

УДК 534-8

© 1991 г.

*В. П. Романов, С. В. Ульянов***АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В НЕМАТИЧЕСКОЙ ФАЗЕ  
ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ**

Вычислены релаксационные вклады в комплексные коэффициенты вязкости нематических жидких кристаллов в упорядоченной фазе, обусловленные релаксацией параметра порядка и его флуктуациями и релаксацией флуктуаций директора. Анализируются температурное и частотное поведение коэффициентов Лесли и анизотропия и дисперсия скорости звука. Показано, что учет этих релаксационных механизмов позволяет объяснить угловую зависимость скорости звука. Проведено количественное сравнение рассчитанных значений скорости звука и коэффициентов Лесли с экспериментом.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию акустических свойств жидких кристаллов [1]. Интерес к этим объектам обусловлен тем, что жидкие кристаллы по своим физическим свойствам занимают промежуточное положение между обычными жидкостями и кристаллами, в связи с чем возникает целый ряд особенностей даже в наиболее простой жидкокристаллической структуре — упорядоченном нематическом жидком кристалле (НЖК). Это, прежде всего, наблюдаемые в эксперименте значительная дисперсия скорости и сильное поглощение звука, величина и частотное поведение которых зависят от близости к границам существования нематической фазы [1].

Экспериментальные данные находятся в согласии с развитыми к настоящему времени теоретическими представлениями об основных механизмах, ответственных за аномальное поглощение звука [1–7]. Это — релаксация параметра порядка (механизм Ландау — Халатникова) и взаимодействие звуковой волны с полями флуктуаций параметра порядка и флуктуаций директора. Данные механизмы позволяют описывать температурную и частотную зависимости поглощения звука как в перемешанном, так и в ориентированном нематиках и, в частности, оценить угловую зависимость поглощения, которая почти целиком определяется этими релаксационными процессами [1, 4, 5, 7, 8].

Что касается скорости звука, то гидродинамика НЖК предсказывает, что ее величина с высокой точностью не должна зависеть от направления распространения волны [9]. Однако на эксперименте наблюдается заметная угловая зависимость скорости звука [1, 10]. Величина и частотное поведение этого эффекта меняются при приближении к точке перехода в изотропную фазу. Поскольку анизотропия скорости растет с ростом частоты [10], можно заключить, что этот эффект имеет релаксационный характер. С другой стороны, релаксационные добавки к скорости и коэффициенту поглощения звука представляют собой с точностью до множителя мнимые и вещественные части одних и тех же комплексных коэффициентов вязкости. Это позволяет предположить, что аномальное поведение скорости звука должно описываться в рамках тех же релаксационных механизмов, что и поглощение.

В настоящей работе для объяснения анизотропии скорости звука вы-

числяются релаксационные вклады в комплексные коэффициенты вязкости. Анализируются температурные и частотные зависимости коэффициентов Лесли. Проводится сопоставление угловой зависимости скорости звука с экспериментом.

Будем исходить из системы уравнений гидродинамики НЖК и разложения свободной энергии по степеням параметра порядка, используемых в [8], которые здесь не приводятся во избежание повторений. Кроме того, будем пользоваться теми же обозначениями, что и в [8].

Как известно из гидродинамики НЖК [9], скорость звука  $c_0$  и коэффициент поглощения  $\alpha$  при пренебрежении эффектом теплопроводности в упорядоченных НЖК даются выражениями

$$c_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}, \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\rho c_0^3} \left[ \tilde{\zeta}_1 + \frac{4}{3} \tilde{\eta}_1 + 2(\tilde{\zeta}_2 + \tilde{\eta}_2) \cos^2 \theta + \tilde{\eta}_3 \cos^4 \theta \right], \quad (2)$$

где  $\theta$  — угол между вектором директора и направлением распространения звуковой волны. Коэффициенты вязкости  $\zeta_1, \zeta_2, \eta_1, \eta_2, \eta_3$  введены из удобства и связаны с коэффициентами вязкости  $\eta_j, j=1, \dots, 5$ , использованными в [9], и с коэффициентами Лесли  $\alpha_j, j=1, \dots, 6$  соотношениями

$$\tilde{\zeta}_1 = \eta_2 - \frac{1}{3} \eta_1, \quad \tilde{\zeta}_2 = \eta_1 - \eta_2 + \eta_4, \quad \tilde{\eta}_1 = \eta_1 = \frac{\alpha_4}{2},$$

$$\tilde{\eta}_2 = \eta_3 - 2\eta_1 = \alpha_5 + \alpha_3 \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3} = \alpha_5 + \alpha_2 \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3} \quad (3)$$

$$\tilde{\eta}_3 = \eta_1 + \eta_2 - 2\eta_3 - 2\eta_4 + \eta_5 = \alpha_1.$$

Используемые в [8, 9] коэффициенты  $\gamma$  и  $\lambda$  также связаны с коэффициентами Лесли

$$\gamma = \alpha_3 - \alpha_2, \quad \lambda = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3}. \quad (4)$$

