АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 2

УДК 551.463.21

© 1991 г.

М. Ю. Галактионов

ПРИМЕНЕНИЕ НОВЫХ ПОДХОДОВ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА РАССЕЯНИЯ СКАЛЯРНОГО ВОЛНОВОГО ПОЛЯ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ СЛОЖНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА

Новое приближенное выражение, предложенное А. Г. Вороновичем для расчета коэффициента рассеяния скалярного волнового поля на статистически неровной поверхности сложного спектрального состава, используется в случае цилиндрической и изотропной поверхностей. Рассчитаны главные сечения индикатрисы рассеяния для модельных частотных спектров развитого ветрового волнения.

Дифракция волн (в том числе акустических) на неровных поверхностях по-прежнему остается остро актуальной задачей. Аналитические подходы к этой проблеме по существу сводятся к двум методам [1, 2] — методу малых возмущений (ММВ) и квазиклассическому приближению касательной плоскости (ПКП, или метод Кирхгофа), которые можно считать традиционными. Условием применимости этих методов является наличие в задаче малого и большого параметров. Так, ММВ можно использовать, когда мала высота неровностей рассеивающей поверхности (в масштабе длины волны звука), а именно выполнено условие малости параметра Рэлея

$$\Phi=2k\sigma\sin\chi_0\ll 1, \tag{1}$$

где χ_0 — угол скольжения, $k=2\pi/\lambda$, λ — длина волны, σ — среднеквадратичное отклонение от плоской в среднем поверхности. В подводной гидроакустике в этом приближении удовлетворительно описывается рассеяние на взволнованной поверхности моря низкочастотного звука (частота $f<$ <100 Гц) для наиболее часто реализующихся на практике скоростей ветра ($v\sim 10$ м/с) и связанных с ними спектров поверхностного волнения. В ПКП в акустике океана можно описать лишь рассеяние достаточно высокочастотного звука в направлениях, близких к зеркальному, при не слишком малых углах скольжения у взволнованной поверхности. В общем случае, ПКП применимо к неровностям, радиус кривизны которых удовлетворяет критерию

$$k\rho\sin\chi_0\gg 1. \tag{2}$$

Однако нередко, особенно в гидроакустике, приходится иметь дело с ситуацией, которая не может быть рассмотрена в рамках традиционных подходов. В этом случае можно воспользоваться двухмасштабной моделью [1, 3, 4], которая, однако, имеет существенный недостаток, связанный с произволом в представлении реальной поверхности сложного спектрального состава (состоящей как из крупно-, так и из мелкомасштабных неровностей) в виде суперпозиции неровностей двух типов. В последнее время было предложено два новых подхода [5], позволяющих анализировать ситуации, недоступные рассмотрению при помощи двух вышеупомянутых классических методов. Так же, как и последние, они основаны на разложе-

нии рассеянного поля в асимптотический ряд теории возмущений, но при этом используется иной малый параметр, а именно наклон неровностей

$$\gamma=|\nabla\zeta(\mathbf{r})| \tag{3}$$

(функция $z=\zeta(\mathbf{r})$, $\mathbf{r}=(x, y)$ задает отражающую поверхность). Соответствующие приближенные (с точностью до $O(\gamma)$) выражения для коэффициента рассеяния, получаемые при использовании различных подходов, совпадают, поэтому ниже будем говорить лишь об одном из них — о методе малых наклонов (ММН). Поскольку условие (3) в гидроакустике удовлетворяется практически во всех реальных ситуациях (для поверхности океана $\gamma\sim0{,}1$), ММН позволяет с использованием единого подхода охватить все важные в подводной акустике диапазоны параметров, так как он не накладывает ограничений на высоту неровностей отражающей поверхности и лишен основных недостатков двухмасштабной модели.

Ниже будем исходить из постановки задачи и обозначений работы [6]; для обозначения операции усреднения по статистическому ансамблю используем угловые скобки. Приближенное (с точностью до величин порядка $O(\gamma)$) выражение для коэффициента рассеяния скалярного волнового поля абсолютно мягкой статистически неровной пространственно-однородной гауссовой поверхностью с корреляционной функцией $W(\mathbf{u})=\langle\zeta(\mathbf{a}+\mathbf{u})\zeta(\mathbf{a})\rangle$ $(W(0)=\langle\zeta^2\rangle=\sigma^2)$ и пространственным спектром, связанным с $W(\mathbf{u})$ преобразованием Фурье $\hat{G}(\boldsymbol{\xi})=F[W(\mathbf{u})]$, имеет вид

