

УДК 534.231.1

© 1990 г.

*В. Б. Галаненко***К РАСЧЕТУ ПОЛЯ В ВОДНОМ СЛОЕ ПЕРЕМЕННОЙ ГЛУБИНЫ
НА ЖИДКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ**

Рассмотрена теоретическая схема расчета звукового поля в водном слое переменной толщины на жидком полупространстве с диссипацией звуковой энергии, развивающая метод поперечных сечений. Получены дифференциальные, либо интегродифференциальные уравнения для функций, описывающих распространение звука вдоль слоя.

Водный слой переменной толщины со свободной верхней границей, лежащий на жидком полупространстве, принят в ряде работ (например, [1–3]) в качестве подходящей модели для описания распространения звука в море, в частности в его прибрежной зоне. Исходя из представления о модальной структуре звукового поля авторы указанных работ исследуют либо распространение отдельно взятой моды [1, 2] и переход ее энергии в донное полупространство, либо распространение связанных мод, игнорируя при этом волны сплошного спектра [3]. Указанная неполнота описания звукового поля обуславливает потребность в теории, которая строго выводила бы структуру звукового поля в слое переменной толщины из волновых уравнений граничащих сред. Такой подход реализован в работе [4], где метод поперечных сечений обобщен на случай открытых волноводов, характеризующихся наличием волн как дискретного, так и непрерывного спектра. Однако уравнения, полученные в [4], не могут быть применены к рассматриваемой задаче. Во-первых, потому, что условия контакта граничащих сред содержат производную по нормали, а не по координате в плоскости сечения, что не позволяет применить метод плоских поперечных сечений непосредственно. Во-вторых, уравнения из [4] непригодны в том случае, когда на интервале изменения продольной координаты x имеются «особые» сечения $x=x_n$, в которых происходит изменение числа слагаемых дискретного спектра (термин «критические сечения» предпочтительно сохранить для тех поперечных сечений, где происходит заворот лучей [5]). Ясно, что в «особых» сечениях, где волны дискретного спектра «исчезают», дифференциальные уравнения, вытекающие из метода поперечных сечений, должны быть дополнены граничными условиями.

Цель настоящей работы — обоснование двух способов представления поля в слое переменной толщины на жидком полупространстве (дискретно-непрерывного или только дискретного), в выводе уравнений для компонент соответствующего разложения с учетом указанных выше особенностей задачи, в проведении расчетов, уточняющих некоторые параметры компонент поля.

Рассматривается звуковое поле в области, состоящей из нерегулярного участка, где глубина водного слоя и вертикальное распределение скорости звука в нем плавно зависят от продольной координаты x , и двух планарных волноводов с не зависящими от x параметрами. Подстилающее полупространство однородно и характеризуется плотностью ρ_2 и комплекснозначной скоростью звука c_2 .

Поле внутри нерегулярного участка является решением дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + L_n(x)p = 0, \quad x \in (0, x'), \quad z \in (0, \infty) \quad (1)$$

с заданными при $x=0$ и $x=x'$ граничными условиями, вытекающими из сшивания поля $p(z, x)$ с падающими, отраженными и прошедшими волнами. Оператор $L_n(x)$ определяется дифференциальным выражением $l_z p (l_z p = \partial^2 p / \partial z^2 + k_1(z, x) p$ при $z \in (0, h(x))$; $l_z p = \partial^2 p / \partial z^2 + k_2^2 p$ при $z > h(x)$) и граничными условиями, включающими в себя условие мягкой границы при $z=0$, условия контакта жидких сред при $z=h(x)$ и условие затухания при $z \rightarrow \infty$: $p=O(\exp(-\alpha z))$, $\alpha = \text{Im } k_2$.

