АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 2

УДК 534.232

© 1991 г.

В. Е. Глазанов, И. Л. Рубанов

ВХОДНОЙ ИМПЕДАНС РАДИАЛЬНО-ВОЗБУЖДАЕМОГО НЕСПЛОШНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ

Исследован входной импеданс несплошного цилиндрического слоя, возбуждаемого внутренней поверхностью пульсирующего цилиндрического преобразователя.

Рассмотрим случай экранирования внутренней поверхности пульсирующего цилиндрического преобразователя несплошным цилиндрическим слоем толщины l. Геометрия задачи указана на рис. 1, где c_0 — внутренний радиус преобразователя, b и a — внешний и внутренний радиусы кольцевого слоя соответственно. В случае отсутствия щелей между секторами экрана входной импеданс сплошного цилиндрического слоя определяется на основе работы [1] как

$$Z_{вх} = -i\frac{J_0(kc_0)+MN_0(kc_0)}{J_1(kc_0)+MN_1(kc_0)}; \quad (1)$$

где

$$M = -\frac{Z_1/(\rho c)_b J_1(kb) - iJ_0(kb)}{Z_1/(\rho c)_b N_1(kb) - iN_0(kb)};$$

$$\frac{Z_1}{(\rho c)_b} = im\frac{J_0(k_1 b)+DN_0(k_1 b)}{J_1(k_1 b)+DN_1(k_1 b)};$$

$$D = -\frac{Z_н/\rho c J_1(k_1 a) - iJ_0(k_1 a)}{Z_н/\rho c N_1(k_1 a)+iN_0(k_1 a)};$$

$$\frac{Z_н}{\rho c} = \frac{i}{m}\frac{J_0(ka)}{J_1(ka)}.$$

Здесь ρc и $(\rho c)_b$ — волновое сопротивление экрана и воды; k_1 и k — соответствующие волновые числа; $m = \frac{\rho c}{(\rho c)_b}$ — относительное волновое сопротивление; $J_\nu(x)$ и $N_\nu(x)$ — функции Бесселя и Неймана соответственно.