$$m_s(\boldsymbol{\varkappa}, \boldsymbol{\varkappa}_0)=A\exp\{-q_z^2W(0)\}\int[\exp\{q_z^2W(\mathbf{u})\}-1]\frac{\exp\{-i\mathbf{q}\mathbf{u}\}}{(2\pi)^2}d\mathbf{u}+O(\gamma^2), \tag{4}$$

$$A=\left(\frac{2\nu\nu_0}{\nu+\nu_0}\right)^2. \tag{5}$$

Здесь и далее $\boldsymbol{\varkappa}$ и ν отвечает горизонтальной и вертикальной компонентам волнового вектора соответственно; индексом «0» отмечаются величины, относящиеся к падающей плоской волне, $\mathbf{q}=\boldsymbol{\varkappa}-\boldsymbol{\varkappa}_0$, $q_z=\nu+\nu_0$. В дальнейшем для краткости форму угловой зависимости коэффициента рассеяния от направления рассеяния при заданном угле падения будем называть индикатрисой рассеяния.

Отметим, что выражение (4) совпадает с точностью до геометрического фактора (5) с известным интегралом Кирхгофа, получаемым в приближении касательной плоскости. Если, следуя [1], при выполнении условия (2) в (4) перейти к высокочастотному пределу $k\to\infty$, то для вычисления интеграла можно воспользоваться методом Лапласа. Тогда для коэффициента рассеяния получим асимптотику метода Кирхгофа

$$m_s(\boldsymbol{\varkappa}, \boldsymbol{\varkappa}_0)=Aw(-\mathbf{q}/q_z)/q_z^2, \tag{6}$$

где $w(\boldsymbol{\gamma})$ — двумерная плотность распределения наклонов поверхности. Геометрический фактор, на который здесь домножается w вблизи зеркального направления (именно там, где можно применять кирхгофовский коэффициент рассеяния) несуществен, так как практически мало отличается от единицы. Поскольку $\boldsymbol{\gamma}$ — линейный функционал нормального пространственно-однородного случайного процесса $\zeta(\mathbf{r})$, то $w(\boldsymbol{\gamma})$ есть нормальный центрированный закон с дисперсией, которую для реального спектра волнения, включающего волны всех масштабов, необходимо определять с учетом только крупномасштабных плавных неровностей (см. [4]).

В противоположном предельном случае приходим к соответствующей формуле метода малых возмущений. Действительно, если выполнено условие (1), подинтегральную функцию в (4) можно разложить в ряд по ма-

лому параметру Ф:

$$\exp\{-q_z^2\sigma^2\}[\exp\{q_z^2W(\mathbf{u})\}-1]=q_z^2W(\mathbf{u})+0(\Phi^4) \tag{7}$$

и, пренебрегая членами разложения порядка Φ^4 и выше, получим для коэффициента рассеяния известную формулу метода возмущений [7]

$$m_s(\varkappa, \varkappa_0)=4\nu^2\nu_0^2\hat{G}(\mathbf{q}). \tag{8}$$

Приближенное выражение (4) справедливо в предположении (3) (о малости наклона неровностей отражающей поверхности) при не слишком малом угле скольжения падающей волны и для не слишком пологих направлений рассеяния. Полностью критерий применимости ММН, включающий условие отсутствия геометрических затенений, имеет вид $\gamma \ll \min\{\chi, \chi_0\}$.

Как уже было отмечено выше, выражение, аналогичное (4) с точностью до множителя, было известно ранее [1] и являлось отправной точкой для получения традиционного ПКП. Однако до сих пор попытки использовать непосредственно это выражение для вычисления коэффициента рассеяния, в том числе в случае применимости ММВ, в литературе не встречались. Интеграл (4) не берется аналитически даже в простейших случаях изотропной или цилиндрической поверхности; именно поэтому прибегают к приближенному методу его вычисления, переходя к ПКП.