Приведем сформулированную выше задачу к задаче для дифференциального уравнения (1), в котором оператор $L_n(x)$ заменен на $L_z(x)$, отличающийся от $L_n(x)$ только тем, что в условиях контакта стоит вместо $\partial/\partial n$ производная $\partial/\partial z$ (см. [6]). С этой целью условие контакта, выражающее равенство нормальных скоростей, перепишем в виде:

$$m \partial p / \partial z |_{h-0} - \partial p / \partial z |_{h+0} = (1-m) \frac{dh}{dx} \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{z=h}, \quad (2)$$

где $m = \rho_2 / \rho_1$.

Введем в каждом поперечном сечении вспомогательную функцию $g(z, x)$ как решение уравнения $l_z g = 0$ с упомянутыми ранее граничными условиями, включая (2), в котором правая часть заменена единицей. Предполагается искать решение задачи (1) в виде $p(z, x) = \tilde{p}(z, x) + f(x)g(z, x)$, где $\tilde{p}(z, x)$ удовлетворяет однородному условию (2). При этом задача (1) сводится к системе уравнений вида

$$\partial^2 \tilde{p} / \partial x^2 + L_z(x) \tilde{p} = -\partial^2 (fg) / \partial x^2, \quad (3)$$

$$f = (1-m) dh/dx (\partial p / \partial x + \partial (fg) / \partial x)_{z=h(x)}. \quad (4)$$

Видно, что функция $f = O(dh/dx)$.

Для применения метода поперечных сечений к (3) необходимо представить $\tilde{p}(z, x)$ разложением по собственным функциям оператора $L_z(x)$ (в дальнейшем указание на зависимость от координаты поперечного сечения x опускаем). Так как для последующего анализа потребуются явные выражения для коэффициентов этого разложения, получим его несколько иным способом, чем это сделано в [4, 7]. Перепишем (3) в виде $L_z p = s$, где $s = -(\partial^2 p / \partial x^2 + \partial (fg) / \partial x^2)$ (заметим, что $s = O(\exp(-\alpha z))$ при $z \rightarrow \infty$). Тогда $\tilde{p} = L_z^{-1} s$. Представим оператор L_z^{-1} интегралом от резольвенты по вещественной оси на плоскости γ . В свою очередь резольвента есть интегральный оператор с пределами интегрирования по z от 0 до ∞ , ядро которого — функция Грина поперечного сечения $G(z, z', \gamma^2)$ — может быть обычным способом выражена через решения двух начальных задач для уравнения: $l_z u = \gamma^2 u$. Одно из них удовлетворяет граничному условию при $z=0$

$$u = \begin{cases} \varphi_1(z, \gamma^2) & z < h \\ \frac{1}{2} (E^-(\gamma) \exp(-\kappa(z-h)) + E^+(\gamma) \exp(\kappa(z-h))) & z > h, \end{cases} \quad (5)$$

другое: $u_1(z)$ — граничному условию при $z \rightarrow \infty$. Здесь $\kappa = (\gamma^2 - k_2^2)^{1/2}$; $\varphi_1(z, \gamma^2)$ — решение указанной начальной задачи внутри слоя при дополнительном условии $d\varphi_1/dz = 1$ для $z=0$; $E^\pm = (\varphi_1 \pm m/\kappa d\varphi_1/dz)$ при $z=h$. Вронскиан функций $u(z)$ и $u_1(z)$ равен $W = E^+/D$ при $z' \in (0, h)$, $W = mE^+/D$ при $z' > h$, где D отличается от E^+ заменой функции $\varphi_1(z)$ на $\varphi_2(z)$, которая удовлетворяет внутри слоя такому же уравнению, но другим начальным условиям: $\varphi_2 = 1$, $d\varphi_2/dz = 0$ при $z=0$. Функция Грина выражается через u и u_1 как: $G = u(z)u_1(z')/W(z')$ при $z < z'$ и $G = u(z')u_1(z)/W(z')$ при $z > z'$.

Приведенные выражения показывают, что функция Грина неоднозначна на комплексной плоскости γ . Выделим «физический» лист римановой поверхности условием $\text{Re } \kappa > 0$. Точки линии разреза ($\text{Re } \kappa = 0$), где резольвента неоднозначна, и полюсы функции Грина, определяемые из уравнения $E^+(\gamma_n) = 0$ при $\text{Re } \kappa > 0$ составляют дискретно-непрерывный спектр оператора L_z .

