

УДК 532.529+534.19+541.182.45

© 1991 г.

Ф. И. Вафина, И. И. Гольдфарб, И. Р. Шрейбер

МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ЗВУКА В ПЕНЕ

Предложена модель распространения нелинейных акустических возмущений в газожидкостной пене полиэдрической структуры. Получено эволюционное нелинейное уравнение, представляющее собой уравнение Бюргерса с дополнительной квадратичной нелинейностью в правой части.

Газожидкостные пены представляют собой разновидность двухфазной дисперсной системы, отличающуюся от широко распространенных и относительно хорошо изученных газожидкостных сред высоким, близким к единице, газосодержанием и наличием некой квазиупорядоченной структуры [1, 2]. Структура пены в значительной степени определяется соотношением объемов газовой и жидкой фаз — объемным влажосодержанием α_1 . Для описания различных физико-химических свойств пены, у которых α_1 не превышает 0,05, существует общепринятая полиэдрическая модель строения пены, согласно которой элементарная ячейка пены представляет собой неправильный многогранник (полиэдр). Из экспериментальных данных Плато [2] и общих физических соображений следует, что ближайшим правильным приближением к реальной пенной ячейке является додекаэдр. В каждом ребре многогранника сходятся три пленки, образующие между собой равные двугранные углы и в $2\pi/3$; на стыке этих пленок — граней полиэдров — формируются утолщения, называемые каналами Плато — Гиббса. Внешне такой канал напоминает прямой цилиндр, имеющий в качестве направляющей треугольник Плато (плоская фигура, ограниченная тремя попарно касающимися окружностями одинакового радиуса). Отличительной особенностью полиэдрических пен является то, что практически вся жидкость содержится в ребрах полиэдра — каналах Плато — Гиббса. Следует также отметить, что по тем же экспериментальным данным Плато [2] в вершинах многогранника — узлах пены — сходятся четыре канала Плато — Гиббса, из которых три — это ребра данного полиэдра, а четвертый ориентирован нормально, если такое выражение допустимо применительно к полиэдру, поверхности рассматриваемой элементарной пенной ячейки.

Существование пены обусловлено наличием в жидкости поверхностно-активных веществ (ПАВ), приводящих к снижению поверхностного натяжения [1, 2] и препятствующих свободному движению жидкости по пленкам и каналам [3].

Распространение малых возмущений в пене, как и в обычной двухфазной среде, сопровождается различными физическими явлениями [4, 5]. Кроме того, наличие у пены псевдоструктуры приводит к появлению еще одного гидродинамического эффекта — движения жидкости по системе хаотически ориентированных микрокапилляров — каналов Плато — Гиббса. Ниже показано, что гидродинамический механизм диссипации приводит к возникновению в эволюционном уравнении, описывающем распространение низкочастотного звукового сигнала в пене, дополнитель-

ной нелинейности, приводящей к значительным изменениям формы сигнала по сравнению с известными моделями нелинейной диссипативной среды [4, 5].

Постановка задачи в целом сводится к формулировке условий межфазного теплообмена и записи уравнений движения жидкости по каналам. Поскольку в данном исследовании не ставилась задача выяснения влияния процессов теплообмена на эволюцию сигнала малой, но конечной амплитуды в пене, использовалось предположение адиабатичности изменения объема газовых пузырьков в пене. Строго говоря, данное допущение не является принципиальным, так как применительно к анализируемой проблеме вопрос о характере межфазного теплообмена сводится к выбору величины показателя политропы, что для рассматриваемого эффекта является условным.

Сделаем также ряд общих замечаний. Ограничимся рассмотрением только таких движений пены, при которых не происходит разрушения ее структуры. Пренебрежем влиянием силы тяжести. Будем считать, что жидкость несжимаема; для газа в пузырьке справедливо условие гомобаричности. Ограничимся рассмотрением области слабой нелинейности, т. е. исследованием эволюции сигналов малой, но конечной амплитуды.

