АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 1

УДК 551.35; 534.24

© 1991 г.

А. В. Ефимов

ИНТЕНСИВНОСТЬ СРЕДНЕГО ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В МЕЛКОМ МОРЕ СО СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫМ ДНОМ

Оценено влияние объемных неоднородностей толщи осадков на закон спадания интенсивности среднего поля с расстоянием в мелком море. Получено, что при $r \ll r_0$, где r_0 – характерное горизонтальное расстояние, интенсивность среднего поля следует закону $r^{-4/3}$, а при $r \gg r_0$ – известному закону $r^{-3/2}$.

Исследованию интенсивности среднего (когерентного) звукового поля I_k в мелком море посвящено немало работ [1–7]. В частности, в работе [1] был установлен закон спадания I_k в однородном волноводе с поглощающим дном в зависимости от горизонтального расстояния r. Этот закон имеет вид $I_k \sim r^{-3/2}$ и называется «законом трех вторых». В последующих работах учитывался эффект изменения профиля скорости звука вдоль трассы и глубины моря [2–4] на величину I_k, а также рассматривалось влияние на нее изменений глубины источника и приемника [5, 6]. Во всех этих работах модель дна бралась в виде однородного поглощающего полупространства, коэффициент отражения от которого описывается формулой Френеля. Цель данной работы – исследование влияния случайных объемных неоднородностей дна на интенсивность среднего поля в мелком море.

Как известно, интенсивность среднего звукового поля в океане [1] описывается выражением [7]

$$I_k = (4/r) \int (D \sin \chi)^{-1} \exp[(2r/D) \ln |V(\chi_H)|] \cos \chi_1 \, d\chi_1, \tag{1}$$

где D – длина цикла луча, $V(\chi_H)$ – коэффициент отражения плоской волны от дна, χ_H – угол скольжения волны у дна. Здесь χ_H, χ_1 и χ связаны соотношением

$$\cos \chi / c = \cos \chi_1 / c_1 = \cos \chi_H / c_H,$$

где c_H, c_1 и c – скорости звука у дна, на горизонте источника и приемника соответственно. При вычислении I_k основной задачей является нахождение коэффициента отражения V от неоднородного дна.

На границе раздела вода – грунт среднее поле, рассеянное малыми неоднородностями квадрата показателя преломления $\mu(\mathbf{R})$ во втором приближении метода возмущений, можно представить в виде

$$\bar{p}(\mathbf{r}) = p^0(\mathbf{r}) + \frac{k_1^4}{16\pi^2} \iint B(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) G(\mathbf{r} - \mathbf{R}_1) G(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) p^0(\mathbf{R}_2) \, d\mathbf{R}_1 \, d\mathbf{R}_2, \tag{2}$$

где B – корреляционная функция неоднородностей, p^0 – невозмущенное поле в грунте (в отсутствие неоднородностей), G – функция Грина невозмущенной среды, $\mathbf{R} = \{\mathbf{r}, z\}$, k_1 – волновое число звука в воде. Здесь интегрирование ведется по всему рассеивающему объему.

---

[1] Затухание, связанное с поглощением звука в воде, опущено.

Если на границе раздела вода — грунт имеется разрыв акустических параметров, то для функций G нетрудно получить следующие выражения:

$$G(\mathbf{R}_1-\mathbf{R}_2)=\frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i\varkappa(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}}{\gamma_2}\left[e^{i|z_1-z_2|\gamma_2}-V_0(\varkappa)e^{i(z_1+z_2)\gamma_2}\right]d^2\varkappa,$$

$$G(\mathbf{r}_1-\mathbf{R}_1)=\frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{W(\varkappa)}{m\gamma_1}e^{i\varkappa(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)+i\gamma_2 z_1}d^2\varkappa. \tag{3}$$

Здесь $\gamma_2=\sqrt{k_2^2-\varkappa^2}$, $\gamma_1=\sqrt{k_1^2-\varkappa^2}$, $k_2=k_1 n$, $n=n_0(1+i\varepsilon)$ — комплексный показатель преломления границы раздела вода — грунт, $0<\varepsilon\ll 1$, V_0 — коэффициент отражения от границы раздела вода — грунт, описываемый формулой Френеля

$$V_0=(m\gamma_1-\gamma_2)/(m\gamma_1+\gamma_2), \tag{4}$$

где m — относительная плотность осадков, а $W=1+V_0$ — коэффициент прохождения из воды в грунт.