После подстановки функции Грина в выражение для $\tilde{p}(z, x)$ через резольвенту и преобразований, которые связаны с деформацией контура интегрирования на плоскости γ , исключением слагаемых, однозначных на разрезе Γ и объединением интегралов по берегам разреза, приходим к искомому разложению:

$$\begin{aligned} \tilde{p}(z, x) &= \sum_{n=1}^N a_n u_n(z) + \pi i \int_{\Gamma} \frac{b(\gamma) u(z, \gamma)}{\kappa \|u(\kappa)\|} d\gamma = \\ &= \sum_{n=1}^N a_n u_n(z) + \pi i \int_0^{-i\infty} \frac{b(\kappa) u(z, \kappa)}{\gamma \|u(\kappa)\|} d\kappa \equiv \tilde{p}_g + \tilde{p}_c. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $u_n(z) \equiv u(z, \gamma_n)$; $a_n = \pi i b_n / \gamma_n \|u_n\|$; $b_n = (s, u_n)$ и $b = (s, u)$ — проекции s на собственные функции дискретного и непрерывного спектров, соответственно. Величины $\|u_n\| = -(4m)^{-1} E_n^- E_n^+$ (где $E_n^- \equiv E_n^-(\kappa_n)$, $E_n^+ \equiv dE^+ / d\kappa$ при $\kappa = \kappa_n$) и $\|u\| = i\pi (2m)^{-1} E^- E^+$ суть нормы собственных функций дискретного и сплошного спектров. Система собственных функций обладает полнотой и ортогональностью [4, 7]

$$\sum_{n=1}^N \frac{u_n(z) u_n(z')}{\|u_n\|} + \int_0^{-i\infty} \frac{u(z, \kappa) u(z', \kappa)}{\|u(\kappa)\|} d\kappa = \delta(z - z'). \quad (7)$$

Полученные явные выражения для коэффициентов разложения (6) позволяют, в частности, заключить, что контуры интегрирования в (6) могут быть деформированы на плоскости γ или плоскости κ лишь таким образом, чтобы интеграл, определяющий скалярное произведение $b = (s, u)$, существовал, а именно лишь в пределах полосы $\text{Re } \kappa \in (-\alpha, \alpha)$.

При изменении координаты x поперечного сечения (например, в сторону уменьшения толщины водного слоя) наблюдается эволюция разложения (6): собственные числа γ_n по непрерывным траекториям смещаются в сторону разреза Γ и в «особых» сечениях переходят на «нефизический» лист. При этом число дискретных компонент N уменьшается на единицу и, следовательно, каждое из «особых» сечений $x = x_n$ является граничным для соответствующей функции $a_n(x)$.

Неизвестные коэффициенты перед собственными функциями в разложении (6) как функции координаты сечения x трактуются в методе поперечных сечений как множители распространения нормальных волн дискретного и сплошного спектров. Подстановка (6) в (1) приводит к соответствующей системе интегродифференциальных уравнений относительно $a_n(x)$ и $a(x) \equiv b / \gamma \|u\|$ [4]. Однако упомянутая подстановка и связанное с ней дифференцирование под знаком интеграла неправомерны, если на интервале $(0, x')$ есть особые сечения, где распределение амплитуд мод сплошного спектра терпит разрыв второго рода. Чтобы получить уравнения, пригодные в общем случае, преобразуем (6) так, чтобы выделить вклад особенностей подынтегрального выражения в отдельные слагаемые. Это удастся осуществить с помощью теоремы Миттаг — Леффлера, применяемой к сомножителям подынтегрального выражения в (6) как к функциям на комплексной плоскости κ .

