

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

© 1991 г.

А. И. Бойко, М. Ю. Тэтюхин

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКИХ ВОЛН ТОНКИМ ЖИДКИМ ТЕЛОМ ВРАЩЕНИЯ С ЖИДКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

Рассматривается задача дифракции плоской звуковой волны $v = A_0 \exp\{ikR \cos \gamma\}$, где $k = \omega/c$ — волновое число, $\cos \gamma = \cos \theta_0 \cos \theta + \sin \theta_0 \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0)$, R, θ, φ — сферические координаты, θ_0, φ_0 — углы, определяющие направление распространения на тонком жидком теле вращения с гладкой поверхностью S_1 . Форма поперечного сечения поверхности S_1 описывается в цилиндрической системе координат уравнением $r^2 = \pi \varepsilon^2 S_1(z)$, где $|z| \leq l, S_1(-l) = S_1(l) = 0$. Внутри поверхности S_1 имеется включение с гладкой границей S_2 , задаваемой уравнением $r^2 = \pi \varepsilon^2 S_2(z)$, где $|z| \leq l, S_2(-l) = S_2(l) = 0, S_2(z) < S_1(z)$, ε — малый параметр. Включение S_2 заполнено изотропной акустической средой с параметрами ρ_2, k_2 ; параметры среды между поверхностями S_1 и S_2 есть ρ_1 и k_1 . Здесь ρ_1 и ρ_2 — плотности сред, а k_1 и k_2 — волновые числа. Плотность внешней среды обозначим через ρ . Предлагаемая задача может служить модельной для изучения рассеяния звука на пузырьных рыбах.

Пусть функция $p = u + v$ описывает полное звуковое поле вне поверхности S_1 . Пусть далее p_1 есть полное поле между поверхностями S_1 и S_2 , а p_2 — полное поле внутри поверхности S_2 . В каждой из трех рассматриваемых сред функции p, p_1 и p_2 удовлетворяют однородному уравнению Гельмгольца с волновым числом, отвечающим соответствующей среде. На границах раздела S_1 и S_2 имеют место равенства давлений и нормальных скоростей, которые выписываются в следующей форме:

$$p|_{\tilde{S}_1} = p_1|_{\tilde{S}_1}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\tilde{S}_1} = \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial n} \Big|_{\tilde{S}_1},$$

$$p_1|_{\tilde{S}_2} = p_2|_{\tilde{S}_2}, \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial n} \Big|_{\tilde{S}_2} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial n} \Big|_{\tilde{S}_2}.$$

Рассеянное поле удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда: $u(R, \theta, \varphi) = f(\theta, \varphi; \varepsilon) R^{-1} \exp\{ikR\} + O(R^{-2})$ при $R \rightarrow \infty$. Амплитуда рассеяния $f(\theta, \varphi; \varepsilon)$ в этом случае имеет вид $f(\theta, \varphi; \varepsilon) = \varepsilon^2 f_0(\theta, \varphi) + O(\varepsilon^3)$.

Цель работы — определение функции $f_0(\theta, \varphi)$, описывающей главный член амплитуды рассеяния.

При решении задач будем применять метод двухмасштабных разложений, или метод сращивания асимптотических разложений, который впервые был применен к решениям задач гидромеханики и газовой динамики [1–4]. Для задач акустики этот метод более подробно рассмотрен в работах [5–7]. Изложим кратко существо метода. Делается преобразование координат, растягивающее ось r в ε раз так, чтобы новые независимые координаты r^* и z , носящие название внутренних переменных, имели порядок единицы в окрестности тела вращения. В этой же окрестности функции p_2, p_1 и p представляются в виде асимптотических рядов или внутренних разложений от переменных r^* и z по малому параметру ε . Из уравнений Гельмгольца для этих функций и краевых условий получаем бесконечные рекуррентные последовательности для всех членов, входящих во внутренние разложения. Ввиду того что при $\varepsilon \rightarrow 0$ поверхность S_1 стягивается к отрезку $[-l, l]$, решение задачи вне поверхности S_1 ищется в виде ряда, содержащего потенциалы простого слоя, сосредоточенные на отрезке $[-l, l]$, и их производные в дальней зоне. Такой ряд называется внешним разложением для функции u . В области, являющейся пересечением областей