Изучим движение жидкости в каналах. Нетрудно понять, что уравнение, описывающее этот процесс, должно связывать давления в газе и жидкости и радиус газового пузыря, т. е. играть роль аналога уравнения Рэлея для пены. Чтобы провести его вывод достаточно корректно, проанализируем движение жидкости вблизи газового пузыря в реальной пене. Все четыре канала Плато — Гиббса, сходящиеся в каждой вершине рассматриваемой ячейки, можно подразделить следующим образом: три из них, образованные ребрами данного полиэдра — «свои», один, принадлежащий соседним многогранникам, — «чужой». При изменении среднего размера ячейки (для конкретности — при уменьшении внешнего давления) жидкость как бы проталкивается в чужом канале от центра зафиксированного газового пузырька, в то время как «свои» каналы с содержащейся в них жидкостью играют для этой ячейки роль присоединенной массы. Следовательно, динамика перемещения жидкости в «чужом» канале фактически определяется зависимостью радиуса пузырька от времени $r_b(t)$ и свободой движения жидкости в пене. Математическим эквивалентом последнего понятия является гидропроводность K_f — функция параметров пены: дисперсности r_b и влагосодержания α_1 [6].

Исходя из вышесказанного запишем для жидкой фазы систему уравнений следующего вида:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \alpha_1 u) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P_1}{\partial r} + \nu \sim \frac{u}{K_f} - \nu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{2u}{r^2} \right]$$

где u — скорость жидкости [м/с], ν_1 — кинематическая вязкость жидкости [м²/с], P_1 — давление в жидкости [Па], ρ_1 — плотность жидкости [кг/м³], r — микрокоордината, в качестве которой используется расстояние от центра пузырька [м]. Уравнение неразрывности записано в обычном виде [4, 5], уравнение переноса выбрано в форме Бринкмана — своеобразной суперпозиции уравнений Дарси и Навье — Стокса [7]; при этом слагаемое с K_f отвечает за диссипацию при «проталкивании» жидкости в «чужих» каналах, а слагаемое в квадратных скобках — за классические потери [4, 5].

Следует отметить тот факт, что запись уравнения движения в форме уравнения Бринкмана накладывает ограничение на диапазон частот аку-

стических возмущений, которые могут быть описаны предлагаемой моделью.

Дело в том, что присутствие в (1) линейного по скорости трения означает наличие в канале пуазейлевого режима течения. Это, в свою очередь, свидетельствует о том, что вязкий подслой в канале Плато — Гиббса прорастает и заполняет собой весь объем канала, т. е. толщина подслоя δ_1 больше характерного поперечного размера канала, который можно обозначить как \sqrt{S} (S — сечение канала). Таким образом, запись в форме (1) подразумевает квазистационарность потока жидкости в канале, ограничивая сверху частоту применимости модели:

$$\sqrt{S} < \delta_1 = \sqrt{\frac{2\nu_1}{\omega}} \Rightarrow \omega < \omega_1^* = \frac{2\nu_1}{S}. \quad (2)$$

Уравнение системы (1) надлежит интегрировать по r от r_b до $r_b + r_1$, где r_1 — толщина слоя жидкости, окружающей пузырек, согласно ячеечной модели [4]. Величина r_1 может быть определена из условия $\alpha_1 \ll 1$. В этом приближении можно полагать $\alpha_1 = 3r_1/r_b$, откуда выразить r_1 не составляет труда. Граничные условия на поверхности пузырька должны иметь следующий вид [4, 5]:

$$u = \dot{r}_b, \quad (3)$$

$$P_1 = P_2 - \frac{2\sigma}{r_b} - 4\mu_1 \frac{\dot{r}_b}{r_b}, \quad (\mu_1 = \rho_1 \nu_1).$$

После интегрирования системы уравнений (1) в совокупности с граничными условиями (3) получим соотношение

$$\rho_1 r_1 \ddot{r}_b + \mu_1 \left[4 + \frac{\alpha_1 r_{b0}^2}{K_f} \right] \frac{\dot{r}_b}{r_{b0}} + \frac{2\sigma}{r_{b0}} = P_2 - P_1, \quad (4)$$

где P_2 — давление в газе [Па]; индекс нуль здесь и далее относится к величинам в невозмущенном состоянии. Уравнение (4) является аналогом уравнения Рэлея для пены в рамках предложенной модели.