В расчетах на ЭВМ в качестве примера статистически неровной поверхности сложного спектрального состава использовалась взволнованная морская поверхность, которая моделировалась нормальным центрированным пространственно-однородным статистическим ансамблем возвышений. Статистические свойства ансамбля определялись близкими к реальным модельными пространственными спектрами развитого ветрового волнения, которые, в свою очередь, для заданной характерной величины скорости ветра вычислялись с помощью известных частотных спектров [8]. Для этого в случае изотропного волнения использовался частотный спектр Пирсона — Московитца

$$\begin{gathered}\tilde{G}_{PM}(\Omega)=g^2C_{PM}\Omega^{-5}\exp\{-0{,}74(g/v\Omega)^4\},\\ C_{PM}=0{,}0081\ \text{м}^2/\text{с}^5,\quad g=9{,}81\ \text{м}/\text{с}^2.\end{gathered} \tag{9}$$

Наличие однозначной связи модуля волнового вектора K и частоты Ω для поверхностных гравитационных волн в глубоком океане через дисперсионное соотношение $\Omega=(gK)^{1/2}$ позволяет по частотному спектру волнения частично (с точностью до угловой зависимости) восстановить пространственный спектр [1]:

$$\hat{G}(K,\varphi)=\frac{1}{2}(g/K^2)^{1/2}\tilde{G}((gK)^{1/2})H(K,\varphi), \tag{10}$$

где $H(K, \varphi)$ — вспомогательная функция, характеризующая угловое распределение энергии волн и удовлетворяющая условию нормировки, $H(K, \varphi)=\delta(\varphi)$ соответствует узконаправленному волнению, сонаправленному с ветром ($\varphi=0$), а $H(K, \varphi)={}^1/_2\pi$ — изотропному волнению. Для поверхностей общего положения (в том числе изотропных) корреляционная функция неровностей

$$W(u,\chi)=\int_{-\pi}^{\pi}\int_{0}^{\infty}\hat{G}(K,\varphi)\exp\{iKu\cos(\varphi-\chi)\}K\,dK\,d\varphi \tag{11}$$

для рассматриваемого спектра (9) не может быть вычислена аналитически.

В случае изотропного волнения интеграл (11) принимает вид

$$W(u)=\int_0^\infty \hat{G}(K)J_0(Ku)K\,dK,$$

а вместо (4) имеем

$$m_s(\varkappa,\varkappa_0)=A\exp\{-q_z^2W(0)\}\int[\exp\{q_z^2W(u)\}-1]J_0(qu)\frac{u\,du}{2\pi},$$

где $J_0(Ku)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

В случае, когда рассеивающая поверхность является цилиндрической, вместо (10) имеем соотношения

$$\hat{G}(K)=\frac{1}{2}(g/K)^{1/2}\tilde{G}((gK)^{1/2})$$

и

$$W(u)=2\int_0^\infty \hat{G}(K)\cos(Ku)dK=\int_0^\infty \tilde{G}(\Omega)\cos(\Omega u)d\Omega,$$

причем в качестве частотного спектра волнения вместо (9) для обеспечения сходимости интеграла, определяющего среднеквадратичный наклон, необходимо использовать функцию с более высокой степенью убывания энергии спектральных компонент при $K\to\infty$. Ввиду этого в случае цилиндрической поверхности использовался частотный спектр Пирсона — Неймана [8]

$$\tilde{G}_{PN}(\Omega)=C_{PN}\Omega^{-6}\exp\{2(g/v\Omega)^2\},\qquad(12)$$

$$C_{PN}=2{,}4\ \text{м}^2/\text{с}^5.$$

Тогда интеграл (11) является табличным, и его можно взять в элементарных функциях:

$$W(U)=\sigma^2\left\{\left(\frac{2}{3}U^2+U\right)\sin U+(U+1)\cos U\right\}\exp\{-U\},$$

где $U=(u/l)^{1/2}$, $l=v^2/4g$, $\sigma^2=6C_{PN}(\pi/2)^{1/2}vl^2/g^3$. На рис. 1 и 2 представлены результаты вычисления по формуле (4) главных сечений индикатрисы рассеяния (т. е. зависимости коэффициента рассеяния m_s от угла скольжения вектора $\varkappa$ при рассеянии в исходное азимутальное направление) для звука различных частот при рассеянии на развитом ветровом волнении, определяемом частотным спектром Пирсона — Московитца (9) в случае изотропной поверхности (рис. 1) или Пирсона — Неймана (12) в случае цилиндрической поверхности (рис. 2). Скорость ветра у поверхности полагалась равной 10 м/с. Вид корреляционных функций возвышений таких случайных поверхностей приведен на рис. 3. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