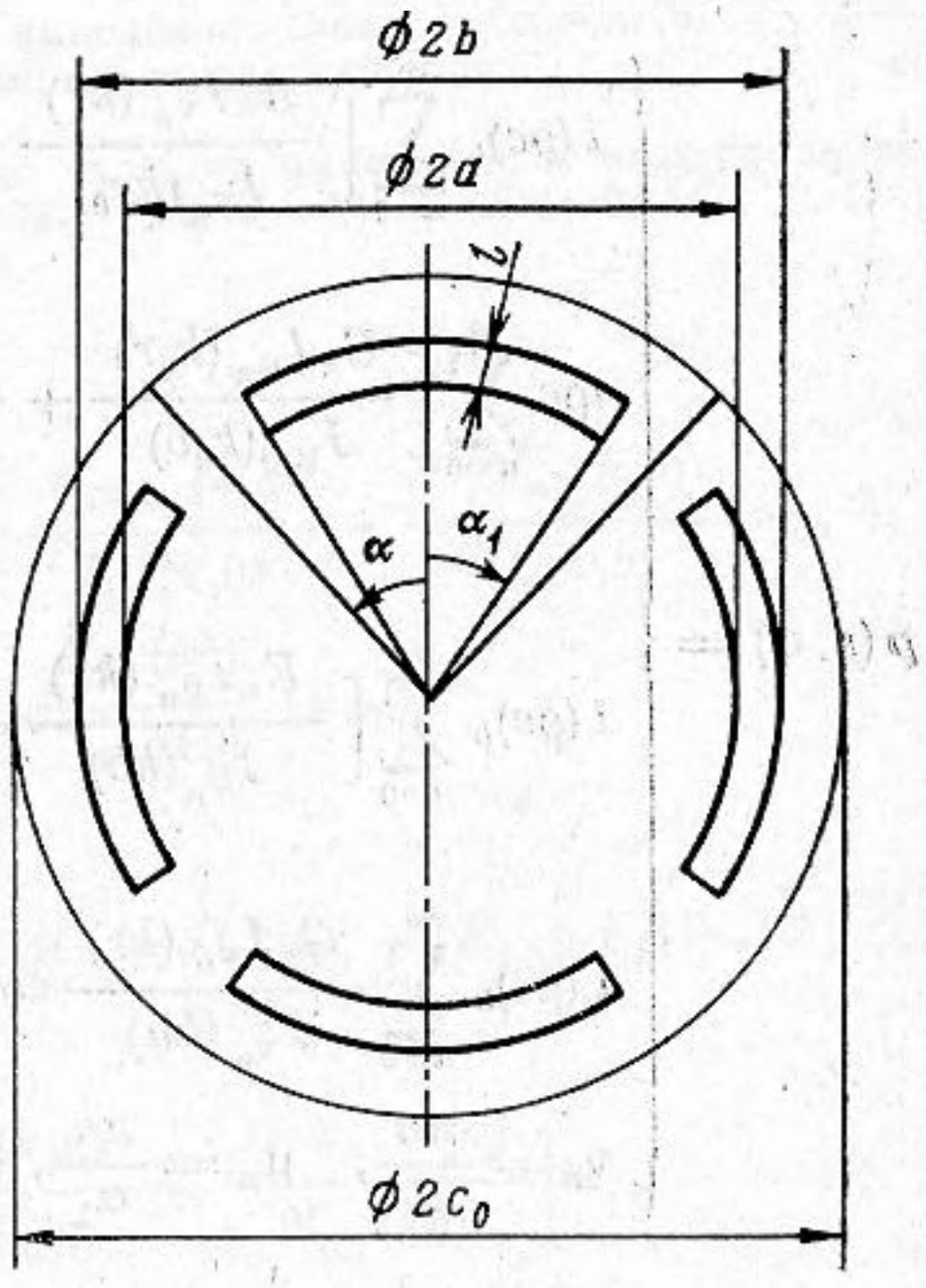

Рис. 1. Геометрия задачи

При нахождении входного импеданса несплошного цилиндрического экрана в силу наличия у исследуемой структуры оси симметрии N-го порядка [2], где N — число зазоров в цилиндрическом слое, задача сводится к рассмотрению излучения звука частью равномерно колеблющейся цилиндрической поверхности в двугранный угол раствора $2\alpha = \frac{2\pi}{N}$ с абсолютно жесткими гранями через незамкнутый кольцевой слой.

Требуется определить функцию $p(r, \varphi)$ — звуковое давление, являющуюся решением уравнения Гельмгольца, удовлетворяющую граничным условиям на излучающей поверхности

$$\left.\frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{r=c_0} = 1; \quad |\varphi| \leqslant \alpha \tag{2}$$

и на гранях угла

$$\left.\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=\pm\alpha} = 0; \quad r \leqslant c_0, \tag{3}$$

а также условию непрерывности полного поля — давления и колебательной скорости — на внешней ($r=b$; $|\varphi| \leqslant \alpha_1$) и внутренней ($r=a$; $|\varphi| \leqslant \alpha_1$) поверхностях кольцевого слоя [3].

При построении решения будем предполагать, что торцы кольцевого слоя акустически жесткие, т. е. выполняется граничное условие Неймана:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial \varphi}\right|_{\varphi=\pm\alpha_1} = 0; \quad a \leqslant r \leqslant b. \tag{4}$$

