АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 4

УДК 534.23

© 1990 г.

В. Н. Долгих, В. П. Шарфарец

СОВМЕСТНОЕ НАПРАВЛЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ПРИЕМ В РЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Приводятся асимптотические выражения по обратным степеням волновых параметров для отклика направленной приемной антенны на воздействие направленной излучающей антенны, помещенных в свободном однородном пространстве, в однородном полупространстве и в произвольном регулярном океаническом волноводе.

В прикладных задачах акустики океана необходимо рассчитывать отклик направленной приемной антенны на воздействие направленной излучающей антенны. В работе [1] получено разложение по обратным степеням волнового параметра kR для соответствующего отклика в случае, когда антенны находятся в свободном однородном пространстве R^3 при допущении $kD \gg 1$. Здесь k — волновое число; R — расстояние между центрами антенн; D — максимальный размер антенн. В настоящей работе получены соответствующие асимптотические разложения для случая свободного однородного пространства (допущение $kD \gg 1$ снимается), однородного полупространства и случая произвольного регулярного океанического волновода. При этом принимается допущение о звукопрозрачности антенн.

Рассмотрим случай свободного однородного пространства. Пусть геометрический центр излучающей антенны находится в начале координат, а приемной в точке $\mathbf{x}_0=(x_0, y_0, z_0)$. Будем считать, что антенны могут быть разделены плоскостью $z=z'$ (см. рис. 1). В противном случае этого всегда можно добиться вращением координат, если области, занятые антеннами, не пересекаются. Будем считать также заданными диаграммные функции излучающей $D_и$ и приемной $D_п$ антенн. Пусть для определенности излучающая антенна лежит в области $z \leqslant z'$, а приемная — в области $z \geqslant z'$. Тогда, согласно работам [1, 2], отклик приемной антенны может быть записан в следующем виде:

$$O=\frac{j}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int D_{и2}(k_x, k_y)D_{п1}(-k_x, -k_y)\frac{\exp(j\mathbf{k}\cdot\mathbf{x})}{\alpha}dk_x\,dk_y. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{k}=(k_x, k_y, \alpha)$; $\alpha=(k^2-k_x^2-k_y^2)^{1/2}$; $k=|\mathbf{k}|$; $D_{и\,i}$, $D_{п\,i}$, $i=1, 2$ — диаграммные функции излучающей и приемной антенн, определяемые соотношениями [2]

$$\left.\begin{aligned} D_{и(п)1}(k_x, k_y)&=\overline{D}_{и(п)}(\pi-\theta, \varphi)\\ D_{и(п)2}(k_x, k_y)&=D_{и(п)}(\theta, \varphi)\end{aligned}\right\}\ \theta\in[0, \pi/2-j\infty);$$

(R, θ, φ) — сферические координаты текущей точки $\mathbf{x}$; $\overline{D}_{и(п)}$ — диаграммная функция источника (приемника) в сферических координатах, совпадающая в области видимости ($\theta\in[0, \pi]$, $\varphi\in[0, 2\pi]$) с диаграммой направленности источника (приемника). Заметим, что интеграл (1) численно равен полю направленного излучателя с диаграммной функцией $D(k_x, k_y)=D_{и2}(k_x, k_y)D_{п1}(-k_x, -k_y)$ в точке $\mathbf{x}_0$. Асимптотика такого интеграла была вычислена методом перевала в работе [2] и равна в нашем случае

$$O=\frac{\exp(jkR_0)}{R_0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{V_n(\theta_0, \varphi_0)}{(kR_0)^n}. \qquad (2)$$

