АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 1

УДК 534.222

© 1991 г.

Ю. Р. Лапидус

О ПОВЫШЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ С СЕЛЕКТИВНЫМИ ПОГЛОТИТЕЛЯМИ

Рассматривается возможность повышения энергетической эффективности параметрического процесса в слоистой селективно-поглощающей среде. Рассчитаны толщины отдельных слоев и характеристики поглотителей вводимых в каждый слой.

Формирование направленного низкочастотного излучения при помощи параметрических излучателей (ПИ) звука широко используется в гидролокации [1]. Главными положительными особенностями ПИ являются узкая диаграмма направленности и широкополосность, что позволяет успешно решать разнообразные задачи обнаружения и классификации объектов. Однако наряду с преимуществами ПИ имеют существенный недостаток — малую эффективность преобразования энергии высокочастотных волн накачки в энергию разностного сигнала. Малая эффективность преобразования связана с тем, что в обычной среде без дисперсии энергия исходных интенсивных волн растекается по большому числу гармоник, что препятствует направлению потока энергии в волну разностной частоты. Отток энергии вверх по спектру (из-за генерации высших гармоник) снижает коэффициент перекачки энергии до значений $\sim\omega_c^2/\omega_a^2$ [2], где ω_c, ω_a — частоты волны разностной частоты и волны накачки.

Если ограничить число взаимодействующих между собой волн, то процесс перекачки энергии в волну разностной частоты идет гораздо эффективнее. Уменьшить число взаимодействующих волн можно, используя искусственные диспергирующие среды [2] или вводя в обычные среды резонансные поглотители, уменьшающие эффективность нежелательных нелинейных взаимодействий [4].

Сначала рассмотрим повышение эффективности параметрического процесса в идеализированном случае трехчастотного взаимодействия [3]. Пусть имеется некоторая среда, в которой могут существовать волны только трех частот: накачки ω_a, ω_b и волна разностной частоты $\omega_c=\omega_a-\omega_b$. Если ограничиться рассмотрением случая плоских волн, то процесс распространения будет описываться уравнением Бюргерса

$$\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\varepsilon}{2c_0^2}\frac{\partial}{\partial\tau}U^2=\frac{b}{2c_0^3\rho_0}\frac{\partial^2 U}{\partial\tau^2}. \tag{1}$$

Здесь U — колебательная скорость в звуковой волне, x — координатная ось, вдоль которой происходит распространение волны, $\tau=t-x/c_0$ — время в сопровождающей системе координат, c_0 — скорость звука, ε — нелинейный параметр среды, b — коэффициент затухания, ρ_0 — плотность среды. Решение этого уравнения будем искать в виде суммы трех волн:

$$U=A_a(x)\exp\left[i(\omega_a\tau+\varphi_a(x))\right]+A_b(x)\exp\left[i(\omega_b\tau+\varphi_b(x))\right]+$$
$$+A_c(x)\exp\left[i(\omega_c\tau+\varphi_c(x))\right]+\text{к. с.} \tag{2}$$

Если пренебречь диссипацией энергии ($b=0$), а граничные условия выбрать в виде

$$A_a(x=0)=A_a(0), \quad A_b(x=0)=A_b(0),$$
$$A_c(x=0)=0, \quad \varphi_a(x=0)-\varphi_b(x=0)=\pi/2, \tag{3}$$

то решение (1) можно записать как

$$A_a(x)=A_a(0)\,\mathrm{sn}\,[\Phi(x)],$$
$$A_b(x)=A_a(0)\,[\omega_b/\omega_a r^2]^{1/2}\,\mathrm{dn}\,[\Phi(x)], \tag{4}$$
$$A_c(x)=A_a(0)\,[\omega_c/\omega_a]^{1/2}\,\mathrm{cn}\,[\Phi(x)].$$

Здесь обозначено

$$r^2=\omega_b A_a^2(0)/[\omega_a A_b^2(0)+\omega_b A_a^2(0)],$$

$$\Phi(x)=\int_0^1[(1-y^2)(1-r^2y^2)]^{-1/2}dy+\varepsilon x[\omega_c\omega_b]^{1/2}A_a(0)/c_0^2 r,$$

$\mathrm{sn}(x)$, $\mathrm{dn}(x)$, $\mathrm{cn}(x)$ — эллиптические функции Якоби.