Пусть на дно падает плоская волна единичной амплитуды. Тогда коэффициент отражения на границе раздела определяется следующим образом:

$$V=[\bar{p}(\mathbf{r})-e^{i\varkappa_1\mathbf{r}}]/e^{i\varkappa_1\mathbf{r}}. \tag{5}$$

После несложных преобразований для V из (2), (3), (5) находим

$$V=V_0-\frac{k_1^4W^2}{4m\gamma_1(\varkappa_1)}\iint\limits_0^L dz_1\,dz_2\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi_2(\varkappa_1-\varkappa,z_2-z_1)}{\gamma_2}e^{i\gamma_2(\varkappa_1)(z_1+z_2)}\left[e^{i|z_1-z_2|\gamma_2}-V_0(\varkappa)e^{i\gamma_2(z_1+z_2)}\right]d^2\varkappa. \tag{6}$$

Здесь L — толщина рассеивающего объема, Φ_2 — двумерный спектр неоднородностей. Полагая $l_\parallel\ll L$ ($l_\parallel$ — вертикальный радиус корреляции) и считая, что $\operatorname{Im}\gamma_2 L\gg 1$, для V получаем

$$V=V_0-\frac{k_1^4W^2}{4m\gamma_1}(J_1+J_2), \tag{7}$$

где J_1 и J_2 — следующие интегралы:

$$J_1=\frac{i}{\gamma_2(\varkappa_1)}\int\limits_0^{\infty}dz\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi_2(\varkappa,z)}{\gamma_2(\varkappa_1-\varkappa)}\exp[iz\gamma_2(\varkappa_1-\varkappa)]d^2\varkappa, \tag{8}$$

$$J_2=-\frac{i}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi_2(\varkappa,z)\frac{V_0(\varkappa_1-\varkappa)}{\gamma_2(\varkappa_1-\varkappa)[\gamma_2(\varkappa_1)+\gamma_2(\varkappa_1-\varkappa)]}d^2\varkappa. \tag{9}$$

Рассмотрим первый интеграл. Если горизонтальный радиус корреляции $l_\perp\gg\lambda|n_0^2-1|^{-1}$ (λ — длина волны звука), т. е. неоднородности крупномасштабны в горизонтальной плоскости, то $\Phi_2(\varkappa,z)$ отличен от нуля лишь при $\varkappa\ll k_1|n_0^2-1|^{1/2}$, тогда знаменатель в (8) $\gamma_2(\varkappa_1-\varkappa)\approx\gamma_2(\varkappa_1)$. Проводя разложение $\gamma_2(\varkappa_1-\varkappa)$ в показателе экспоненты в (8) с точностью до $\varkappa^2$ и

накладывая условия

$$|\gamma_2(\varkappa_1)|\, l_\parallel \ll 1, \tag{10}$$

$$\varkappa_1 \varkappa l_\parallel / |\gamma_2(\varkappa_1)| \ll 1, \tag{11}$$

$$k_1^2 \varkappa^2 l_\parallel / (2|\gamma_2^2(\varkappa_1)|) \ll 1, \tag{12}$$

для J_1 получаем

$$J_1 = \frac{i}{\gamma_2^2(\varkappa_1)} \int_0^\infty dz \int_{-\infty}^\infty \Phi_2(\varkappa, z)\, d^2\varkappa \simeq i\langle\mu^2\rangle l_\parallel / \gamma_2^2(\varkappa_1). \tag{13}$$

Здесь $\langle\mu^2\rangle$ — средний квадрат флуктуаций квадрата показателя преломления. Критерий (10) означает мелкомасштабность неоднородностей в вертикальной плоскости. Условие (11) можно записать в виде $\alpha \cos\chi |n^2 - \cos^2\chi|^{-1/2} \ll 1$ ($\alpha = l_\parallel / l_\perp$ — степень анизотропии неоднородностей) — ограничение на показатель преломления и степень анизотропии. И наконец, (12) показывает, что радиус первой зоны Френеля, вычисленный на расстоянии $z = l_\parallel/2$, подчиняется условию $\sqrt{\lambda l_\parallel/2} \ll l_\perp |n^2 - \cos^2\chi|^{3/4}$.

Проделав подобные вычисления для J_2, имеем

$$J_2 = i\langle\mu^2\rangle l_\parallel V_0 / 2\gamma_2^2(\varkappa_1). \tag{14}$$

Окончательно коэффициент отражения для принятой модели дна принимает вид

$$V = V_0 - i \frac{\langle\mu^2\rangle l_\parallel k_1^4 W^2}{4m\gamma_1\gamma_2^2}\left(1 - \frac{V_0}{2}\right). \tag{15}$$

Пусть теперь слой воды однороден по глубине ($c_1 = c = c_H$, $D = 2H/\operatorname{tg}\chi$, $0 \leqslant \chi \leqslant \pi/2$, H — глубина моря) и пусть $n_0 < 1$. В формуле (1) под интегралом существенную роль играют малые χ. Выполняя вычисления с точностью до χ^3 включительно и не учитывая члены, содержащие величины порядка ε^2, $\langle\mu^2\rangle^2$, $\varepsilon\langle\mu^2\rangle$ и выше, получаем

$$\frac{2r}{D(\chi)} \ln|V(\chi)| \simeq -\frac{2\varepsilon m n_0^2 r}{(1-n_0^2)^{3/2} H}\chi^2 - \frac{m^2 \Delta r}{(1-n_0^2)^{5/2} H}\chi^3, \tag{16}$$