В качестве уравнения движения для пены будем использовать классическое уравнение движения в линейном приближении [4]

$$\rho_f \dot{u} = P_{f, \text{вн}}, \quad (5)$$

где ρ_f — плотность пены [кг/м], P_f — давление в пене как в континуальной среде [Па].

Уравнение, связывающее давление в жидкости P_1 , давление газа в пузырьке P_2 и полное давление в пене P_f , выберем, в соответствии с принципом Кавальери — Акера, в форме, напоминающей выражение для плотности двухфазной смеси:

$$P_f = P_1 \alpha_1 + P_2 \alpha_2, \quad (6)$$

где α_1, α_2 — полные влаго- и газосодержания соответственно, т. е.

$$\alpha_i = \alpha_{i0} + \Delta \alpha_i \quad (i=1, 2).$$

Проанализируем уравнение (4). Начнем анализ с рассмотрения влияния эффекта присоединенной массы газового пузырька. Малое содержание жидкости в пене приводит к уменьшению присоединенной массы, приходящейся на один газовый пузырек, по сравнению с аналогичной задачей с α_1 , близким к единице [4, 5]. Из этого следует появление в первом слагаемом в левой части (4) множителя r_1 вместо r_b в обычном уравнении Рэлея [4, 5] и, далее, сдвиг миннаэртвской (резонансной) частоты пузырька вправо по шкале частот. Поскольку мы работаем в низкоча-

стотном диапазоне, в области применимости предлагаемой модели относительное воздействие этого механизма будет определяться отношением $\rho_1 r_l r_b \omega^2 / (3\gamma P_{20})$, которое при $\omega \sim 10^2$ и принятых параметрах пены ($\alpha_1 = 10^{-2}$, $r_b = 10^{-3}$ м) составляет величину порядка 10^{-10} . Очевидно, что величиной такого порядка вполне допустимо пренебречь.

Нетрудно также оценить влияние поверхностного натяжения, приводящего к незначительному снижению фазовой скорости. Относительный вклад капиллярных сил можно описать дробью вида $P_k/P_{20} = 2\sigma/(r_b P_{20})$, которая при тех же параметрах пены составляет величину, не превосходящую 10^{-3} . В данной постановке вкладом такой малости допустимо пренебречь.

Вклад в распространение звука в пене механизма вязкой границы следует рассматривать с учетом движения жидкости по каналам. Здесь необходимо отметить, что относительно функции $K_f(\alpha_{10}, r_{b0})$ в настоящее время нет единой точки зрения в связи со сложностью экспериментального наблюдения движения жидкости в пене. Дело в том, что даже в полиэдрической пене при наложении возмущения давления имеет место течение жидкости по пленкам, образующим грани полиэдров, при этом определить экспериментально долю жидкости, текущей именно по пленкам, не удастся.

Мы выберем функцию $K_f(\alpha_{10}, r_{b0})$ в виде соотношения Козени — Кармана [4] с численным коэффициентом, приведенным в [6], поскольку формула, получаемая из уравнения Бринкмана (1) при переходе к уравнению Дарси, совпадает в этом случае с результатом, полученным автором [6] теоретически и подтвержденным его экспериментом. В принятых обозначениях функция $K_f(\alpha_{10}, r_{b0})$ имеет вид

$$K_f(\alpha_{10}, r_{b0}) = 3,48 \cdot 10^{-3} \cdot r_{b0}^2 \alpha_{10}^3. \quad (7)$$

Подставляя (7) во второе слагаемое уравнения (4), получим для определения относительной величины влияния вязких эффектов на границе пенной ячейки (по отношению к воздействию движения жидкости по каналам) значение 10^{-6} . Очевидно, что влиянием вязких граничных эффектов можно пренебречь с той же степенью точности, с которой мы пренебрегли радиальной инерцией и поверхностным натяжением.