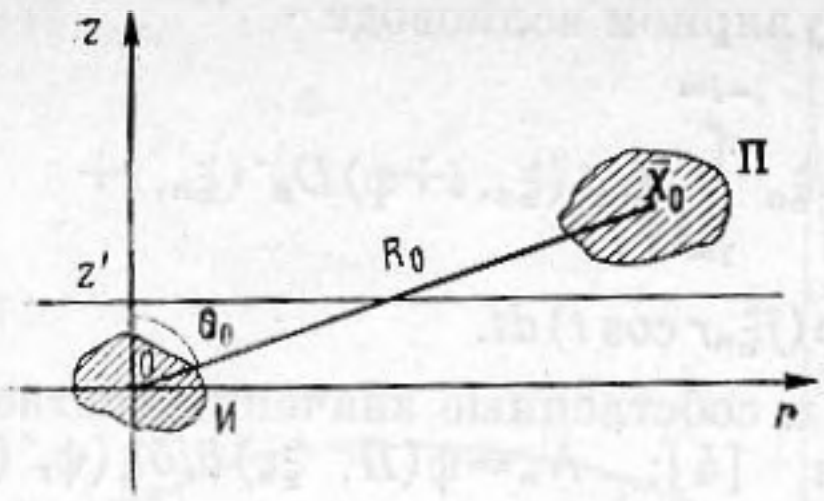

Рис. 1

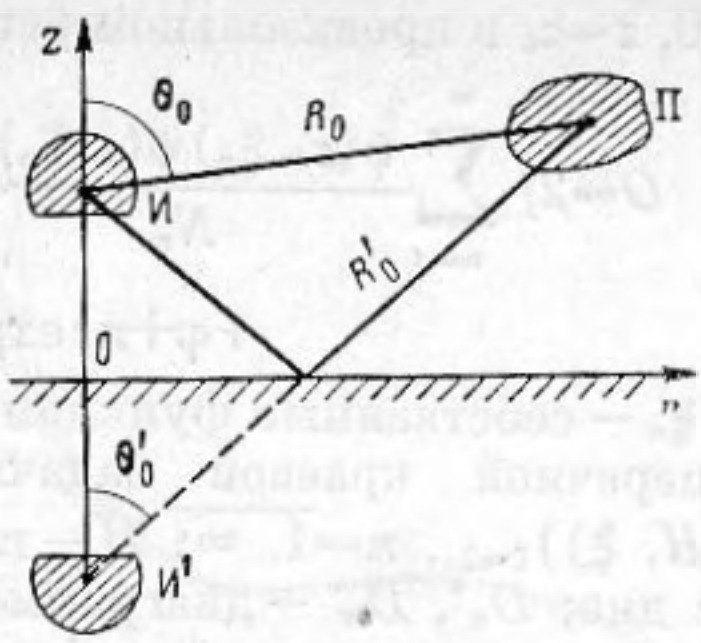

Рис. 2

Рис. 1. Взаимное расположение излучающей (и) и приемной (п) направленных антенн в свободном однородном пространстве

Рис. 2. Взаимное расположение излучающей реальной (и), излучающей мнимой (и′) и приемной (п) направленных антенн в однородном полупространстве

Здесь V_n определяется рекурсией

$$V_{n+1}=\frac{(\Delta_{\theta,\varphi}+n(n+1))\,V_n}{2j(n+1)}; \tag{3}$$

$V_0(\theta_0,\ \varphi_0)=\overline{D}_{\text{и}}(\theta_0,\ \varphi_0)\,\overline{D}_{\text{и}}(\pi-\theta_0,\ \varphi_0+\pi)$; $\mathbf{x}_0=(R_0,\ \theta_0,\ \varphi_0)$; $\Delta_{\theta,\varphi}=\sin^{-1}\theta\,\partial/\partial\theta\cdot(\sin\theta\,\partial/\partial\theta)+\sin^{-2}\theta\,\partial^2/\partial\varphi^2$ — оператор Бельтрами на сфере. Выражение (2) справедливо и для случая, когда $z_0<0$.

Далее, основываясь на том факте, что отклик направленной антенны численно равен полю некоторого направленного излучателя с диаграммной функцией, равной произведению диаграммных функций реальных излучающей и приемной антенн в точке геометрического центра приемной антенны, а также из результатов работы [3] можно записать выражение для отклика приемной антенны на прямой и отраженный от границы однородного полупространства сигнала направленной излучающей антенны (см. рис. 2)

$$O=\frac{\exp(jkR_0)}{R_0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\overline{V}_n(\theta_0,\varphi_0)}{(kR_0)^n},$$

$$O_{\text{отр}}=\frac{\exp(jkR_0')}{R_0'}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\overline{V}_n'(\theta_0',\varphi_0)}{(kR_0')^n}. \tag{4}$$

Здесь $(R_0,\ \theta_0,\ \varphi_0)$, $(R_0',\ \theta_0',\ \varphi_0)$ — координаты геометрического центра приемной антенны относительно геометрического центра реальной и мнимой излучающих антенн соответственно; коэффициенты $\overline{V}_n$ и $\overline{V}_n'$ вычисляются с помощью рекуррентного соотношения (3) с нулевыми членами

$$\overline{V}_0=\overline{D}_{\text{и}}(\theta_0,\ \varphi_0)\,\overline{D}_{\text{п}}(\pi-\theta_0,\ \varphi_0+\pi),$$

$$\overline{V}_0'=\overline{D}_{\text{и}}(\pi-\theta_0',\ \varphi_0)\,\overline{D}_{\text{п}}(\pi-\theta_0',\ \varphi_0+\pi)\,V(\theta_0');$$

$V(\theta)$ — коэффициент отражения границы $z=0$.