В случаях, когда выполняется условие (1) (и, следовательно, оправдано применение ММВ), на направлениях, достаточно удаленных от зеркального, результат вычисления индикатрисы рассеяния (4) с большой точностью совпадает с тем, что дает ММВ и выражение (8) (см. рис. 1 и 2 кривые *1*, *2*). На направлениях, близких к зеркальному, поведение индикатрисы ММН похоже на поведение индикатрисы ММВ, которая в самом зеркальном направлении равна нулю (в этом выражается отсутствие в спектре случайной поверхности волн с бесконечной длиной волны). Однако «провал» в индикатрисе ММН не достигает нуля при сколь угодно малых частотах. Объяснение этому можно получить, обратившись к разложению (7) для подынтегральной функции в (4). Как легко заметить, отброшенный при получении (8) член имеет четвертый порядок по Ф,

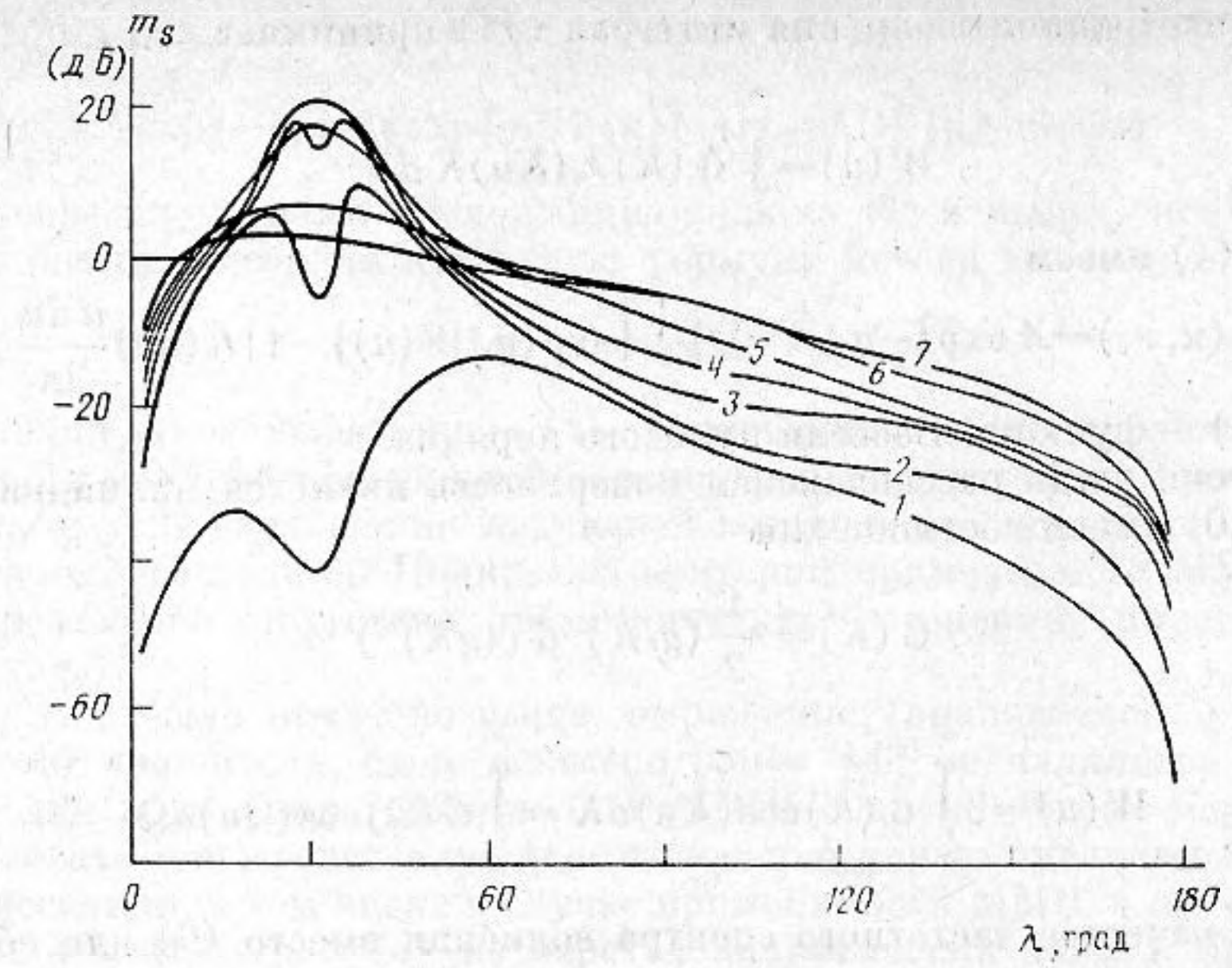

Рис. 1. Главное сечение вертикальной плоскостью индикатрисы рассеяния звука на развитом изотропном ветровом волнении (v=10 м/с) со спектром Пирсона – Московитца (угол падения χ_0=31°, частоты: *1* – 80 Гц, *2* – 200, *3* – 500 Гц, *4* – 1 кГц, *5* – 2, *6* – 6, *7* – 10 кГц)