Воспользовавшись методом частичных областей [3], а также результатами работ [4, 5], будем искать звуковое поле в следующем виде:

$$p(r, \varphi) = \begin{cases} i(\rho c)_b \sum\limits_{n=0}^{\infty} \left[\dfrac{A_n J_{\nu_n}(kr)}{J'_{\nu_n}(kc_0)} + \dfrac{B_n N_{\nu_n}(kr)}{N'_{\nu_n}(kc_0)} \right] \cos(\nu_n \varphi), \\ \qquad\qquad b \leqslant r \leqslant c_0, |\varphi| \leqslant \alpha, \\ i\rho c \sum\limits_{n=0}^{\infty} \left[\dfrac{C_n J_{\mu_n}(k_1 r)}{J'_{\mu_n}(k_1 b)} + \dfrac{D_n N_{\mu_n}(k_1 r)}{N'_{\mu_n}(k_1 b)} \right] \cos(\mu_n \varphi), \\ \qquad\qquad a \leqslant r \leqslant b, \quad |\varphi| \leqslant \alpha_1, \\ i(\rho c)_b \sum\limits_{n=0}^{\infty} \left[\dfrac{E_n J_{\theta_n}(kr)}{J'_{\theta_n}(kb)} + \dfrac{F_n N_{\theta_n}(kr)}{N'_{\theta_n}(kb)} \right] \cos\left[\theta_n\left(\varphi - \dfrac{\alpha+\alpha_1}{2}\right)\right], \\ \qquad\qquad a \leqslant r \leqslant b, \quad \alpha_1 \leqslant |\varphi| \leqslant \alpha, \\ i(\rho c)_b \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{G_n J_{\nu_n}(kr)}{J'_{\nu_n}(ka)} \cos \nu_n \varphi, \quad r \leqslant a, \quad |\varphi| \leqslant \alpha, \\ \nu_n = \dfrac{\pi n}{\alpha}, \quad \mu_n = \dfrac{\pi n}{\alpha_1}, \quad \theta_n = \dfrac{2\pi n}{\alpha - \alpha_1}. \end{cases} \tag{5}$$

В выражении (5) A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n, G_n — неизвестные амплитуды мод.

Функция $p(r, \varphi)$ (5) удовлетворяет граничным условиям (3) на гранях угла и (4) на торцах кольцевого слоя.

Применив к выражению (5) граничные условия (2), воспользовавшись непрерывностью полного поля на границах частичных областей (условия сопряжения) [3], получим следующую бесконечную систему линейных алгебраических уравнений:

$$A_n + B_n = \begin{cases} 1, & n=0, \\ 0, & n \geqslant 1; \end{cases}$$

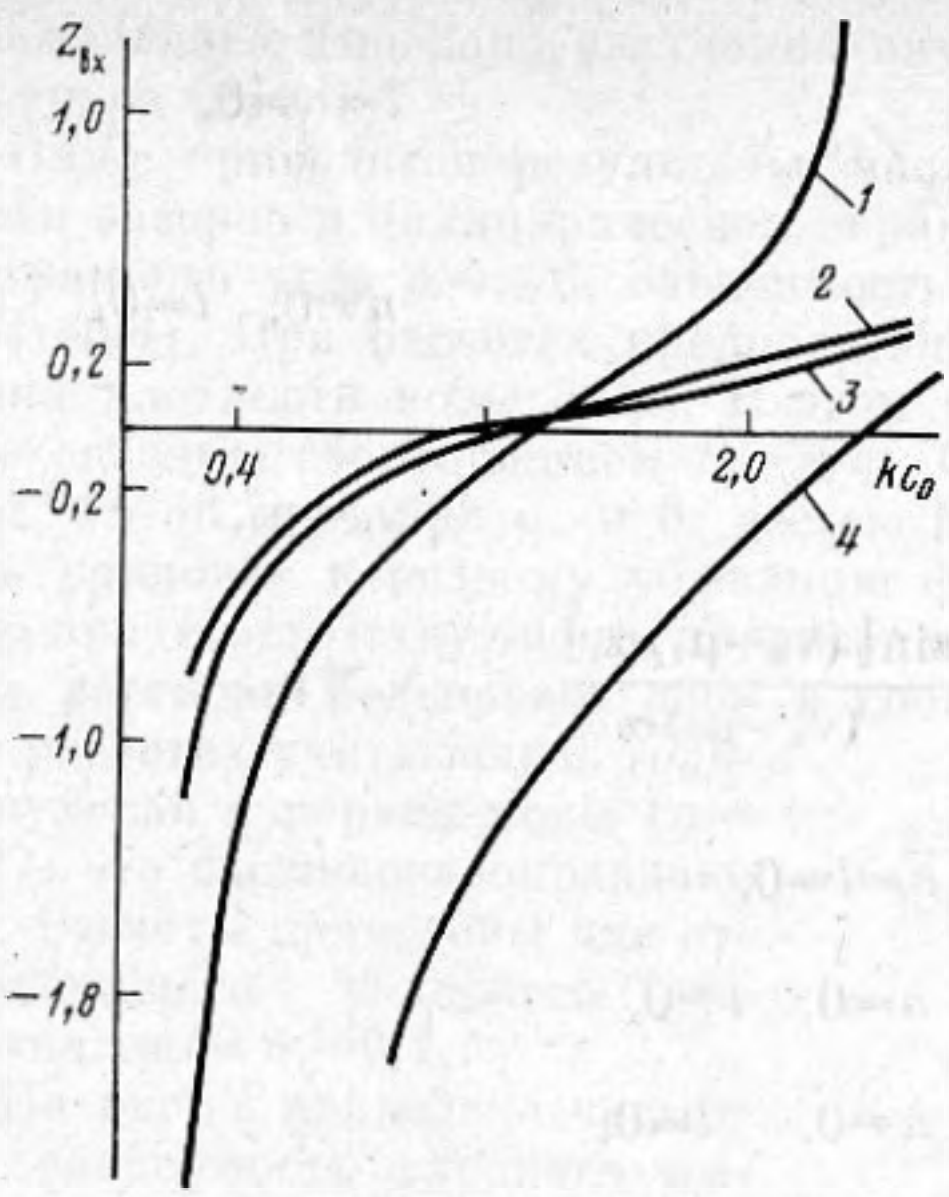

Рис. 2

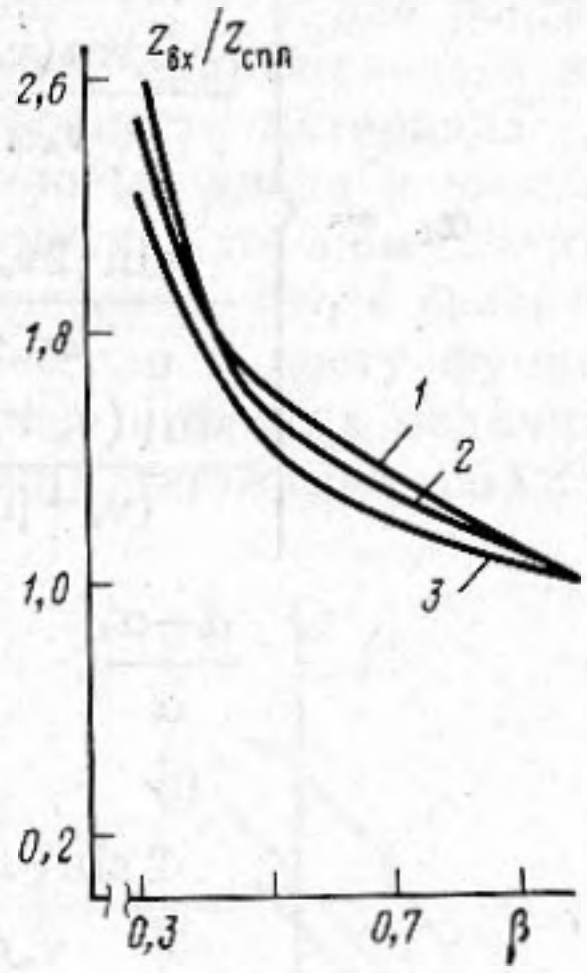

Рис. 3

Рис. 2. Частотная зависимость входного импеданса слоя: *1* – $\alpha_1=\pi/18$; *2* – $\alpha_1=5\pi/36$, *3* – замкнутый слой; *4* – отсутствие слоя