Предварительно преобразуем слагаемое, соответствующее волнам сплошного спектра, к виду

$$p_c = \pi i \int_0^{-i\infty} \frac{b_0(\kappa) u(z, \kappa)}{\gamma \|u(\kappa)\|} d\kappa + \pi i \int_{i\infty}^{-i\infty} \frac{b_1(\kappa) u(z, \kappa)}{\gamma \|u(\kappa)\|} d\kappa, \quad (8)$$

где $b_0(\kappa) \equiv (s, u)_0^{2h}$, $b_1(\kappa) \equiv \left(s, \frac{1}{2} E^- \exp(-\kappa(z-h)) \right)_{2h}^{\infty}$ (нижний и верх-

ний индексы в обозначениях скалярного произведения соответствуют пределам интегрирования). Продолжим подынтегральные выражения в

(8) на комплексную плоскость κ . При этом $\|u(\kappa)\|^{-1}$ продолжается как мероморфная функция, полюсы которой расположены на двух ветвях, асимптотически примыкающих к линиям $\operatorname{Re} \kappa = \pm \frac{1}{2} \ln \frac{m-1}{m+1}$ [7] и со-

ответствующих корням уравнений $E^+(\gamma) = 0$ (нижняя ветвь) и $E^-(\gamma) = 0$ (верхняя ветвь) (рис. 1); функция $b_0(\kappa)$ — как целая функция на всей плоскости κ с асимптотикой $b_0(\kappa) = O(\kappa^{-2} \exp(2\kappa h))$; функция $b_1(\kappa)$ может быть продолжена на правую полуплоскость и имеет там асимптотику $b_1(\kappa) = O(\kappa^{-2})$ при $|\kappa| \rightarrow \infty$. Вдоль мнимой оси (или любой параллельной ей оси $\operatorname{Re} \kappa = \text{const}$) функция $b_0(\kappa)$ убывает как $O(\kappa^{-2})$, из чего, в частности, следует, что $b_0(\pm \kappa_n) = O(\kappa_n^{-2})$ при $n \rightarrow \infty$.

С помощью теоремы Миттаг — Лефлера представим функцию $u(z, \kappa) / \|u(\kappa)\|$ при $z < 2h$ в виде ряда главных частей и, подставляя этот ряд в (6), получим разложение $\tilde{p}(z, \kappa)$ при $z < 2h$ по счетному базису (ср. с [7])

$$p = \sum_{n=1}^{\infty} c_n u_n(z), \quad (9)$$

где

$$c_n = a_n \Pi(n, N) - \frac{1}{\kappa_n} \int_0^{-i\infty} \frac{\kappa^2 b(\kappa)}{\gamma(\kappa^2 - \kappa_n^2)} d\kappa. \quad (10)$$

Здесь $\Pi(n, N) = 1$ при $n \leq N$, $\Pi(n, N) = 0$ при $n > N$.

Для преобразования (6) при $z \in (0, \infty)$ применим теорему Миттаг — Лефлера к $b_0(\kappa) / \|u(\kappa)\|$ и $b_1(\kappa) / \|u(\kappa)\|$.

При этом для $b_0(\kappa) / \|u(\kappa)\|$ получаем ряд из главных частей, а для $b_1(\kappa) / \|u(\kappa)\|$ — сумму главных частей в N полюсах ($\operatorname{Re} \kappa_n > 0$) и некоторой целой функции $H_1(\kappa) / \pi i$. После подстановки в (8) и в (6) получаем

$$\tilde{p} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n w_n(z) + \int_0^{-i\infty} H(\kappa) u(z, \kappa) d\kappa. \quad (11)$$

Здесь при $n > N$ $a_n = \pi i b_0(\kappa_n) / \gamma_n \|u_n\|$, $H(\kappa) = (H_1(\kappa) + H_1(-\kappa)) / \gamma$

$$w_n(z) = u_n(z) \Pi(n, N) - \frac{\gamma_n}{\pi i \kappa_n} \int_0^{-i\infty} \frac{\kappa^2 u(z, \kappa)}{\gamma(\kappa^2 - \kappa_n^2)} d\kappa. \quad (12)$$

Коэффициенты разложений (9) и (11) $c_n(x)$, $a_n(x)$ и $H(\kappa, x)$ мы рассматриваем как функции координаты сечения и предполагаем после подстановки (9) и (11) в (3) получить необходимые для их определения дифференциальные уравнения.