что и обеспечивает при f=50 Гц (Ф=0,1) «заплывание провала» в индикатрисе ММВ до величины ∞–40 дБ от максимума. Из рис. 1, 2 кривая *1* видно, что эта оценка полностью согласуется с результатом расчета по (4). Кроме заплывания «провала» на зеркальном направлении в (4) можно отметить увеличение рассеяния в малые углы скольжения по сравнению с тем, что дает (8).

На не слишком высоких частотах (см. рис. 1, 2, кривые *4*, *5*), когда уже обычно прибегают к ПКП, поведение индикатрисы (4) на направлениях, близких к зеркальному, хорошо согласуется с тем, что дает выражение (6) при постоянной (не зависящей от угла рассеяния) величине среднеквадратичного наклона. Однако при отходе от зеркального направления не происходит экспоненциального убывания рассеянного поля. как это имеет место при использовании ПКП. «Ореол», наблюдаемый в индикатрисе ММН, несколько больше того, что даст ММВ, если его использовать для вычисления коэффициента рассеяния в направлениях, далеких от зеркального. Заметим, что такая тенденция наблюдается и в эксперименте. Отмеченный факт также качественно согласуется с представлениями двухмасштабной модели [1, 3], в которой увеличение рассеяния в направления «назад» связано с расположением рассеивающей «ряби» не на плоскости, а на подстилающей поверхности с «крупными» плавными неровностями.

На высоких частотах (см. рис. 1, кривые *6*, *7*) поведение индикатрисы (4) также похоже на то, что дает ПКП (6), однако наблюдается отклонение максимума с зеркального направления к поверхности, которое увеличивается с ростом частоты и, как видно из рис. 1, кривая *7*, достигает ∞10° на частоте f=10 кГц. Отметим, что если в кирхгофовской индикатрисе (6) учесть зависимость среднеквадратичного наклона неровностей от угла рассеяния, то ее главный лепесток также будет отклоняться к поверхности. Для цилиндрической поверхности такого эффекта не наблюдается (см. рис. 2, кривые *6*, *7*).