Рассмотрим далее случай произвольного регулярного океанического волновода. Основываясь на результатах работы [4], можно записать точное выражение для отклика направленной антенны с геометрическим центром в точке $(r,\ \varphi,\ z)$ на воздействие поля нормальных волн, возбужденных направленной излучающей антенной с геометрическим центром в

точке $r=0$, $z=z_0$ в произвольном регулярном волноводе

$$O=2j\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\psi(z_0,\xi_n)\psi(z,\xi_n)}{N_n}\xi_n\int_{j\infty}^{-j\infty}D_{\text{и}}^{*}(\xi_n,t+\varphi)D_{\text{п}}^{*}(\xi_n,t+$$

$$+\varphi+\pi)\exp(j\xi_n r\cos t)\,dt. \qquad (5)$$

Здесь ψ, ξ_n – собственные функции и собственные значения соответствующей поперечной краевой задачи [4]; $N_n=\psi(H,\xi_n)\partial/\partial\xi(\psi_z'(H,\xi)+g(\xi)\psi(H,\xi))_{\xi=\xi_n}$, $n=\overline{1,\infty}$; H – глубина водного слоя; $g(\xi)$ – входной адмитанс дна; $D_{\text{и}}^{*}$, $D_{\text{п}}^{*}$ – диаграммные функции эквивалентных точечных излучателя и приемника, находящихся в точках $r=0$, $z=z_0$ и (r,φ,z) соответственно. Оценка интеграла в (5) методом перевала дает следующую асимптотическую формулу:

$$Q\sim 2j\sqrt{\frac{2\pi}{r}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\psi(z_0,\xi_n)\psi(z,\xi_n)\xi_n^{1/2}}{N_n}e^{j(\xi_n r-\pi/4)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{D_{n,k}^{*}(\varphi)}{(\xi_n r)^k}. \qquad (6)$$

Здесь $D_{n,k}^{*}$ определяется рекуррентным соотношением

$$D_{n,k+1}^{*}(\varphi)=\frac{(\partial^2/\partial\varphi^2+k(k+1)+1/4)D_{n,k}^{*}}{2j(k+1)}.$$

$$D_{n,0}^{*}=D_{\text{и}}^{*}(\xi_n,\varphi)D_{\text{п}}^{*}(\xi_n,\varphi+\pi).$$

Величина ξ_n, $n=\overline{1,\infty}$ определяет углы Бриллюэна θ_n на горизонтах геометрических центров излучающей и приемной антенн соответственно $\theta_n=\arcsin\xi_n/k(z)$; $k(z)=\omega/c(z)$; ω – круговая частота; $c(z)$ – распределение скорости звука, $z\in[0,H]$.

Таким образом, получены асимптотические разложения, позволяющие представить отклик направленной приемной антенны, находящейся на любом, не равном нулю расстоянии от излучающей направленной антенны в свободном однородном пространстве (ряд (2)); в однородном полупространстве с заданным коэффициентом отражения границы (ряды (4)); в произвольном регулярном океаническом волноводе (ряд (6)). Причем представления (2), (4) равномерно и абсолютно сходятся по θ, φ и $R\neq 0$ [5]. Ряд (6), являясь асимптотическим, вообще говоря расходится. Наилучшее приближение получается (см. [6, гл. 7]), когда ряд оборван на наименьшем члене. При больших r можно ограничиваться одним членом ряда. Коэффициенты рядов (2), (4), (6) оказываются связанными рекуррентными соотношениями, нулевые члены которых равны соответствующим произведениям диаграммных функций излучающей и приемной антенн, что существенно упрощает вычисления.