Рис. 3. Зависимость нормированной величины входного импеданса от коэффициента перекрытия $b/c_0=0{,}9$; $kc_0=1{,}5$: *1* – $l/c_0=0{,}05$; *2* – 0,1; *3* – $l/c_0=0{,}15$

$$\frac{A_n J_{\nu_n}(kb)}{J'_{\nu_n}(kc_0)}+\frac{B_n N_{\nu_n}(kb)}{N'_{\nu_n}(kc)}=\sum_{l=0}^{\infty}\left\{m\left[\frac{C_l J_{\mu_l}(k_1 b)}{J'_{\mu_l}(k_1 b)}+\frac{D_l N_{\mu_l}(k_1 b)}{N'_{\mu_l}(k_1 b)}\right]\alpha_{ln}+\right.$$
$$\left.+\left[E_l\frac{J_{\theta_l}(kb)}{J'_{\theta_l}(kb)}+F_l\frac{N_{\theta_l}(kb)}{N'_{\theta_l}(kb)}\right]\beta_{ln}\right\};$$

$$A_n\frac{J'_{\nu_n}(kb)}{J'_{\nu_n}(kc_0)}+B_n\frac{N'_{\nu_n}(kb)}{N'_{\nu_l}(kc_0)}=\sum_{l=0}^{\infty}\{[C_l+D_l]\alpha_{ln}+[E_l+F_l]\beta_{ln}\};\quad(6)$$

$$G_n\frac{J_{\nu_n}(ka)}{J'_{\nu_n}(ka)}=\sum_{l=0}^{\infty}\left\{m\left[\frac{C_l J_{\mu_l}(k_1 a)}{J'_{\mu_l}(k_1 b)}+\frac{D_l N_{\mu_l}(k_1 a)}{N'_{\mu_l}(kb)}\right]\alpha_{ln}+\right.$$
$$\left.+\left[E_l\frac{J_{\theta_l}(ka)}{J'_{\theta_l}(kb)}+\frac{F_l N_{\theta_l}(ka)}{N'_{\theta_l}(kb)}\right]\beta_{ln}\right\};$$

$$G_n!=\sum_{l=0}^{\infty}\left\{\left[\frac{C_l J'_{\mu_l}(k_1 a)}{J'_{\mu_l}(k_1 b)}+\frac{D_l N'_{\mu_l}(k_1 a)}{N'_{\mu_l}(k_1 b)}\right]\alpha_{ln}+\right.$$
$$\left.+\left[\frac{E_l J'_{\theta_l}(ka)}{J'_{\theta_l}(kb)}+\frac{F_l N'_{\theta_l}(ka)}{N'_{\theta_l}(kb)}\right]\beta_{ln}\right\};$$

где

$$\alpha_{l_n}=\begin{cases}\alpha_1/\alpha, & l=n=0,\\ 0, \quad n=0, \quad l\neq 0,\\ \dfrac{2\sin(\nu_n\alpha_1)}{\nu_n\alpha}, & n\neq 0, \quad l=0,\\ \dfrac{\sin(2\nu_n\alpha_1)}{2\nu_n\alpha}+\dfrac{\alpha_1}{\alpha}, & \nu_n=\mu_l,\\ \dfrac{\sin[(\nu_n+\mu_l)\alpha_1]}{(\nu_n+\mu_l)\alpha}+\dfrac{\sin[(\nu_n-\mu_l)\alpha_1]}{(\nu_n-\mu_l)\alpha}, & \nu_n\neq\mu_l;\end{cases}$$