Предварительно необходимо убедиться в непрерывности $c_n(x)$, $a_n(x)$ и $w_n(z, x)$ вместе с их производными в «особых» сечениях.

При исследовании поведения $c_n(x)$, $a_n(x)$ и $w_n(z, x)$ в особых сечениях и вычислении пределов соответствующих интегралов по отрицательной мнимой полуоси обходим точку $\kappa = \tilde{\kappa}_n \in (0, -i\infty)$ по дуге малого радиуса слева, если $x = x_n + 0$, или справа, если $x = x_n - 0$ (это возможно при $\alpha > 0$). Таким образом, убеждаемся в непрерывности соответствующих функций и их производных, что делает законной подстановку соответствующих разложений в (3). Результатом подстановки являются функциональные соотношения, содержащие, кроме искомым функций и их производных, также и функции $u_n(z)$ (при $z < 2h$) и $w_n(z)$, не обладающие свойством ортогональности. Возникает необходимость построить системы функций $v_n(z)$ и $r_n(z)$, биортогональных к $u_n(z)$ и $w_n(z)$.

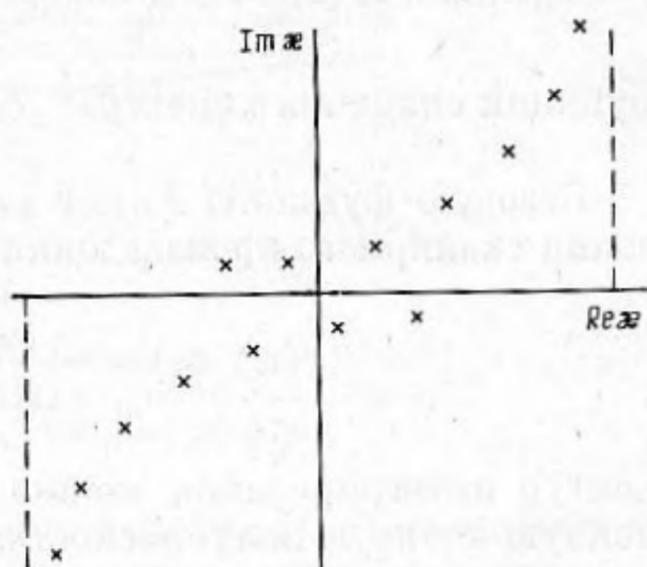


Рис. 1. Расположение полюсов (отмечены звездочками) на комплексной плоскости κ

Последовательность $\{v_n(z)\}$ находим после подстановки разложения Миттаг — Лефлера для $u(z, \kappa)/\|u(\kappa)\|$ в [7]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n(z)v_n(z')}{\|u_n\|} = \delta(z-z'), \quad z < 2h,$$

где

$$v_n(z) = u_n(z) \Pi(n, N) - \frac{1}{\pi i \kappa_n} \int_0^{-i\infty} \frac{\kappa^2 u(z, \kappa)}{\kappa^2 - \kappa_n^2} d\kappa. \quad (13)$$

При $z > 2h$ интеграл в (13) сводится к вычетам и обнаруживается, что $v_n(z)$ финитны: $v_n(z) = 0$ при $z \geq 2h$.

Функции $r_n(z)$ будем искать в виде линейной комбинации собственных функций сплошного спектра: $r_m(z) = \rho_m \int_0^{-i\infty} F_m(\kappa) u(z, \kappa) d\kappa$.