Из решения (4) видно, что амплитуды волн пространственно осциллируют. С ростом расстояния x амплитуда волны с частотой ω_a уменьшается, отдавая свою энергию волнам с частотами ω_b и ω_c. На расстоянии

$$X=\frac{rc_0^2}{A_a(0)\varepsilon\sqrt{\omega_b\omega_c}}\int_0^1[(1-u^2)(1-r^2u^2)]^{-1/2}dy$$

энергия волны с частотой ω_a полностью перекачивается в волны ω_b и ω_c, которые в этой точке имеют максимальную энергию. При дальнейшем увеличении расстояния x процесс идет в обратном направлении, энергии волн ω_b и ω_c перекачиваются в волну ω_a, и на расстоянии $2X_1$ энергия волны ω_a достигает своего исходного значения $A_a(0)$. Далее процесс повторяется.

Приведенные выше расчеты показывают, что даже если удастся создать среду, позволяющую осуществить идеальное трехчастотное взаимодействие, то при снижении по частоте в десятки раз ($\omega_a/\omega_c \geqslant 10$) энергетическая эффективность параметрического процесса остается малой величиной

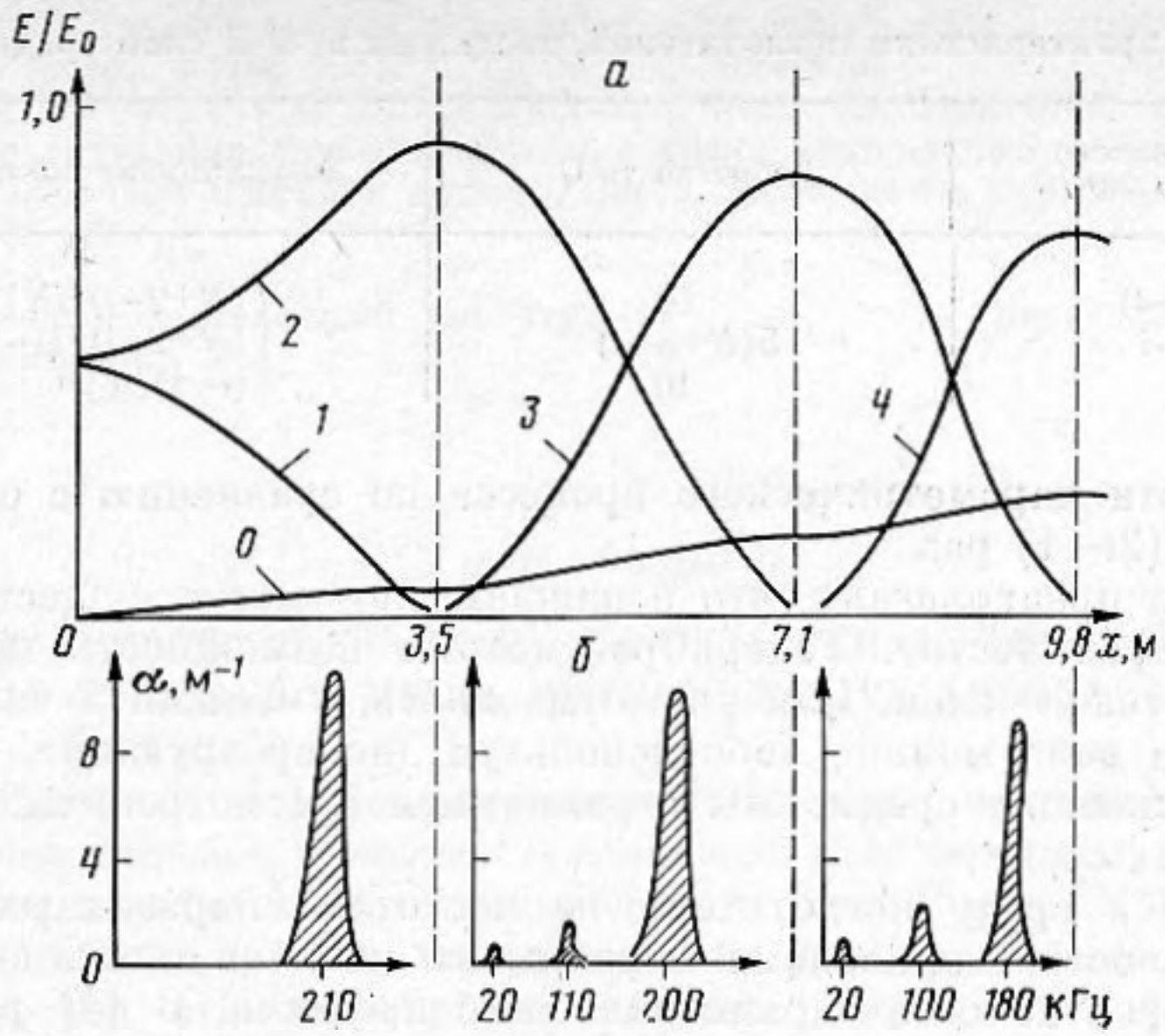
$$E_c/E_a=A_c^2(X_1)/A_a^2(0)=\omega_c/\omega_a. \tag{5}$$