где $\Delta \equiv \langle\mu^2\rangle k_1 l_\parallel$. Тогда выражение для I_k принимает вид

$$I_k = \frac{2}{rH} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{2\varepsilon m n_0^2 r}{(1-n_0^2)^{3/2} H}\chi^2 - \frac{m^2 \Delta r}{(1-n_0^2)^{5/2} H}\chi^3\right] d\chi. \tag{17}$$

Здесь верхний предел положен равным бесконечности, так как при

$$\frac{2\varepsilon m n_0^2 r}{(1-n_0^2)^{3/2} H} \gg 1 \quad \text{или} \quad \frac{m^2 \Delta r}{(1-n_0^2)^{5/2} H} \gg 1$$

результат интегрирования не изменится, поскольку существенны лишь малые значения χ. Введем расстояние r_0 (физический смысл которого поясним ниже): $r_0 = m\Delta^2 / (8\varepsilon^3 n_0^6 \sqrt{1-n_0^2}) H$, и обозначим через I_0 величину $I_0 = \sqrt{2/(m\varepsilon)}\,(1-n_0^2)^{3/4} / (n_0^2 H^{1/2} r_0^{3/2})$. Тогда

$$\frac{I_k}{I_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-4/3} \int_0^\infty \exp[-\chi^3 - \sqrt[3]{r/r_0}\,\chi^2]\, d\chi. \tag{18}$$

Рассмотрим два предельных случая. При $r/r_0 \ll 1$ получаем

$$\frac{I_k}{I_0} = \frac{1}{3}\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-4/3} \tag{19}$$

— закон спадания интенсивности среднего поля «четырех третей». Здесь Г — гамма-функция.

При $r/r_0 \gg 1$ имеем известный «закон трех вторых»:

$$\frac{I_k}{I_0} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-3/2}. \tag{20}$$

Такой вид зависимости интенсивности среднего поля от горизонтального расстояния объясняется следующим образом. При больших углах скольжения, но меньших критического (малые r) волны распространяются практически по всей толщине рассеивающего объема, и при этих r процесс рассеяния доминирует над процессом поглощения. В результате происходит «подпитка» среднего поля в волноводе. При малых углах скольжения (большие r) волны распространяются в узком слое толщиной порядка $\delta \sim (k_1\sqrt{1-n_0^2})^{-1}$ и здесь, наоборот, процесс поглощения преобладает над процессом рассеяния.

Отметим также, что если $\varepsilon=0$ (отсутствует поглощение в дне), то I_k следует закону «четырех третей» при всех r.

Максимальное расстояние r_m, для которого справедливо выражение (18), можно оценить из обычного условия — число нормальных волн, распространяющихся в слое, должно быть много больше единицы. Исходя из этого, имеем

$$r_m = \min\left\{\frac{k_1^3 H^4 (1-n_0^2)^{5/2}}{\pi^3 m^2 \Delta}, \frac{k_1^2 H^3 (1-n_0^2)^{3/2}}{2\pi^2 \varepsilon m n_0^2}\right\}.$$

В заключение приведем характерные расстояния r_0 для осадков типа алевритов при следующих параметрах: $m=1{,}7$, $n_0=0{,}97$, $\varepsilon=5\cdot10^{-3}$, $\langle\mu^2\rangle \sim 10^{-2}$: $k_1 l_\parallel=0{,}1$, $r_0 \simeq 8H$; $k_1 l_\parallel=0{,}3$, $r_0 \simeq 80H$.

Таким образом, влияние случайных объемных неоднородностей морских осадков на интенсивность среднего поля имеет существенную роль при $r \ll r_0$; при $r \gg r_0$ влияние неоднородностей несущественно, так как при этих r основную роль играет поглощение звука.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР. 1957. 502 с.
2. *Кацнельсон Б. Г., Кулапин Л. Г.* Усредненный закон спадания интенсивности звука в нерегулярном гидроакустическом волноводе // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 5. С. 643–648.
3. *Кацнельсон Б. Г., Кравцов Ю. А., Кулапин Л. Г., Петников В. Г., Сабиров О. И.* Усредненный закон спадания звука в нерегулярном придонном звуковом канале // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 537–538.
4. *Weston D. E.* Propagation in water uniform sound velosity but variable depth lossy bottom // J. Sound and Vibr. 1976. V. 47. № 4. P. 472–483.
5. *Гиндлер И. В., Петников В. Г.* Затухание звука в многолучевом волноводе при различных горизонтах излучения и приема // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 355–356.
6. *Грачев Г. А.* Особенности затухания сигналов в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 275–277.
7. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28.02.90

A. V. Efimov

AVERAGE SOUND FIELD INTENSITY IN A SHALLOW SEA WITH A RANDOMLY INHOMOGENEOUS BOTTOM

An influence of volume inhomogeneities of a sediment layer on an average field intensity decay versus a range is evaluated. It is obtained, that if $r \ll r_0$ (r_0 is a characteristic horizontal range) the average field intensity decay obeys the law of $r^{-4/3}$, but if $r \gg r_0$ the well – known law of $r^{-3/2}$ is correct.