Весовую функцию $F_m(\kappa)$ подберем таким образом, чтобы при вычислении скалярного произведения

$$(w_n, r_m) = - \frac{\rho_m \gamma_n}{\pi i \kappa_n} \int_0^{-i\infty} \frac{\kappa^2 \|u(\kappa)\|}{(\kappa^2 - \kappa_n^2) \gamma} F_m(\kappa) d\kappa$$

контур интегрирования можно было бы замкнуть через бесконечно удаленную точку в полуплоскости $\text{Re } \kappa > 0$ и чтобы при $m \neq n$ подынтегральное выражение было голоморфным, а при $m = n$ имело полюс.

Тогда

$$r_m(z) = \rho_m \int_0^{-i\infty} \frac{\gamma \text{ch } 2\kappa h}{\kappa^2 - \kappa_m^2} u(z, \kappa) d\kappa,$$

где $\rho_m = \pm 2(\pi i)^{-1} \kappa_m \exp(\pm 2\kappa_m h)$ (верхний знак при $m \leq N$, нижний — при $m > N$).

После подстановки (9) в (3) и скалярного домножения полученного функционального равенства на v_n получим систему связанных дифференциальных уравнений для функций распространения $c_n(x)$

$$\frac{d^2 c_n}{dx^2} + \gamma_n^2(x) c_n = (Q_0, v_n)_0^{2h} / \|u_n\|, \quad (14)$$

где

$$Q_0 = - \sum_{m=1}^{\infty} \left(2 \frac{dc_m}{dx} \frac{\partial u_m}{\partial x} + c_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2 (fg)}{\partial x^2}.$$

Краевые условия при $x=0$ и $x=x'$ для функций $c_n(x)$ (для которых сечения $x=x_n$ не являются особыми) вытекают из условий сшивания поля внутри нерегулярного участка с полями падающих, отраженных и прошедших волн. Уравнения (14) мало отличаются от уравнений метода поперечных сечений для волновода с локально реагирующими границами, что позволяет при их решении и последующем расчете поля при $z < 2h$ применять уже апробированные вычислительные схемы [6].

Для расчета поля при любых $z \in (0, \infty)$ следует использовать разложение (11), содержащее неизвестное распределение компонент сплошного спектра $H(\kappa, x)$, гладкое в «особых» сечениях, и дискретный набор функций $a_n(x)$. Часть из них (при $n > N$) может быть выражена через функции $c_n(x)$, предварительно найденные из (14):

$$a_n = \frac{\pi i}{\gamma_n \|u_n\|} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m^2 c_m (u_m, u_n)_0^{2h}. \quad (15)$$