$$\beta_{l_n}=\begin{cases}\dfrac{\alpha-\alpha_1}{\alpha}, & n=l=0,\\ 0, & n=0, \quad l\neq 0,\\ -\dfrac{2\sin(\nu_n\alpha_1)}{\nu_n\alpha}, & n\neq 0, \quad l=0,\\ \cos\left[\nu_n\dfrac{\alpha+\alpha_1}{2}\right]\left[\dfrac{\sin(2\nu_n\alpha)}{2\nu_n\alpha}-\dfrac{\sin(2\nu_n\alpha_1)}{2\nu_n\alpha}+1-\dfrac{\alpha_1}{\alpha}\right]+\\ \quad+\sin\left[\nu_n\dfrac{\alpha+\alpha_1}{2}\right]\left[\dfrac{\sin^2(\nu_n\alpha)}{\nu_n\alpha}-\dfrac{\sin^2(\nu_n\alpha_1)}{\nu_n\alpha}\right].\\ \cos\left[\theta_l\dfrac{\alpha+\alpha_1}{2}\right]\left[\dfrac{\sin[(\nu_n+\theta_l)\alpha]}{(\nu_n+\theta_l)\alpha}-\dfrac{\sin[(\nu_n+\theta_l)\alpha_1]}{(\nu_n+\theta_l)\alpha}+\right.\\ \left.+\dfrac{\sin[(\nu_n-\theta_l)\alpha]}{(\nu_n-\theta_l)\alpha}-\dfrac{\sin[(\nu_n-\theta_l)\alpha_1]}{(\nu_n-\theta_l)\alpha}\right]+\\ \quad+\sin\left[\theta_l\dfrac{\alpha+\alpha_1}{2}\right]\left[\dfrac{\cos[(\nu_n+\theta_l)\alpha_1]}{(\nu_n+\theta_l)\alpha}-\dfrac{\cos[(\nu_n+\theta_l)\alpha]}{(\nu_n+\theta_l)\alpha}+\right.\\ \left.+\dfrac{\cos[(\nu_n-\theta_l)\alpha_1]}{(\nu_n-\theta_l)\alpha}-\dfrac{\cos[(\nu_n-\theta_l)\alpha]}{(\nu_n-\theta_l)\alpha}\right]; \quad \nu_n\neq\theta_l.\end{cases}$$

Система алгебраических уравнений (6) близка по структуре системам уравнений, возникающим при решении задач излучения через незамкнутые кольцевые слои [3] и может быть решена методом редукции.

В соответствии с определением [1] входной импеданс цилиндрического слоя равен

$$Z_{\text{вх}}=\frac{1}{(\rho c)_b v 2\alpha c_0}\int_{-\alpha}^{\alpha} p(c_0,\varphi)\,c_0\,d\varphi=-i\left[\frac{A_0J_0(kc_0)}{J_1(kc_0)}+\frac{B_0N_0(kc_0)}{N_1(kc_0)}\right]. \qquad (7)$$

В случае отсутствия в слое активных потерь, когда волновое сопротивление ρc — чисто вещественная величина, импеданс слоя имеет только реактивную составляющую. Отметим, что в предельном случае $\alpha_1\to 0$ (отсутствие кольцевого слоя) выражение (7) с учетом системы уравнений (6) переходит в хорошо известное выражение

$$Z_{\text{вх}}=-i\frac{J_0(kc_0)}{J_1(kc_0)}, \qquad (8)$$

описывающее импеданс излучения внутренней поверхности бесконечного цилиндра [1, 3].