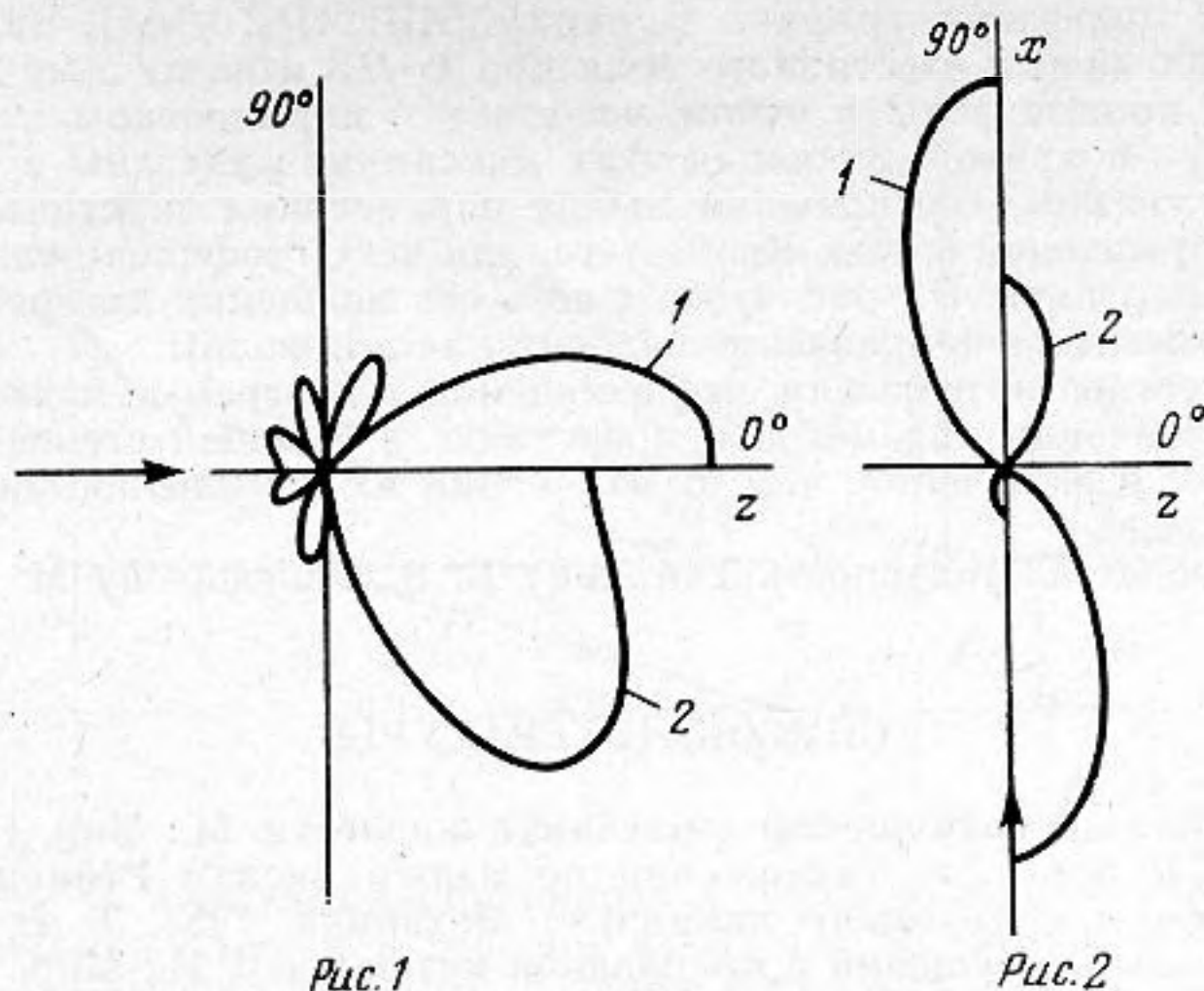


Рис. 1. Диаграмма рассеяния: 1 - $k_1=0,8k$, $\rho_1=5\rho$, $k_2=1,2k$, $\rho_2=0,5\rho$, $M_1=0,716$; 2 - $k_1=1,2k$, $\rho_1=0,5\rho$, $k_2=0,8k$, $\rho_2=5\rho$, $M_2=0,527$; $\theta_0=0^\circ$

