АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 2

УДК 534.2
© 1990 г.

Н. Е. Вигдорчик

К ТЕОРИИ УСИЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛАСТИНАХ

Рассматриваются нелинейные эффекты, ограничивающие усиление акустических солитонов в пьезополупроводниковых пластинах, помещенных в постоянное электрическое поле. Показано, что концентрационная нелинейность, связанная с электронным поглощением, проявляется гораздо раньше, чем решеточная, связанная с акустическим поглощением волн в кристаллах. Нелинейные эффекты приводят к ограничению роста амплитуды солитона, которая зависит от величины постоянного электрического поля.

В последнее время интенсивно изучается возможность существования акустических уединенных волн в различных средах [1–9]. В работах [1–3] рассматривалось распространение акустических видеосолитонов, описываемых уравнением Кортевега – де Вриза. При этом нелинейный член определялся упругой нелинейностью, а дисперсионный – геометрической дисперсией (толщиной пластины и диаметром стержня). Наряду с распространением видеосолитонов в работе [4] была показана возможность существования в кристаллах акустических солитонов огибающей (радиосолитонов), описываемых нелинейным уравнением Шредингера. Кроме того, если в среде имеются парамагнитные примеси, то в ней возможно распространение уединенных акустических импульсов (солитонов Мак-Кола и Хана), описываемых уравнениями самоиндуцированной прозрачности [5, 6]. Экспериментально в ограниченных полупроводниках были обнаружены акустические видеосолитоны [7]. В работе [8] проведено численное исследование возможности существования акустических уединенных импульсов в безграничных пьезополупроводниках. При этом нелинейный член определялся концентрационной нелинейностью, а дисперсионный – временной дисперсией, связанной с черенковским излучением звука электронами.

Условия возможности существования и усиления акустических солитонов в пьезополупроводниковых пластинах, помещенных в постоянное электрическое поле E_0, рассматривались в [9]. Было показано, что в случае, когда дрейфовая скорость носителей больше скорости звука, возможно усиление акустических уединенных волн. Однако вопрос об ограничении амплитуды солитона в работе [9] не был рассмотрен.

В настоящей работе теоретически рассматривается ограничение роста амплитуды акустических солитонов благодаря концентрационной нелинейности, связанной с электронным поглощением, и решеточной нелинейности, связанной с акустическим поглощением солитонов в кристаллах. Аналогично работе [9] рассматриваем сдвиговые акустические солитоны в гексагональном полупроводниковом кристалле класса $6mm$ со смещениями вдоль выделенной оси (ось z) $u_z(x, y)$. Постоянное электрическое поле приложено вдоль распространения волны (ось x). Система уравнений, описывающих связанные колебания решетки и носителей тока, имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = s^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \frac{\beta}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right) - s_1^2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^3 - s_2^2 \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^3 - \nu\Delta \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (1)$$

$$-\varepsilon\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right)+4\pi\beta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=4\pi n' e, \tag{2}$$

$$\frac{\partial n'}{\partial t}+v_0\nabla n'-\frac{\sigma}{e}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right)-\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(n'\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right),$$

$$-D\left(\frac{\partial^2 n'}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 n'}{\partial y^2}\right)=0. \tag{3}$$

Здесь ε — диэлектрическая проницаемость, φ — потенциал электрического поля, β — пьезоэлектрическая постоянная, n' — отклонение концентрации носителей от равновесного значения n_0, $\eta^2=4\pi\beta^2/\varepsilon\rho s^2$ — коэффициент электромеханической связи, D — коэффициент диффузии, s — скорость поперечного звука, $v_0=\mu E_0$ — дрейфовая скорость носителей, μ — их подвижность, σ — проводимость полупроводника, u — смещение решетки, ξ — ее деформация, ρ — плотность, ν — вязкость, $\tau=\varepsilon(4\pi\sigma)^{-1}$ — максвелловское время релаксации.