Для проверки работоспособности асимптотического разложения (6) был проведен численный эксперимент, заключающийся в следующем. Рассматривался идеальный волновод с абсолютно мягкой верхней и абсолютно жесткой нижней границами, в который помещались излучающая и приемная линейные горизонтальные эквидистантные решетки. Диаграммные функции таких антенн рассчитывались по формуле

$$D_1(k_x,k_y)=D_2(k_x,k_y)=D^{*}(\xi,\varphi)=$$

$$=\frac{\sin\left\{\frac{Nd}{2}\left[\xi\sin(\varphi-\varphi_0)-k(z)\sin(\psi-\varphi_0)\right]\right\}}{\sin\left\{\frac{d}{2}\left[\xi\sin(\varphi-\varphi_0)-k(z)\sin(\psi-\varphi_0)\right]\right\}}.$$

Здесь $\xi=|\boldsymbol{\xi}|$; $\boldsymbol{\xi}=(k_x,k_y)$; N – число элементов; d – расстояние между элементами; φ_0 – угол между нормалью к антенне и осью x; ψ – угол компенсации, отсчитываемый относительно оси x.

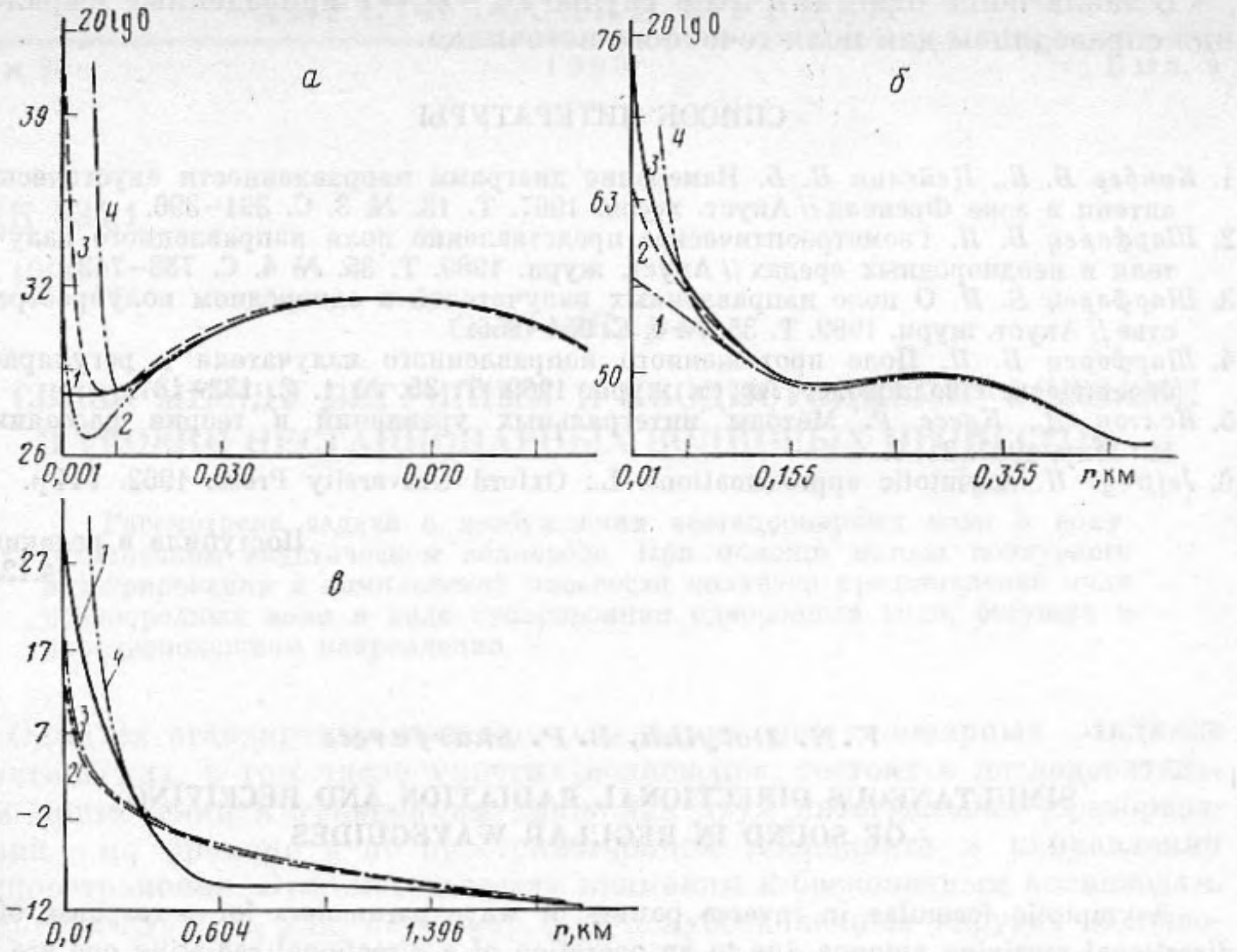

Рис. 3. Результаты численных расчетов. *а* – Отклик точечного приемника на воздействие точечного излучателя, рассчитанный *1* – методом мнимых источников; по формуле (6), *2* – с учетом только нулевого члена ряда, *3* – с учетом нулевого и первого членов ряда, *4* – с учетом нулевого и пяти следующих членов ряда. Частота 30 Гц, глубина волновода 50 м $z_0=20$ м, $z=40$ м. *б* – Отклик пятиэлементной приемной антенны на воздействие пятиэлементной излучающей антенны, рассчитанной: *1* – методом мнимых источников; по формуле (6), *2* – с учетом только нулевого члена ряда, *3* – с учетом нулевого и первого членов ряда, *4* – с учетом нулевого и пяти следующих членов ряда. Частота 15 Гц, глубина волновода 100 м, $z_0=20$ м, $z=40$ м, расстояние между элементами антенны 20 м. *в* – Отклик 25-элементной приемной антенны на воздействие точечного излучателя, рассчитанный *1* – методом мнимых источников; по формуле (6), *2* – с учетом только нулевого члена ряда, *3* – с учетом нулевого и первого членов ряда, *4* – с учетом нулевого и пяти следующих членов ряда. Частота 1 Гц, глубина волновода 1500 м, $z_0=20$ м, $z=40$ м, расстояние между элементами антенны 20 м.

