=0,081, b=0,032 м); *2* – от входа преобразователя *1* к выходу преобразователя *3* (открытый волновод с размерами L=0,157 м, R=0,048, l=0,089, b=0,05 м)

параметры равны:

$$M_1'=M_A\left[\frac{l}{L}-\frac{1}{2}\left(\frac{l}{L}\right)^2-\frac{1}{24}\left(\frac{b}{L}\right)^2\right],\quad M_\Sigma'=M_6,$$
$$M_3'=M_A\left[\frac{1}{2}\left(\frac{l}{L}\right)^2-\frac{1}{6}\frac{b}{L}+\frac{1}{24}\left(\frac{b}{L}\right)^2\right]. \tag{11}$$

Если же волновод открыт (p_2=0), то в эквивалентной схеме четырехполюсника (рис. 3, зона *2*) отсутствует элемент C_A, при этом

$$M_1'=M_A\frac{l}{L},\quad M_3'=-M_A\frac{b}{6L},\quad M_\Sigma'=M_A\left(1-\frac{l}{L}\right). \tag{12}$$

С целью экспериментальной проверки методики расчета были проведены исследования коэффициента передачи по напряжению между преобразователями *1* и *3* (рис. 1). Расчет проводился по эквивалентной схеме электроакустической цепи, представленной на рис. 3. Параметры эквивалентных схем использованных пьезопреобразователей определялись экспериментально. Также экспериментально (на основе метода взаимности [6]) определялась акустическая гибкость C_A. Акустические массы M_i' определялись расчетным путем по формулам (11), (12).

На графиках (рис. 4) приведены расчетные и экспериментальные частотные зависимости коэффициентов передачи по напряжению между преобразователями *1* и *3*. В целом согласие расчетных зависимостей с экспериментальными можно считать удовлетворительным в частотном диапазоне до первого резонанса, наблюдаемого в исследуемой электроакустической цепи. Такое согласие имеет место для различных габаритов

волновода и различных режимов его работы, что свидетельствует о справедливости структуры эквивалентной схемы и возможности применения предложенной расчетной методики для оценки интегральных характеристик акустического поля в цилиндрическом волноводе, по крайней мере в дорезонансной области частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ржевкин С. Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во МГУ, 1960.
2. *Ржевкин С. Н.* К вопросу о присоединенной массе в неоднородных акустических волноводах // Акуст. журн. 1965. Т. 11. № 3. С. 371–379.
3. *Скучик Е.* Основы акустики./Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
4. *Крупин Б. Н.* К расчету импеданса круглых мембран в конечном волноводе // Тр. ВНИИ физ.-техн. и радиотехн. измерений. 1975. Вып. 23(53). С. 43–47.
5. *Дмитревский Н. Н., Павлов Л. Е., Сильвестров С. В.* Акустическое поле в резонаторе с активными импедансными нагрузками // Акуст. журн. 1974. Т. 20. № 6. С. 832–837.
6. *Боббер Р. Дж.* Гидроакустические измерения. М.: Мир, 1974.
7. *Голенков А. Н.* Вопросы градуировки гидрофонов // Тр. ВНИИ физ.-техн. и радиотехнич. измерений. 1975. Вып. 23(53). С. 52–63.
8. *Beatty L. G.* Reciprocity Calibration in a Tube with Active-Impedance Termination // J. Acoust. Soc. Amer. 1966. V. 39. № 1. P. 40–47.
9. *Харкевич А. А.* Теория преобразователей. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1948.
10. *Римский-Корсаков А. В.* Электроакустика. М.: Связь, 1973.

Научно-производственное объединение «Система»

Поступила в редакцию 05.01.89

M. E. Wassergiser, A. G. Dorosh

CALCULATION OF INTEGRAL CHARACTERISTICS OF AN ACOUSTIC FIELD IN A FINITE LENGTH CYLINDRICAL WAVEGUIDE

An axisymmetric problem of the acoustic field calculation in opened and closed cylindrical waveguides with the butt or lateral vibrations excitation is considered. The equivalent electroacoustic networks of a liquid column as multipolars are presented and the formulas for its parameters calculation are given. The experimental control of the proposed calculation method has been carried out.