Аналогично [9] решаем систему (1)—(3) в приближении

$$k\tau|v_0-s|>1 \tag{4}$$

и

$$(v_0-s)^2\gg D/\tau. \tag{5}$$

Поскольку для тонкой пластины выполняется соотношение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=-\eta^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+d^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right), \tag{6}$$

система (1)—(3) может быть преобразована к одномерному виду. Сначала будем предполагать, что концентрационная нелинейность больше акустической [10]. В нулевом приближении считаем, что все величины зависят лишь от $(x-Wt)$, где W — скорость волны. Подставляя в нелинейный член $n'\ \partial\varphi/\partial x$ из линеаризованного уравнения движения (1), с учетом акустической вязкости получаем

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(n!\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)=-\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho^2\frac{(s^2-W^2)^2\varepsilon}{4\pi\beta^2 e}\frac{\partial\xi^2}{\partial x}+\frac{\rho^2\varepsilon(s^2-W^2)W\nu}{4\pi\beta^2 e}\frac{\partial^2\xi^2}{\partial x^2}\right]. \tag{7}$$

В результате уравнение непрерывности примет вид

$$(v_0-W)\frac{\partial n'}{\partial x}+\frac{n'}{\tau}=\frac{4\pi\beta\sigma}{e\varepsilon}\frac{\partial\xi}{\partial x}-$$

$$-\frac{\varepsilon\rho^2(s^2-W^2)^2\mu}{4\pi\beta^2 e}\frac{\partial^2\xi^2}{\partial x^2}-\frac{\rho^2(s^2-W^2)W\varepsilon\nu\mu}{4\pi\beta^2 e}\frac{\partial^3\xi^2}{\partial x^3}, \tag{8}$$

откуда

$$n'=\frac{4\pi\sigma\beta}{\varepsilon e(v_0-W)}\xi-\frac{\varepsilon\rho^2(s^2-W^2)^2\mu}{4\pi\beta^2 e(v_0-W)}\frac{\partial\xi^2}{\partial x}-\frac{\varepsilon\rho^2(s^2-W^2)W\nu}{4\pi\beta^2 e}\frac{\partial^2\xi^2}{\partial x^2}-$$

$$-\frac{4\pi\sigma\beta}{\varepsilon e(v_0-W)^2\tau}e^{-\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\int e^{\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\xi\,dx+$$

$$+\frac{\varepsilon\rho^2(s^2-W^2)^2\mu}{4\pi\beta^2 e(v_0-W)^2\tau}e^{-\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\int e^{+\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\frac{\partial\xi^2}{\partial x}dx. \tag{9}$$

Подставляя это выражение в уравнение движения (1) и рассматривая движение в одну сторону, используя стандартную процедуру [11], придем к уравнению Кортевега — де Вриза с малыми возмущающими членами:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}+s\frac{\partial\xi}{\partial x}-\frac{\eta^2 s d^2}{2}\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}+\frac{\rho(s^2-W^2)^2\mu}{\beta(v_0-W)}\frac{\partial\xi^2}{\partial x}=\frac{\nu}{2s}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\eta^2 s}{\tau(v_0-W)}\xi-$$

$$-\frac{\eta^2 s}{\tau^2(v_0-W}e^{-\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\int e^{\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\xi\,dx-\frac{\rho\mu\nu W(s^2-W^2)}{2\beta s(v_0-W)}\frac{\partial^2\xi^2}{\partial x^2}+$$

$$+\frac{\rho(s^2-W^2)^2\mu}{2\beta s(v_0-W)^2\tau}e^{-\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\int e^{\frac{x}{(v_0-W)\tau}}\frac{\partial\xi^2}{\partial x}dx. \qquad (10)$$

В консервативном приближении, когда малыми членами в правой части можно пренебречь, уравнение (10) имеет следующее солитонное решение:

$$\xi_0=A\,\mathrm{sech}^2[k_0(x-Wt)], \qquad (11)$$

$$A=\frac{3\beta^2}{\rho s^2}\frac{v_0-W}{\mu\beta}\frac{s^2}{s^2-W^2}, \quad k_0^2=\frac{s-W}{s}\frac{1}{4\eta^2d^2}.$$

Отметим, что поскольку волны Гуляева — Блюстейна в тонких пластинах в линейном приближении обладают положительной дисперсией [9], то солитон (11) представляет собой впадину, а не горб [12].