Горизонтальные нормали к центрам антенн совпадали. Антенны были скомпенсированы по нормали. Дистанция между центрами антенн варьировалась от одного метра до нескольких километров. Отклик приемной антенны на воздействие излучающей рассчитывался двумя способами. Во-первых, методом прямого суммирования откликов на всех элементах приемной антенны на воздействия всех элементов излучающей антенны. Поле при этом рассчитывалось методом мнимых источников, который в данном случае является точным. Во-вторых, с использованием асимптотики (6). На рис. 3 представлены результаты этих численных расчетов. На рис. 3, *а* приведены результаты расчетов в случае, когда источник и приемник точечные. В ряде (6) учитывалось до пяти членов ряда. На рис. 3, *б* приведены результаты расчетов в случае, когда приемная и излучающая антенны состояли из пяти элементов каждая. В выражении (6) учитывалось до пяти членов ряда. На рис. 3, *в* представлены результаты расчетов для случая, когда приемная антенна содержала 25 элементов, излучатель был точечным. Учитывалось также до пяти членов ряда. Приведенные расчеты показывают хорошую работоспособность выражения (6). Кроме того, использование представления (6) позволяет поднять скорость счета в N_1, N_2 раз по сравнению с методом прямого суммирования, где N_1, N_2 – число элементов излучающей и приемной антенн соответственно.

В заключение отметим, что в случае $D_и = D_п \equiv 1$ приведенные выражения справедливы для поля точечного источника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кинбер Б. Е., Цейтлин В. Б.* Измерение диаграмм направленности акустических антенн в зоне Френеля // Акуст. журн. 1967. Т. 13. № 3. С. 391–396.
2. *Шарфарец Б. П.* Геометрооптическое представление поля направленного излучателя в неоднородных средах // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 4. С. 738–742.
3. *Шарфарец Б. П.* О поле направленных излучателей в однородном полупространстве // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 954–956.
4. *Шарфарец Б. П.* Поле протяженного направленного излучателя в регулярном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 1. С. 132–137.
5. *Колтон Д., Кресс Р.* Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. 311 с.
6. *Jeffreys H.* Asymtotic approximations. L.: Oxford University Press. 1962. 144 p.

Поступила в редакцию
14.12.88

V. N. Dolgikh, B. P. Sharfarets

SIMULTANEOUS DIRECTIONAL RADIATION AND RECEIVING OF SOUND IN REGULAR WAVEGUIDES

Asymptotic formulae in inverse powers of wave parameters for a response of a directional receiving antenna due to an operation of a directional radiating one are cited. The antennas may be situated in a free space, a halfspace or an arbitrary regular ocean waveguide.