Выражение (5) называют соотношением Мэнли — Роу. Однако соотношение Мэнли — Роу не является непреодолимым препятствием для повышения энергетической эффективности процесса. Используя слоистые среды, где каждый слой обладает определенными свойствами, можно теоретически достичь 100%-ной эффективности преобразования энергии волн накачки в волну разностной частоты.

Рассмотрим случай слоистой среды подробнее. Будем считать, что диссипацией энергии, а также отражением от границ слоев можно пренебречь. Пусть на излучателе ($x=0$) задана бигармоническая волна:

$$V=V_1\sin[(N+1)\Omega\tau+\pi/2]+V_2\sin(N\Omega\tau), \tag{6}$$

где N — целое число. Далее предположим, что в i-м слое могут существовать волны только трех частот $(N+2-i)\Omega$, $(N+1-i)\Omega$, Ω. Используя (4), можно подобрать толщину i-го слоя таким образом, что на выходе из этого слоя волна с частотой $(N+2-i)\Omega$ полностью отдаст свою энергию волнам с частотами $(N+1-i)\Omega$ и Ω. На выходе из первого слоя амплитуды



Преобразование энергии волн накачки в волну разностной частоты и свойства отдельных поглотителей: *а* – преобразование энергии при прохождении первых трех слоев среды. ($N=10$, $F=10$ кГц, $V_1=V_2=1$ м/с). Кривые *0*, *1*, *2*, *3*, *4* соответствуют волнам с частотами 10, 110, 100, 90, 80 кГц; *б* – свойства поглотителей, вводимых в среду

волн и толщина слоя определяются из выражений

$$A_\Omega^2=V_1^2/(N+1),\quad A_{N\Omega}^2=V_2^2+V_1^2N/(N+1),$$
$$X_1=c_0^2r_1R(r_1)/\varepsilon\Omega V_1\sqrt{N}, \tag{7}$$

где

$$r_1^{-2}=1+(N+1)V_2^2/NV_1^2,\quad R(r)=\int_0^1[(1-y^2)(1-r^2y^2)]^{-1/2}dy.$$

Теперь рассмотрим i-й слой среды ($2\leqslant i\leqslant N$). Проводя при помощи рекуррентных формул вычисления, аналогичные (7), находим амплитуды волн на выходе из i-го слоя и необходимую толщину слоя

$$A_\Omega^2=iV_1^2/(N+1)+(i-1)V_2^2/N,$$
$$A^2_{(N+1-i)\Omega}=(N+1-i)[V_1^2/(N+1)+V_2^2/N],$$
$$X_i=\frac{c_0^2r_iR(r_i)}{\varepsilon\Omega[(N+1-i)(N+2-i)(V_1^2/(N+1)+V_2^2/N)]^{1/2}} \tag{8}$$

где $r_i^2=(NV_1^2+(N+1)V_2^2)/(NiV_1^2+(i-1)(N+1)V_2^2)$. Из (8) можно определить максимально возможный коэффициент преобразования энергии волны накачки в энергию волны разностной частоты: $D_i=E_\Omega^i/E$, где E – энергия волн накачки на излучателе, E_Ω^i – энергия волны с частотой Ω при выходе из i-го слоя. Если предположить, что на излучателе волны с частотой $(N+1)\Omega$ и $N\Omega$ имеют одинаковые амплитуды ($V_1=V_2$), получим

$$D_i=[i/(N+1)+(i-1)/N]/2. \tag{9}$$

Сравнивая (9) и (5), можно сделать вывод, что использование среды, состоящей из i слоев, позволяет получить выигрыш в энергетической

Характеристики поглотителей, вводимых в i-й слой среды

Частота резонансного поглощения $2\pi F/\Omega$	Добротность Q	Коэффициент поглощения α/α_0
$2(N-2-i)$	10	$[(N+2-i)^3/N]^{1/2}$
$N+3-i$	$5(N+3-i)$	$[(N+2-i)^3(i-1)/N^2]^{1/4}$
2	10	$[(i-1)/N]^{1/2}$

эффективности параметрического процесса по сравнению с одним слоем более чем в $(2i-1)$ раз.