Два первых члена в правой части определяют порог неустойчивости в постоянном электрическом поле. Третий член дает малую поправку к порогу неустойчивости по параметру $(k/v_0-W/\tau)^{-1}<1$.

Последние два члена дают ограничение роста амплитуды солитона в постоянном электрическом поле. Отношение предпоследнего члена в (10) к последнему равно

$$\frac{\nu\tau(v_0-s)}{\eta^2sd^2}. \qquad (12)$$

Для Cds $\eta^2=0{,}04$, $s=1{,}75\cdot10^5$ см/с, $\nu=2\cdot10^{-2}$ см^2/с, $\tau=10^{-7}$ с, $\mu=9\cdot10^4$ см^2/с ед. CGCE, $\beta=6{,}3\cdot10^4$ ед. CGCE, так что отношение (12) составит 10^{-5} (v_0-s/s). С учетом неравенств (4) и (5) оно всегда много меньше единицы, поэтому концентрационная нелинейность, связанная с электронным поглощением, больше акустической, связанной с вязкостным поглощением звука.

Для нахождения стационарной амплитуды солитона воспользуемся методом, развитым в [13, 14] для солитонов огибающей. Так как односолитонное решение уравнения Кортевега — де Вриза является однопараметрическим [12] и скорость солитона однозначно связана с его амплитудой (11), то амплитуда солитона будет медленно изменяться под действием малых неконсервативных членов в правой части (10). Предполагая в решении (11) амплитуду солитона медленно меняющейся функцией времени и воспользовавшись законом сохранения квазиимпульса для уравнения Кортевега — де Вриза [15],

$$P=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\xi^2(x,t)\,dx, \qquad (13)$$

можно получить следующее уравнение для $A(t)$:

$$\frac{\partial A}{\partial t}=\frac{\eta^2sA}{\tau_0(v_0-W)}+\frac{2}{5}\nu Ak_0^2-\nu\eta^2d^2k_0^4A+\frac{C\rho(s^2-W^2)^2\mu}{2\beta s(v_0-W)^2\tau}A^2. \qquad (14)$$

Здесь $C=0{,}24$ — безразмерная константа, образующаяся при интегрировании последнего члена в (10) в бесконечных пределах. Из (14) следует, что существует стационарная амплитуда солитона, которая в пренебрежении диффузией и акустической вязкостью равна

$$A=-\left(\frac{v_0-s}{0{,}24\cdot\mu\beta}\right). \qquad (15)$$

Для Cds при $E_0=2400$ В/см $A=-4\cdot10^{-4}$. Выражение (15) получено при условиях

$$A>\frac{\eta^2s}{\mu\beta} \qquad (16)$$

и

$$A > \frac{\nu(v_0-s)^2\tau}{\eta^2 s\mu\beta d^2}. \tag{17}$$

Неравенство (16) более жесткое и для Cds дает $A>10^{-6}$. Отметим, что стационарная амплитуда отрицательна, поскольку акустический солитон Гуляева — Блюстейна представляет собой впадину.

В случае преобладания акустической нелинейности по сравнению с концентрационной, когда

$$A^3 > \frac{3\eta^2}{16\pi^2}\frac{v_0-s}{\mu\beta}, \tag{18}$$

система (1)—(3) приводится к модифицированному уравнению Кортевега — де Вриза с такой же правой частью, как и в (10). Решение модифицированного уравнения Кортевега — де Вриза в консервативном приближении имеет вид [9]

$$\xi=A_1\,\mathrm{sech}[k_0(x-Wt)], \tag{19}$$

$$A_1=\sqrt{\frac{2(s-W)}{s}}, \quad k_0^2=\frac{s-W}{s}\frac{1}{\eta^2 d^2}.$$

В случае преобладания акустической нелинейности отношение предпоследнего члена в (10) к последнему равно

$$\frac{16\pi^2}{3\eta^2}\frac{A^3\mu\beta}{(v_0-s)}(v_0-s)k_0\tau\frac{\nu k_0}{s}. \tag{20}$$