Таким образом, аналитически показано, что тремя вышеперечисленными механизмами воздействия на распространяющееся в пене акустическое возмущение в рассматриваемом диапазоне частот можно пренебречь. Тем не менее сохраним второе слагаемое левой части (4) в том виде, в котором оно получено; цель этого видна из дальнейшего изложения.

Рассмотрим процедуру вывода нелинейного уравнения Бюргерса для двухфазной среды, например, следуя [5]. Будем варьировать выражение для плотности пены ρ_f , записанное в форме

$$\rho_f = \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2, \quad (8)$$

предполагая при этом, что ρ_2 — плотность газа [кг/м³]; объемное влагосодержание α_1 может быть записано как $V_1/(V_1 + V_2)$. Рассматриваемая задача консервативна и $\Delta V_1 \equiv 0$ в силу несжимаемости жидкости. В рамках этих допущений можно получить следующее выражение:

$$\Delta P_2 = c_4^2 \Delta \rho_f + \frac{c_4^6}{c_5^2} \frac{(\Delta \rho_f)^2}{P_{20}}, \quad \frac{1}{c_4^2} = \frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_3^2},$$

$$c_0^2 = \frac{\gamma P_{20}}{(\rho_1 - \rho_2) \alpha_1 (1 - \alpha_1)}, \quad c_3^2 = \frac{\gamma R T_{20}}{\alpha_2 \mu_2}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{c_5^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\gamma+1}{\gamma} + \frac{1}{c_3^2} \frac{\gamma-1}{2\gamma}.$$

Соотношение (9) получено путем разложения адиабатического закона, связывающего давление и объем газа, с точностью до $(\Delta V_2/V_{20})^2$. При этом уравнение (9) содержит нелинейность, существенно превышающую гидродинамическую нелинейность в уравнении движения пены (которой автоматически пренебрегается при выборе уравнения движения в форме (5)). Подставляя теперь зависимости (6), (9) в уравнение движения (5), получим функциональную связь следующего сорта:

$$\frac{\partial^2 \rho_f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P_2}{\partial x^2} - \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P_2 - P_1), \quad (10)$$

при выводе которой мы пренебрегли второй производной по координате от влагосодержания как поправкой третьего порядка малости к основному слагаемому правой части (10) $\partial^2 P_2 / \partial x^2$. Учитывая, что в (4) можно пренебречь эффектом присоединенной массы жидкости и поверхностным натяжением, разность $P_2 - P_1$ можно выразить следующим образом:

$$P_2 - P_1 = \mu_1 \left[4 + \frac{\alpha_1 r_{b0}^2}{K_f} \right] \frac{\dot{r}_b}{r_{b0}}. \quad (11)$$

Чтобы перейти от микромасштабного описания, использующего в качестве переменной радиус элементарной пенной ячейки r_b , к континуальному, оперирующему понятием плотности гомогенной двухфазной среды, целесообразно применить те же методы усреднения [5]. С учетом этого, раскладывая зависимости с той же точностью, с которой раскладывалась адиабата, т. е. сохраняя слагаемые порядка $(\Delta V_2/V_{20})$, можно получить следующее выражение:

$$\frac{\Delta r_b}{r_{b0}} = -\frac{\Delta \rho_f}{3\rho_{f0}} - \frac{1}{9} \left(\frac{\Delta \rho_f}{\rho_{f0}} \right)^2, \quad (12)$$