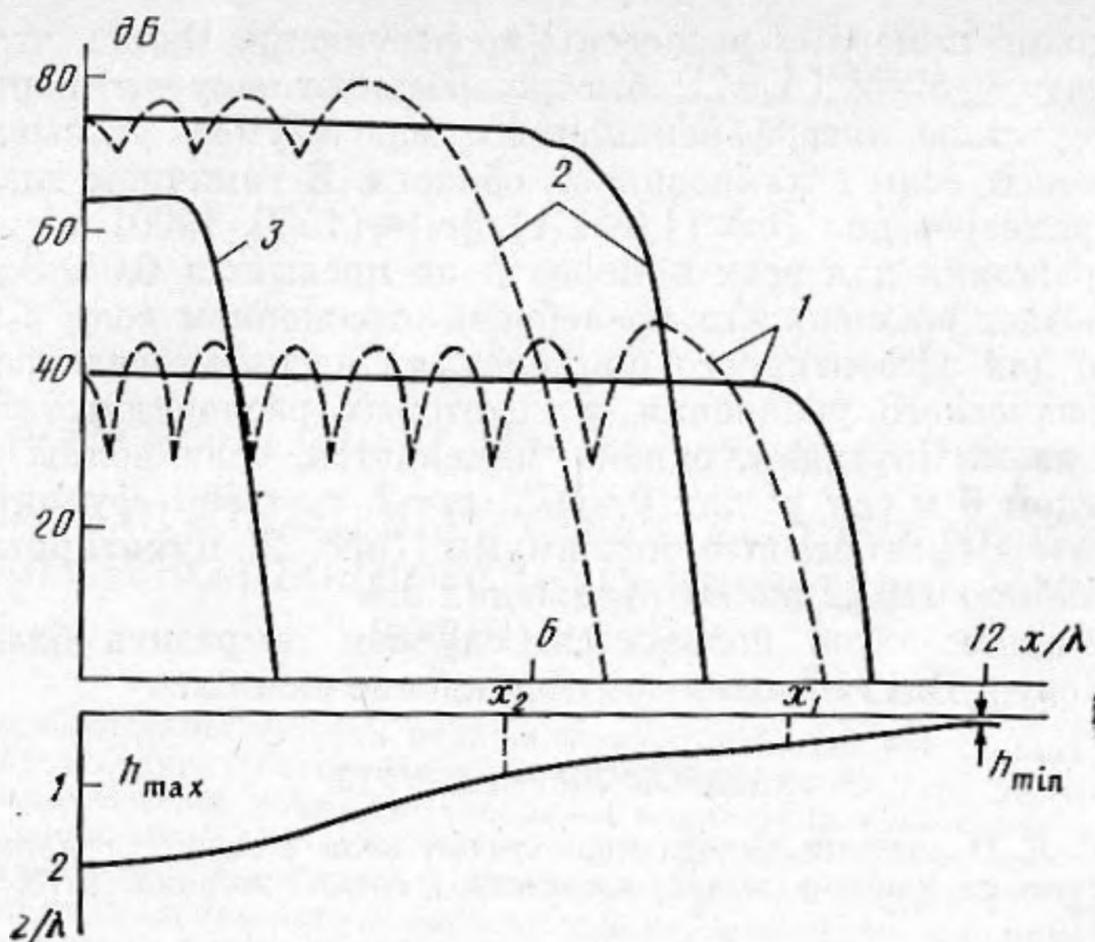


Рис. 2. Зависимости $|c_n(x)|$ и продольный разрез водного слоя: 1 — $|c_1(x)|$, 2 — $|c_2(x)|$, 3 — $|c_4(x)|$; сплошные линии $\theta=0^\circ$, пунктирные — $\theta=60^\circ$; x_n — особые сечения

Остальные функции $a_n(x)$ ($n \leq N$) и распределение $H(\kappa, x)$ удовлетворяют системе интегродифференциальных уравнений, которая получается после подстановки (11) в (3) и скалярного домножения на $u_n(z)$ и $u(z, \kappa)$:

$$\frac{d^2 a_n}{dx^2} + \gamma_n^2(x) a_n = (Q_1, u_n) / \|u_n\|, \quad n=1, \dots, N, \quad (16)$$

$$\left(\frac{d^2 H}{dx^2} + \gamma^2 H \right) \|u(\kappa)\| + \sum_{n=1}^{\infty} M_n(\kappa) \left(\frac{d^2 a_n}{dx^2} + \gamma_n^2 a_n \right) = (Q_1, u(\kappa)), \quad (17)$$

где $M_n(\kappa) = -\kappa^2 \|u(\kappa)\| / \pi i \kappa_n \gamma (\kappa^2 - \kappa_n^2)$,

$$Q_1 = - \sum_{m=1}^{\infty} \left(2 \frac{da_m}{dx} \frac{dw_n}{dx} + a_m \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} \right) - \int_0^{-i\infty} \left(2 \frac{dH}{dx} \frac{\partial u}{\partial x} + H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) d\kappa - \frac{\partial^2 (fg)}{\partial x^2}.$$

В «особых» сечениях функции $a_n(x)$ удовлетворяют граничному условию $a_n(x_n) = a_{0n}(x_n)$, где $a_{0n}(x)$ определяются формулой (15) при $n \leq N$.