Выше мы предполагали, что в каждом слое могут существовать волны только трех частот. Теперь рассмотрим возможность практической реализации такого слоя. Как уже отмечалось, уменьшить число взаимодействующих волн можно, либо используя диспергирующие, либо селективно-поглощающие среды. Мы ограничимся рассмотрением селективно-поглощающих сред.

Введение в среду поглотителя на частотах «паразитных» нелинейных взаимодействий приводит к перекрытию каналов оттока энергии, снижающих эффективность параметрического процесса. В [4] развит аппарат количественного описания распространения нелинейных волн в селективно-поглощающих средах. Для определения параметров селективного поглотителя можно использовать данные работы [5], в которой рассматриваются поглотители с конечной шириной линии. В этой работе показано, что использование селективного поглотителя на частоте ω_0 с полушириной линии $\Delta<|\omega_п-\omega_0|/10$ ($\omega_п$ — частота полезной волны, ближайшей к линии поглощения) и коэффициентом резонансного поглощения $\alpha>10/\sqrt{x_{p_1}x_{p_2}}$ (x_{p_1}, x_{p_2} — длины разрыва низкочастотных волн, при слиянии которых образуется высшая гармоника с частотой ω_0) практически полностью устраняет отток энергии вверх по спектру. Применим полученные оценки для нашего случая. В первом слое из взаимодействия выводятся гармоники $2(N+1)\Omega$, $(2N+1)\Omega$, $2N\Omega$. Анализ показывает, что этого можно добиться при помощи поглотителя с резонансной частотой $(2N+1)\Omega$, добротностью $Q\approx8$ и коэффициентом резонансного поглощения $\alpha\approx N\alpha_0$, где $\alpha_0=5\varepsilon\Omega(V_1+V_2)/c_0^2$. В i-м слое из взаимодействия необходимо вывести волны с частотами $2(N+2-i)\Omega$, $(2N+3-2i)\Omega$, $(N+3-i)\Omega$, 2Ω. Для этого в i-й слой надо поместить три поглотителя. Характеристики поглотителей указаны в таблице.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть на излучателе задана бигармоническая волна накачки (см. (6)): $N=10$, $\Omega=20\pi$ кГц, $V_1=V_2=1$ м/с. Из (9) следует, что использование только трех слоев позволяет перекачать в волну разностной частоты почти 24% энергии волн накачки. На рисунке показано, как происходит перекачка энергии из волн накачки в волну разностной частоты при прохождении первых трех слоев среды, а также изображены характеристики поглотителей и толщины слоев (c_0 и ε брались для воды).

В заключение хочу выразить благодарность О. В. Руденко за постановку задачи и обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И.* Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981.
2. *Кобелев Ю. А., Островский Л. А.* Модели газожидкостной смеси как нелинейной диспергирующей среды // Нелинейная акустика. Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 34–36.
3. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.

4. *Руденко О. В.* К проблеме искусственных нелинейных сред с резонансным поглотителем // Акуст. журн. 1983. Т. 23. № 3. С. 398–402.
5. *Андреев В. Г., Руденко О. В., Сапожников О. А., Хохлова В. А.* Подавление нелинейного затухания звуковой волны в среде, содержащей резонансный поглотитель с конечной шириной линии // Вестн. Моск. ун-та, Сер. Физ. Астрон. 1985. Т. 26. С. 58–62.

Московский геологоразведочный институт
им. С. Орджоникидзе

Поступила в редакцию
19.02.90

Yu. R. Lapidus

ON THE EFFECTIVENESS INCREASE OF A PARAMETRIC RADIATION IN STRATIFIED MEDIA WITH SELECTIVE ABSORBERS

The possibility of the parametric process effectiveness increase in the idealized case of the three-frequency interaction is considered. It is shown, that choosing in the determined way stratified medium parameters it is possible to reach theoretically the 100 per cent effectiveness of the energy transform from pump waves to a difference frequency one. The investigation of the parametric process in stratified media with selective absorbers is carried out. The thicknesses of layers and characteristics of the absorbers installed into each of them are calculated.