которое после подстановки последовательно в (11) и (10) дает возможность получить уравнение вида

$$\begin{aligned} \rho_{ftt} - c_4^2 \rho_{fxx} - \frac{c_4^6}{P_{20} c_5^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Delta \rho_f)^2 = \frac{\alpha_1 \mu_1}{3\rho_f} \left[4 + \frac{\alpha_1 r_{b0}^2}{K_f} \right] \frac{\partial^3 \rho_f}{\partial x^2 \partial t} + \\ + \frac{\alpha_1 \mu_1}{9\rho_f^2} \left[4 + \frac{\alpha_1 r_{b0}^2}{K_f} \right] \frac{\partial^3 (\Delta \rho_f)^2}{\partial x^2 \partial t}, \end{aligned} \quad (13)$$

которое после факторизации может быть записано в несколько более простой форме

$$\begin{aligned} \rho_{ft} + c_4 \rho_{fx} + \frac{c_4^5}{2P_{20} c_5^2} \frac{\partial (\Delta \rho_f)^2}{\partial x} = \frac{\alpha_1 \mu_1^*}{6\rho_f} \frac{\partial^2 \rho_f}{\partial x^2} + \frac{\alpha_1 \mu_1^*}{18\rho_f^2} \frac{\partial^2 (\Delta \rho_f)^2}{\partial x^2}, \quad (14) \\ \mu_1^* = \mu_1 \left[4 + \frac{\alpha_1 r_{b0}^2}{K_f} \right]. \end{aligned}$$

Переходя в систему отсчета, движущуюся со скоростью c_4 , можно упростить (14) до некоторой степени:

$$\rho_{f\xi} + \alpha \frac{\partial (\Delta \rho_f)^2}{\partial \xi} = \beta \frac{\partial^2 \rho_f}{\partial \xi^2} + \frac{\beta}{3\rho_f} \frac{\partial^2 (\Delta \rho_f)^2}{\partial \xi^2}, \quad (15)$$

$$\xi = x - c_4 t, \quad \tau = t, \quad \alpha = \frac{c_4^5}{2P_{20}c_5^2}, \quad \beta = \frac{\alpha_1 \mu_1}{6\rho_f}.$$

Вводя обозначение $v = \alpha \Delta \rho_f$, можно получить форму уравнения (15), близкую к канонической

$$v_\tau + (v^2)_\xi = \beta \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{\beta}{3\alpha\rho_f} \frac{\partial^2 v^2}{\partial \xi^2}. \quad (16)$$

Для обезразмеривания (16) введем обозначения

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_0}, \quad \bar{\xi} = \frac{\xi}{\xi_0}, \quad w = \frac{v}{v_0}, \quad v_0 = \frac{\xi_0}{\tau_0}. \quad (17)$$

Используя (17), соотношение (16) приведем к каноническому виду

$$w_{\bar{\tau}} + (w^2)_{\bar{\xi}} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 w}{\partial \bar{\xi}^2} + \varepsilon \frac{\partial^2 (w^2)}{\partial \bar{\xi}^2}, \quad (18)$$

$$\text{Re} = \frac{3\rho_f v_0 \xi_0}{\alpha_1 \mu_1}, \quad \varepsilon = \frac{\beta}{3\alpha\rho_f \xi_0}.$$

Эволюционное уравнение (18) представляет собой классическое уравнение Бюргерса [4, 5], содержащее дополнительную квадратичную нелинейность под второй производной. В классических двухфазных средах с малым влагосодержанием коэффициент при этой нелинейности весьма мал, поскольку в его знаменателе стоит плотность смеси, т. е. величина, при малых α_1 близкая к ρ_f , т. е. к плотности жидкости. В пене с влагосодержанием 0,01 плотность среды составляет величину, на два порядка меньшую плотности жидкости. При этом следует отметить, что существуют и широко используются в промышленности и в научно-исследовательских лабораториях пены с существенно меньшим влагосодержанием. Кроме того, наличие гидродинамического эффекта, влияющего на значение эффективной вязкости, приводит к значительному увеличению суммарной диссипативной составляющей. Этим может быть объяснен тот факт, что дополнительное слагаемое в правой части (18) оказывается играющим некую роль при исследовании эволюции произвольного начального возмущения в пене.