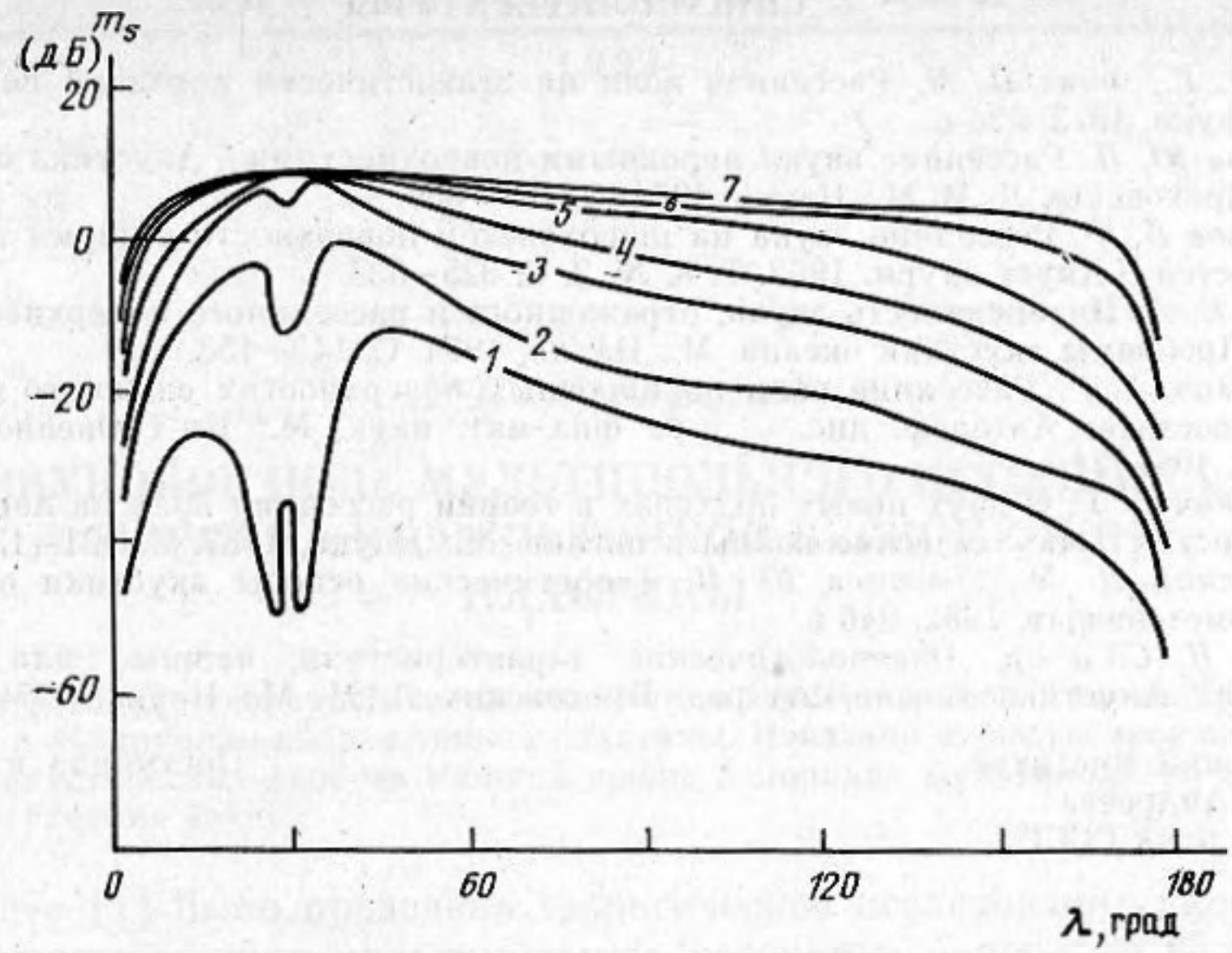

Рис. 2. То же, что на рис. 1, для цилиндрической взволнованной поверхности со спектром Пирсона – Неймана (угол падения $\chi_0=29°$)