Поскольку для реальных амплитуд акустических солитонов неравенства (4) и (18) не могут быть слишком жесткими (при больших интенсивностях звука появляются большие деформации, приводящие к разрушению кристалла), член с концентрационной нелинейностью, связанной с электронным поглощением, определяет стационарную амплитуду солитона. Воспользовавшись законом сохранения квазиимпульса для модифицированного уравнения Кортевега — де Вриза, можно получить уравнение для $A(t)$, аналогичное (14), но константа C в последнем члене будет другой. С учетом связи амплитуды и скорости солитона (19) и неравенства (16) можно получить следующее выражение для стационарной амплитуды акустического солитона:

$$A=-\eta^{4/5}\left(\frac{v_0-s}{0{,}11\cdot\mu\beta}\right)^{1/5}. \tag{21}$$

Для Cds при $E_0=2400$ В/см, $A=-1{,}2\cdot10^{-2}$, что совместимо с (18), поскольку неравенство (18) выполняется, когда $|A|>5\cdot10^{-3}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zabusky N. Y.* A synergetic approach to problems of nonlinear dispersive wave propagation and interaction // Nonlinear Partial Differential Equations/Ed. W. Ames. N. Y.: Acad. Press. 1967. P. 223–258.
2. *Островский Л. А., Сутин А. М.* Нелинейные упругие волны в стержнях // ПММ. 1977. Т. 41. Вып. 3. С. 531–537.
3. *Энгельбрехт Ю. К., Нигул У. К.* Нелинейные волны деформации. М.: Наука, 1981.
4. *Andersen D. R., Datta S., Gunshor R. L.* A Coupled mode approach to modulation instability and envelope solitons // J. Appl. Phys. 1983. V. 54. № 10. P. 5608–5612.
5. *Адамашвили Г. Т.* Нелинейные релеевские волны // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. В. 6. С. 2202–2208.
6. *Adamashvily G. T.* The soliton- of the Rayleigh wave // Phys. Letters. 1988. V. 130A. № 6/7. P. 350–353.
7. *Аветисян А. А., Гуляев Ю. В., Миргородский В. И.* Экспериментальное наблюдение солитонов в акустоэлектронной системе // ФТТ. 1986. Т. 28. В. 7. С. 2240–2243.
8. *Бурлак Г. Н., Гримальский В. В., Коцаренко Н. Я.* Уединенные импульсы при акустоэлектронном взаимодействии. Акустоэлектроника и физическая акустика. Казань: Казанск. фил. АН СССР. 1988. С. 88.
9. *Вигдорчик Н. Е., Иоффе И. В.* Возможность существования и усиления волн и солитонов типа Гуляева — Блюстейна в пьезополупроводниковых пластинах // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 986–991.

10. *Гуревич В. А., Лайхтман Б. Д.* О нелинейных эффектах, ограничивающих усиление звука в пьезоэлектриках // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 2. С. 598–611.
11. *Кунин И. А.* Теория упругих сред с микроструктурой. М.: Наука, 1975. 416 с.
12. *Кадомцев Б. Б.* Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976. 238 с.
13. *Рабинович М. И., Фабрикант А. Л.* Стохастическая автомодуляция волн в неравновесных средах // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. В. 2. С. 617–629.
14. *Фабрикант А. Л.* О нелинейной динамике волновых пакетов в диссипативной среде // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. В. 2. С. 470–478.
15. *Карпман В. И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 175 с.

Ленинградский технологический институт
им. Ленсовета

Поступила в редакцию
22.12.88

N. E. Vigdorchik

ON THE THEORY OF THE ACOUSTIC SOLITONS AMPLIFICATION IN PIEZO-SEMICONDUCTOR PLATES

Nonlinear effects limiting the acoustic solitons amplification in piezo-semiconductor plates, which are placed in a constant electric field, are considered. It is shown that the concentration nonlinearity connected with the electron absorption developes much earlier then the lattice one connected with the acoustic absorption of waves in crystals. The nonlinear effects result in the soliton amplitude growth limitation, which depends on the value of the constant electric field.