Рис. 2. Диаграмма рассеяния: 1 - $k_1=k_2=k$, $\rho_1=5\rho$, $\rho_2=0,5\rho$, $M_1=1,055$; 2 - $k_1=k_2=k$, $\rho_1=0,5\rho$, $\rho_2=5\rho$, $M_2=0,817$; $\theta_0=90^\circ$ и $\varphi=\varphi_0$

$r^* \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow 0$, различные представления для функции u сращиваются. Процедура сращивания состоит в том, что внешнее разложение для функции u выписывается во внутренних переменных и сравниваются коэффициенты внешнего и внутреннего разложений функции u при одинаковых степенях параметра ε . В результате, опустив громоздкие выкладки, получим для функции $f_0(\theta, \varphi)$ выражение следующего вида:

$$4f_0(\theta, \varphi) = A_0 \left\{ 2k^2 \sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) \times \right. \\ \times \int_{-l}^l \frac{(1+m_1)(1-m_2)S_2(z) + (1-m_1)(1+m_2)S_1(z)}{(1-m_1)(1-m_2)S_2(z) + (1+m_1)(1+m_2)S_1(z)} S_1(z) \exp \left\{ ikz \times \right. \\ \times (\cos \theta_0 - \cos \theta) \left. \right\} dz - \int_{-l}^l \left\{ m_1 [k_1^2 - (1-m_2)k^2 \cos \theta_0 - m_2 k_2^2] S_2(z) + \right. \\ \left. + [k^2 - (1-m_1)k^2 \cos \theta_0 - m_1 k_1^2] S_1(z) + ik \cos \theta_0 \frac{d}{dz} [m_1(1-m_2)S_2(z) + \right. \\ \left. \left. + (1-m_1)S_1(z)] \right\} \exp \{ ikz (\cos \theta_0 - \cos \theta) \} dz \right\},$$

где $m_1 = \rho/\rho_1$, $m_2 = \rho_1/\rho_2$.

Если тело S_1 акустически идеально жесткое, то $\rho_1 \rightarrow \infty$ и, значит, $m_1 = 0$. Если $\rho_2 \rightarrow \infty$, то $m_2 = 0$ и имеем акустически идеально жесткое включение в жидком теле.

Из формулы (1) следует, что в случае, когда $S_2(z) = a^2 S_1(z)$, где $0 < a^2 < 1$ при $a^2 = (m_1 - 1)(1 + m_2) / [(m_1 + 1)(1 - m_2)]^{-1}$, у функции $f_0(\theta, \varphi)$ будет исчезать зависимость от угловой координаты φ , что в первом приближении соответствует отсутствию изгибных колебаний тела S_1 . Таким образом, при угле падения θ_0 , равном 90° , сечение диаграммы направленности плоскостью $\varphi = \varphi_0$, проходящей через ось вращения тонкого тела S_1 , становится симметричным относительно этой оси. Такой же эффект наблюдается при произвольных гладких функциях $S_1(z)$ и $S_2(z)$, если $\rho = \rho_1 = \rho_2$, т. е. в случае, когда тело S_1 и включение S_2 отличаются друг от друга и внешней среды только сжимаемостью. При $a^2 = (m_1 - 1) / [m_1(1 - m_2)]^{-1}$ исчезает вклад в диаграмму направленности от слагаемого, содержащего производные $(d/dz)S_1(z)$ и $(d/dz)S_2(z)$.