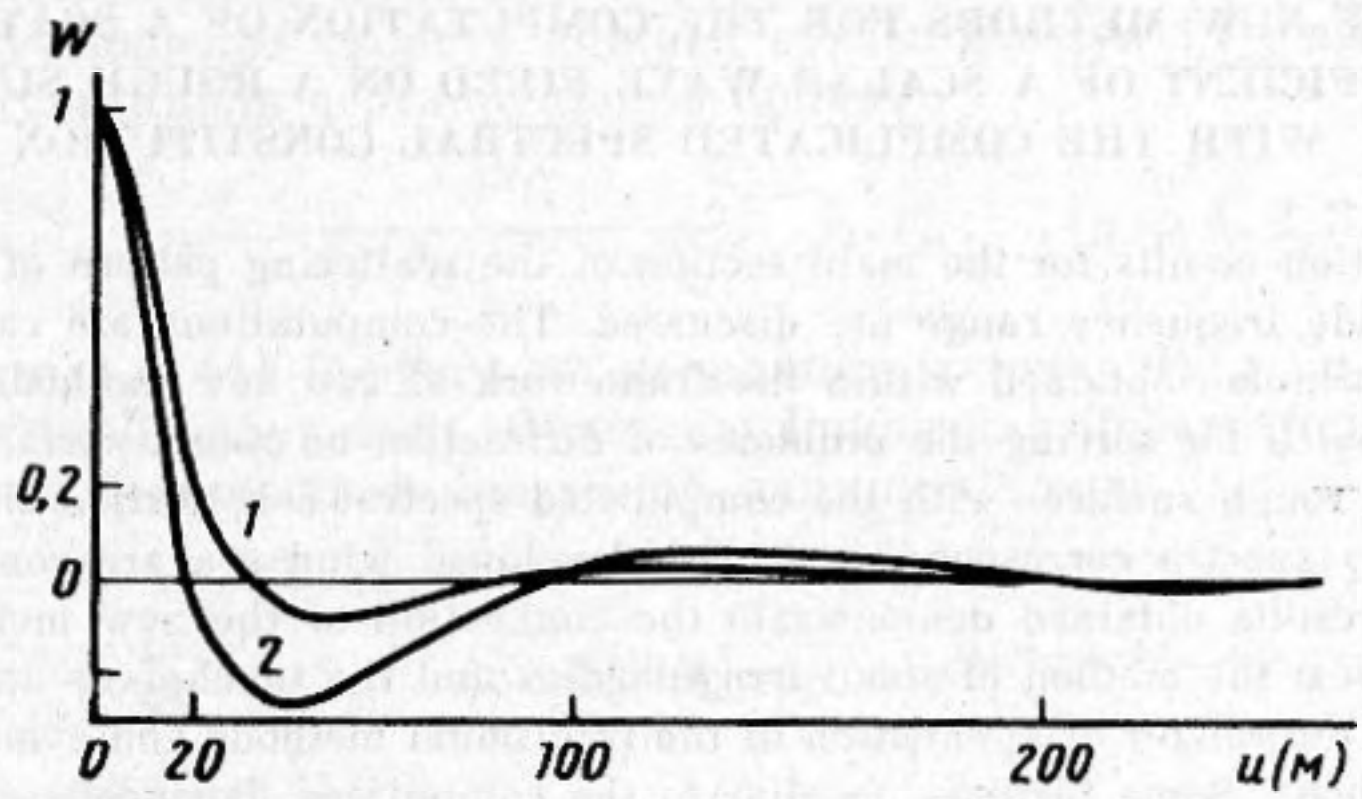

Рис. 3. Корреляционные функции развитого ветрового волнения при $v=10$ м/с: *1* – изотропная поверхность с частотным спектром Пирсона – Московитца ($\sigma=0{,}53$ м), *2* – цилиндрическая поверхность с частотным спектром Пирсона – Неймана ($\sigma=0{,}72$ м)

В области промежуточных частот вычисление индикатрисы рассеяния в рамках ММН по формуле (4) позволяет наблюдать с ростом частоты эволюцию ее характера от индикатрисы ММВ к индикатрисе ПКП и постепенное «заплывание» провала на зеркальном направлении вплоть до полного его сглаживания и перехода в максимум. На частоте $f=500$ Гц (см. рис. 1, 2, кривая *3*) это «заплывание» составляет примерно половину величины максимума. При этом увеличивается ширина лепестков индикатрисы по сравнению с тем, что дает ММВ, и уменьшается величина максимумов, что может быть объяснено учетом в рамках ММН рассеяния энергии также и в зеркальное направление. Кроме того, с ростом частоты наблюдается увеличение (по сравнению с результатами ММВ) коэффициента рассеяния в направлении, близком к обратному.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
2. *Лысанов Ю. П.* Рассеяние звука неровными поверхностями // Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974. С. 231–330.
3. *Курьянов Б. Ф.* Рассеяние звука на шероховатой поверхности с двумя типами неровностей // Акуст. журн. 1962. Т. 8. № 2. С. 325–333.
4. *Копыл Е. А.* Интенсивность звука, отраженного и рассеянного поверхностью океана // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1974. С. 143–153.
5. *Воронович А. Г.* Рассеяние волн на неровных поверхностях сложного спектрального состава: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: Ин-т Океанологии АН СССР, 1987. 31 с.
6. *Воронович А. Г.* О двух новых подходах в теории рассеяния волн на неровных поверхностях // Акустические волны в океане. М.: Наука, 1987. С. 121–130.
7. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 246 с.
8. *Агеева Н. С. и др.* Океанологические характеристики, важные для акустики океана // Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974. С. 5–78.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28.05.90

M. Yu. Galaktionov

USE OF NEW METHODS FOR THE COMPUTATION OF A SCATTERING COEFFICIENT OF A SCALAR WAVE FIELD ON A ROUGH SURFACE WITH THE COMPLICATED SPECTRAL CONSTITUTION

Computation results for the main section of the scattering pattern of a scalar wave field in a wide frequency range are discussed. The computations are carried out with the use of formulae obtained within the framework of two new methods suggested by A. G. Voronovich for solving the problems of diffraction on rough surfaces. Cylindrical and isotropic rough surfaces with the complicated spectral constitution characterized by the frequency spectra corresponding to the developed wind sea are considered as the model. The results obtained demonstrate the connection of the new methods with the traditional ones: the method of small irregularities and the touchplane approach, enable to determine the ranges of application of the traditional methods and evaluate the errors of these methods. Some features peculiar to the computated dependences of the scattering coefficient on the scattering angle are discussed.