Ниже приводятся результаты численных экспериментов для случая шести зазоров в цилиндрическом экране $N=6$ (рис. 1), т. е. для раствора двугранного угла $\alpha=\pi/6$. Зависимость от времени принималась в виде $\exp(-i\omega t)$. При расчетах предполагалось, что плотность материала слоя равна плотности воды $\rho=\rho_b$. В этом случае волновые числа в слое и в воде связаны соотношением $k_1=k/m$. Следует отметить, то при $\alpha_1=\pi/36$, $\alpha-\alpha_1\leqslant\pi/36$ значения μ_n и θ_n весьма быстро возрастают, что в свою очередь приводит к резкому убыванию функции Бесселя и росту функции Неймана соответствующего индекса, в связи с чем при этих величинах угла раствора кольцевого слоя в соответствующих частичных областях при расчетах учитывались только нулевая и первая моды ($n=0; 1$), что физически оправдано [2]. Расчеты приведены для относительного волнового сопротивления $m=0{,}1$.

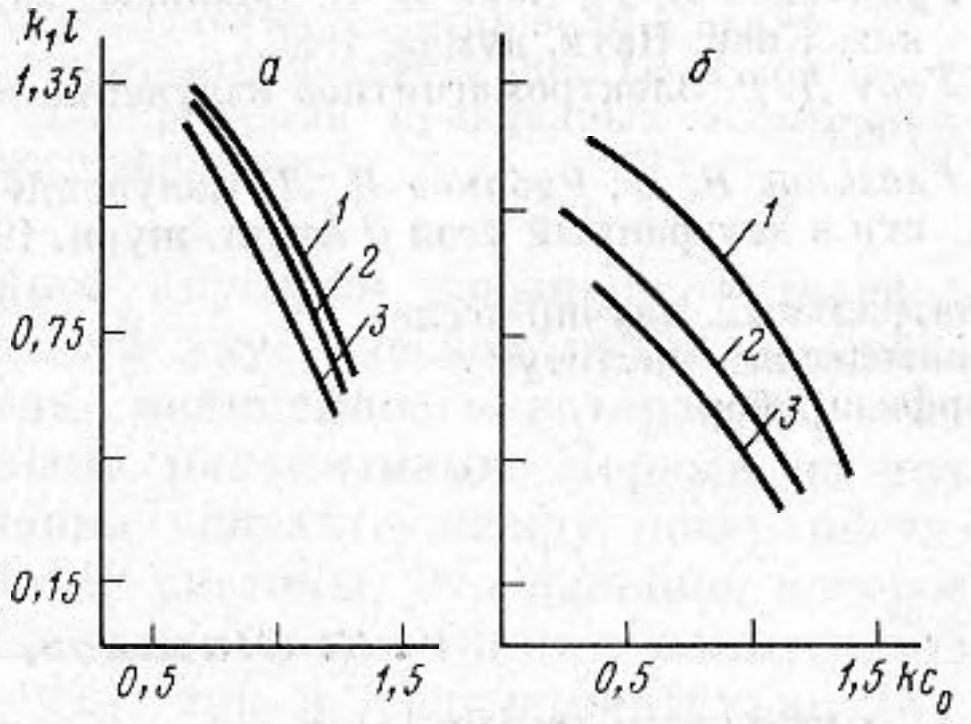

Рис. 4. Частотная зависимость резонансной волновой толщины цилиндрического слоя: *а* – $b/c_0=0{,}9$; *б* – $b/c_0=0{,}8$; *1* – $\alpha_1=\pi/18$; *2* – $\alpha_1=5\pi/36$; *3* – сплошной слой

На рис. 2 приведена частотная зависимость входного импеданса слоя для $b/c_0=0{,}9$; $l/c_0=0{,}05$ и двух значений угла раствора цилиндрического слоя α_1. Там же для сравнения построены зависимости входного импеданса замкнутого кольцевого слоя (1) и боковой поверхности бесконечного цилиндра (8). В области низких частот входной импеданс имеет упругий характер, при увеличении частоты упругая составляющая уменьшается. После достижения резонанса ($Z_{вх}=0$) дальнейшее повышение частоты приводит к изменению характера нагрузки с упругого на инерционный. При последующем увеличении частоты наблюдается антирезонанс – скачкообразное изменение характера нагрузки с инерционного на упругий, сопровождаемый разрывом функции $Z_{вх}$. Чем меньше величина угла раствора слоя α_1, т. е. чем меньшая часть излучающей поверхности экранирована, тем более резкие изменения в рассматриваемом диапазоне частот претерпевает входной импеданс слоя. Отметим, что наличие цилиндрического слоя приводит к снижению частоты резонанса по сравнению со случаем отсутствия внутреннего экрана, при этом чем больше угол раствора слоя α_1, тем ниже частота резонанса.