Для численной иллюстрации формулы (1) рассмотрим случай, когда S_1 и S_2 являются соосными несофокусными вытянутыми сфероидами, т. е. $S_1(z) = l^2 - z^2$, а для $S_2(z)$ имеет место $S_2(z) = a^2 S_1(z)$.

На рис. 1, 2 приведены графики функций $(A_0 l)^{-1} |f_0(\theta, \varphi)|$, являющихся диаграммами направленности рассеянного поля при $a=0,8$ и различных значениях угла падения θ_0 . Все кривые даны в одном масштабе и нормированы на максимум M_j , соответствующий j -й кривой. Значения этих максимумов указаны в подписях к рисункам. Там же указаны соотношения между параметрами акустических сред тела, включения и окружающей среды. Кроме того, для всех графиков волновой размер kl принимался равным пяти. На рис. 1 ось z есть ось вращения диаграмм, на рис. 2 — ось x . Стрелки указывают направление падения плоской волны.

Расчеты, в частности, показали, что изменения в диаграмме направленности при фиксированном значении параметра a происходят в большей степени от изменения сжимаемости тела и включения, чем от изменения их же плотностей по отношению к окружающей среде.

Авторы приносят благодарность Тюткину В. В. и Федорюку М. В. за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1957.
2. Праудмен И., Пирсан Дж. Разложения по малым числам Рейнольдса в задачах обтекания сферы и кругового цилиндра // Механика. 1958. Т. 2. № 48. С. 3–28.
3. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972.
4. Ильин А. М. Краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка в области с узкой щелью. 2. Область с малым отверстием // Матем. сб. 1977. Т. 103. № 2. С. 265–284.
5. Федорюк М. В. Асимптотика решения задачи Дирихле для уравнений Лапласа и Гельмгольца во внешности тонкого цилиндра // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1981. Т. 45. № 1. С. 167–186.
6. Федорюк М. В. Рассеяние звуковых волн тонким акустически жестким телом вращения // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 4. С. 605–609.
7. Бойко А. И. Рассеяние плоских волн тонким телом вращения // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 3. С. 321–325.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
02.02.90

УДК 534.231.1

© 1991 г.

В. Н. Голубев, Ю. В. Петухов

ПАРАМЕТРЫ ЗВУКОВОГО КАНАЛА В ОСАДОЧНОМ СЛОЕ ГЛУБОКОВОДНОГО ОКЕАНИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

Исследования акустических характеристик осадочной толщи в глубоководных районах океана во многом обусловлены определяющим влиянием свойств дна на формирование акустического поля в довольно обширных областях геометрической тени для водных лучей [1, 2]. Именно поэтому изучению слоистой структуры осадков [3–8], затухания в них [9, 10] и отражательных свойств [11–15] уделяется заметное внимание. При восстановлении глубинной зависимости скорости звука в осадках используются в основном достаточно разработанные методы сейсмопрофиллирования [16–18] (отраженных и преломленных волн), в которых в качестве исходной информации служат годографы соответствующих волн. Обнадеживающими являются также методы (см. [3, 4]) получаемого с использованием автокорреляционного и кепстрального анализа шумового поля. При восстановлении стратификации плотности используют, как правило (см., например, [8]), дополнительную информацию об изменении фазы сигнала при отражении от резких границ раздела, содержащаяся в угловой зависимости коэффициента отражения.

В настоящей работе, с использованием методов, аналогичных [8, 16–18], исследуется слоистая структура самой верхней части осадочного слоя в глубоководном районе океана (см. рис. 1), где ранее проводилось бурение (скважины 194, 195, 197). Как показано в [19], в данном районе скорость звука в осадках вблизи границы раздела с жидкостью оказалась меньше, чем скорость звука в жидкости у дна. Однако известно (см. [1, 2]), что с ростом глубины скорость звука в осадках, как правило, возрастает, поэтому следует ожидать образования приповерхностного звукового канала в осадках (см. [20]), определение параметров которого и составляло, в конечном счете, основную цель данной работы. Здесь отметим, что приповерхностный зву-