Здесь следует отметить, что нелинейная диссипация, каковой на первый взгляд кажется слагаемое $\varepsilon (w^2)_{\bar{\xi}\bar{\xi}}$, вносит вклад не только в затухание сигнала, но и в скорость его распространения. В этом легко убедиться, раскрыв обе нелинейности и перенеся часть нелинейного слагаемого с ε из правой части (18) в левую

$$w_{\bar{\tau}} + 2(w - \varepsilon w_{\bar{\xi}})w_{\bar{\xi}} = \left(\frac{1}{\text{Re}} + 2\varepsilon w \right) f_{\bar{\xi}\bar{\xi}}. \quad (19)$$

При записи (19) опущены тильды над переменными ξ, τ . Анализ (19) показывает, что уравнение содержит диссипативное слагаемое, часть которого представляет собой классический бюргерсовский член, а другая часть пропорциональна амплитуде сигнала. Это свидетельствует о том, что в затухании финитного сигнала появляются некоторые особенности, связанные с более интенсивным затуханием верхних частей возмущения. Значимость вклада этого процесса в общую диссипацию определяется параметром ε , который, в свою очередь, является сложной функцией влагосодержания (ввиду того, что α_1 входит и в ρ_f , и в c_4 , и в c_5 — во все величины, определяющие значение ε).

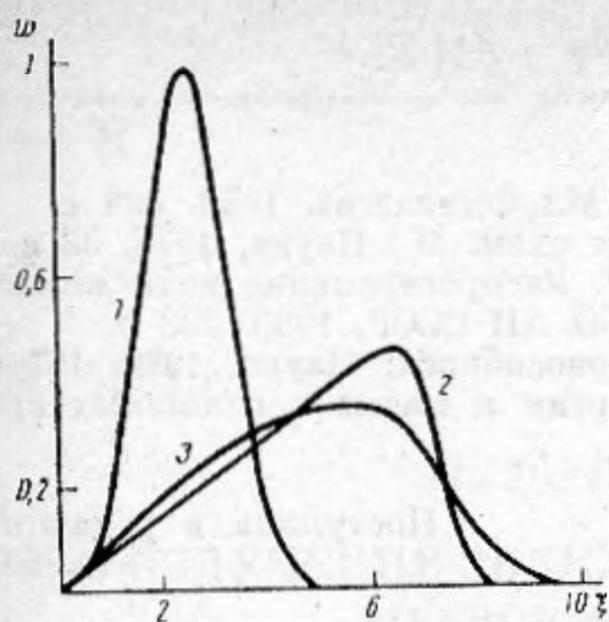


Рис. 1

Рис. 1. Эволюция начального возмущения ($\tau=0$) в форме гауссианы — 1, рассчитанная в момент времени $\tau=10$ по уравнению Бюргерса — 2 и по уравнениям (18) — 3

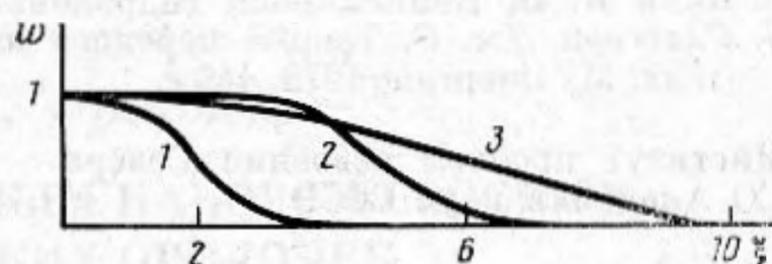


Рис. 2

Рис. 2. Эволюция ударной волны — 1 ($\tau=0$) в момент времени $\tau=10$: 2 — по уравнению Бюргерса, 3 — по уравнению (18)