Зависимость нормированного к величине входного импеданса замкнутого слоя входного импеданса несплошного слоя $Z_{вх}/Z_{спл}$ от коэффициента перекрытия слоя $\beta=\alpha_1/\alpha$ показывает, что (рис. 3) при значениях $\beta\geqslant0{,}8$ наличие в экране щелей практически не влияет на входной импеданс слоя. Уменьшение коэффициента перекрытия слоя β (увеличение коэффициента перфорации) приводит к росту величины входного импеданса незамкнутого слоя по сравнению с замкнутым.

На рис. 4 приведена частотная зависимость резонансной волновой толщины цилиндрического слоя k_1l, т. е. толщины слоя, при которой на заданной частоте обеспечивается выполнение условия $Z_{вх}=0$. С увеличением частоты резонансная толщина волнового слоя k_1l уменьшается. При фиксированной толщине волнового слоя наличие в экране зазоров повы-

шает частоту резонанса. Уменьшение внешнего радиуса цилиндрического слоя — удаление экрана от излучающей поверхности — приводит к уменьшению резонансной толщины цилиндрического слоя $k_1 l$. Отметим, что как показывают результаты расчета по формуле (1) для стоящего вплотную к излучающей поверхности замкнутого цилиндрического слоя ($b/c_0=1{,}0$) нулевое значение входного импеданса до значения $kc_0 \leqslant 1{,}5$ обеспечивается практически постоянной толщиной $k_1 l=1{,}57$.

В заключение авторы приносят благодарность В. Я. Лиепиня за проведение расчетов на ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Глазанов В. Е.* Экранирование гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1986.
2. Вычислительные методы в электродинамике/Под ред. Миттры Р. М.: Мир, 1977.
3. *Гринченко В. Т., Вовк И. В.* Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках. Киев: Наук. думка, 1986.
4. *Уэйт Д. Р.* Электромагнитное излучение из цилиндрических систем. М.: Сов. радио, 1963.
5. *Глазанов В. Е., Рубанов И. Л.* Излучение звука частью цилиндрической поверхности в двугранный угол // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 3 С. 546–548.

Центральный научно-исследовательский институт морфизприбор

Поступила в редакцию
23.03.90

V. E. Glazanov, I. L. Rubanov

ENTRANCE IMPEDANCE OF A RADIALLY EXCITED NONCONTINUOUS CYLINDRICAL LAYER

In the case of screening of an inner surface of a pulsating cylindrical transducer a problem of an entrance impedance of a noncontinuous screen is solved. The problem is reduced to the consideration of sound radiation by a part of a cylindrical surface through an unclosed end layer without losses into a dihedral angle with absolutely hard side planes. The solution is obtained with the help of the partial regions method, which reduces the problem to the infinite system of algebraic equations for unknown expansion coefficients of a sound pressure function. In the absence of slits between screen sectors a finite expression for the cylindrical layer entrance impedance is obtained. Results of numerical experiments, which were carried out for six clearances in the cylindrical screen (dihedral angle is 60°), show that for layer overlapping coefficient more then 0,8 i. e. for small slits, the entrance impedances of unclosed and closed layers are the same. For a fixed wave thickness of the layer the clearances in the screen raise a frequency of a zero entrance impedance. For a closed cylindrical screen, which is situated close to the transducer, the zero entrance impendance is provided by the layer with the quarterwave thickness.