Полученные выше уравнения могут быть легко распространены на случай, когда конфигурация области имеет цилиндрическую симметрию: надо заменить $\partial/\partial x$ на $\partial/\partial r$, а d^2/dx^2 на $(\partial^2/\partial r^2 + r^{-1}\partial/\partial r)$. Самостоятельный интерес представляет частный случай такой области — волновод Пекериса. Для поля точечного источника в волноводе Пекериса при $z < 2h$ получаем (ср. [7])

$$p(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n(z) v_n(z_0)}{\|u_n\|} H_0^{(1)}(\gamma_n r).$$

Решение уравнений (14) и (16), (17) для волноводов с медленно меняющимися параметрами может быть получено итерациями (см. [6]), так как правые части этих уравнений имеют порядок $O(|dh/dx|)$. Графики зависимостей $|c_n(x)|$, полученные в нулевом приближении для однородного слоя, глубина которого уменьшалась от $h_{\max} = 2\lambda$ до $h_{\min} = 0,05\lambda$ (средний наклон дна $\sim 10^\circ$), лежащего на полупространстве с параметрами $m=2,1$ и $c_2 = 1860 - i24$ («жесткое дно» по классификации [8]), приведены на рис. 2 (сплошные линии). Для удобства отображения графики

$c_n(x)$ с разными номерами разнесены по вертикали. Видно, что амплитуды компонент с $n > N$ ($N=2$) быстро убывают внутри нерегулярного участка. Отсутствие интерференционных максимумов указывает на малость отражения волн в клиновидной области. В типичном диапазоне изменения параметров дна ($m \in (1,6 \div 2,1)$, $|c_2| \in (1550, 1900)$ м/с [8]) коэффициент отражения для всех номеров n не превышал 0,03. Этот результат обосновывает возможность пренебречь отражением волн в клине, что существенно для эффективного применения других методов расчета: метода параболического уравнения и некоторых разновидностей конечно-разностных схем. Ситуация, однако, изменяется, если волны падают на клин под углом θ к оси y : для $\theta=60^\circ$, $m=2$, $c_2=1860$ функции $|c_n(x)|$ содержат интерференционные максимумы (рис. 2, пунктирные линии), соответствующие коэффициенту отражения 0,8.

В заключение автор пользуется случаем выразить благодарность Ю. А. Семенову и В. Г. Лозовику за обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов В. К. О явлении выхода нормальных волн в клине, лежащем на полупространстве, из клина в полупространство // Акуст. журнал. 1973. Т. 19. № 3. С. 370–377.
2. Старков А. С. Распространение нормальной волны в волноводе с нерегулярным участком // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 5. С. 934–941.
3. McDaniel S. T. Mode coupling due to interaction with the seabed // J. Acoust. Soc. Amer. 1982. V. 72. № 3. P. 916–923.
4. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1969. 190 с.
5. Молотков И. А. Поведение волноводных мод в окрестности критического сечения // Зап. научн. сем. ЛОМИ. 1974. Т. 42. № 6. С. 44–51.
6. Галаненко В. Б., Черных В. Л. О взаимной трансформации мод в прибрежном клине с поглощающим дном // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 843–847.
7. Войтович Н. Н., Шатров А. Д. Разложение поля в подводном акустическом канале в ряд по нормальным волнам // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 4. С. 516–523.
8. О. Ф. Хаструп. Аномалии потерь при отражении вблизи малых углов скольжения и их влияние на распространение в мелком море // Акустика дна океана/Под ред. Купермана У., Енсена Ф. М.: Мир, 1984. 454 с.

Киевский политехнический институт
имени 50-летия Великой Октябрьской
социалистической революции

Поступила в редакцию
16.06.89

V. B. Galanenko

ON CALCULATION OF THE ACOUSTIC FIELD IN A WATER LAYER WITH VARIABLE DEPTH PLACED ON A LIQUID HALF-SPACE

The method of calculation of the acoustic field in a water layer with variable depth placed on a liquid half-space with a sound energy dissipation, which develops the cross-section method, is considered. The differential or integral-differential equations for functions, which describe the sound propagation in the layer, are obtained.