Другой отличительной особенностью (19) является зависимость скорости перемещения сигнала от производной его формы (поскольку в записи (19) скорость эта определяется выражением $2(w - \epsilon w_\xi)$). Для распространения финитного сигнала это имеет весьма неожиданные последствия. Рассмотрим эволюцию начального возмущения в форме гауссианы для конкретности. На левом фронте производная $w_\xi > 0$ и при достаточной крутизне фронта может сложиться ситуация, при которой $w - \epsilon w_\xi < 0$, т. е. результирующая скорость некоторых участков левого фронта будет отрицательной. Это означает, что эти участки будут двигаться влево. На правом фронте знак производной обратный $w_\xi < 0$, и на всем фронте будет наблюдаться устойчивое движение вправо. Таким образом, результирующий эффект этих двух механизмов состоит в растягивании гауссианы в разные стороны; при этом не следует забывать более интенсивное затухание, вызванное своеобразной правой частью (19). Аналогичный эффект можно предсказать, анализируя распространение ударной волны Бюргерса в среде, описываемой уравнением (19). Хорошо известно, что такая волна распространяется без изменений в среде, описываемой нелинейным уравнением Бюргерса [4, 5]. Она имеет только один фронт, при этом очевидно, что в любой его точке производная w_ξ отрицательна — функция является монотонно убывающей от некоторого значения на $-\infty$ до меньшей величины $+\infty$. Следовательно, эффективная скорость распространения такого возмущения будет выше и волна будет обгонять сигнал, эволюционирующий в соответствии с (19) при $\epsilon=0$. Кроме того, налицо будет несохранение формы, поскольку аналитическое решение для (19) в форме бегущей волны получить не удастся, а начальное условие формировалось как ударная волна Бюргерса. Приведенные выше рассуждения иллюстрируются результатами численных расчетов, приведенных на рис. 1 и 2 для различных возмущений и параметров пены.

В заключение необходимо подчеркнуть тот факт, что уравнение (19) не содержит дисперсности пены γ_b ни в акустическом числе Рейнольдса, ни в параметре ϵ , отвечающем степени влияния дополнительного пенного слагаемого $(w^2)_{\xi\xi}$. Это может быть объяснено тем, что мы воспользовались функцией K , в форме (7), отражающей определенный взгляд на структуру пены. При использовании другой модели в (19) может сохраниться некоторая зависимость от дисперсности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Manegold E. Schaum.-Heidelberg. 1953. 512 s.
2. Тихомиров В. К. Пены. М.: Химия, 1983. 264 с.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
4. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных схем. М.: Наука, 1978. 33 с.
5. Накоряков В. Е., Покусеев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983. 238 с.
6. Канн К. Б. Капиллярная гидродинамика пен. Новосибирск: Наука, 1989. 167 с.
7. Слеттери Дж. С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. М.: Энергия, 1978. 446 с.

Институт проблем освоения Севера
СО Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14.05.90

F. I. Vafina, I. I. Goldfarb, I. R. Shreiber

MODEL OF NONLINEAR SOUND PROPAGATION IN A FOAM

Model of a process of low-frequency sound propagation in a gas-liquid foam is suggested. This model is obtained in assumption of an adiabatic variation of a gas bubble volume and in neglect of the interphase heat transfer. The analysis of the Rayleigh equation analogue for a foam takes into account different physical mechanisms affecting sound propagation in a foam: surface tension, liquid added mass effect, viscous deformed boundary accurences, liquid motion along the system of mutually constrained microcapillaries, i. e. Plato - Gibbs channels. The model assumptions concern liquid motion include the following: dynamics of liquid transference in a channel is defined by the dependence of a bubble radius on time and degree of liquid free motion in a foam. It is shown that in the frames of the suggested model liquid motion along the channels in the dominant effect.

The nonlinear wave equation is obtained. It contains in the right part the third derivative of a variable square besides classic dissipative item. This equation can be reduced to the form of the Burgers one with nonlinear dissipative right part. It is researched analytically including nonlinearity influence on the evolution of a different form initial profile (finite signal and disturbance in the form of Talor shock wave). It is shown that the presence of such kind of dissipative nonlinearity is connected with specific features of a gas-liquid foam.