Из формул (1), (2) следует, что гидродинамика предсказывает изотропию скорости и анизотропию поглощения. В случае комплексных коэффициентов вязкости их мнимая часть должна порождать угловую зависимость скорости звука. При этом

$$c(\omega, \theta) - c_0 = \frac{\omega}{2\rho c_0} \operatorname{Im} \left[ \tilde{\zeta}_1 + \frac{4}{3} \tilde{\eta}_1 + 2(\tilde{\zeta}_2 + \tilde{\eta}_2) \cos^2 \theta + \tilde{\eta}_3 \cos^4 \theta \right]. \quad (5)$$

Здесь  $c(\omega, \theta)$  — скорость звука, зависящая от частоты и угла. Изменение скорости на частоте  $\omega$  при этом определяется как

$$c(\omega, \theta) - c(\omega, \theta=90^\circ) = \frac{\omega}{2\rho c_0} \operatorname{Im} [2(\tilde{\zeta}_2 + \tilde{\eta}_2) \cos^2 \theta + \tilde{\eta}_3 \cos^4 \theta]. \quad (6)$$

При вычислении комплексных коэффициентов вязкости будем учитывать те же три основных механизма, что и в [4, 5, 7, 8]. Для учета механизма Ландау — Халатникова необходимо в систему уравнений гидродинамики НЖК включить дополнительную релаксационную переменную  $\delta Q$ , которая удовлетворяет уравнению [8]

$$\frac{\partial \delta Q}{\partial t} + v_i \partial_i \delta Q = Y n_i n_k v_{ik} + Z n_i n_k v_{ik} \delta Q + b' \psi. \quad (7)$$

Тогда линеаризованные уравнения релаксации параметра порядка и Навье-Стокса будут иметь следующий вид [8]:

$$\frac{\partial \delta Q}{\partial t} = Y \partial_3 v_3 - \frac{1}{\tau} \left[ \delta Q - \left( \frac{\partial Q}{\partial \rho} \right)_s \delta \rho \right], \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_j}{\partial t} = & -\partial_j \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{q,s} \delta \rho + \rho \left( \frac{\partial^2 E}{\partial \rho \partial Q} \right) \delta Q \right] + \partial_k \sigma_{jk}^{(n)} + \partial_k \sigma'_{jk} + \\ & + \partial_k Y \delta_{k3} \delta_{j3} \left[ -\frac{2}{3} L_1 \partial_i \partial_i \delta Q + \left( \frac{\partial^2 F}{\partial Q^2} \right) \delta Q + \left( \frac{\partial^2 F}{\partial Q \partial \rho} \right) \delta \rho \right], \quad (9) \end{aligned}$$

где  $\tau^{-1} = b' (\partial^2 E / \partial Q^2)$ ,  $E$  — внутренняя энергия единицы объема,  $\sigma_k^{(n)}$  — реактивная часть тензора напряжений, связанная с директором [9], а  $\sigma'_{jk}$  — тензор вязких напряжений, который дается выражением

$$\begin{aligned} \sigma'_{jk} = & 2\tilde{\eta}_1 v_{jk} + \left( \tilde{\zeta}_1 - \frac{2}{3} \tilde{\eta}_1 \right) \delta_{jk} v_{ll} + \tilde{\eta}_2 (\delta_{j3} v_{k3} + \delta_{k3} v_{j3}) + \\ & + \tilde{\zeta}_2 (\delta_{jk} v_{33} + \delta_{j3} \delta_{k3} v_{ll}) + \tilde{\eta}_3 \delta_{j3} \delta_{k3} v_{33}. \end{aligned}$$

Здесь полагается, что ось  $e_3$  декартовой системы координат совпадает по направлению с равновесным вектором директора. Исключая из системы (8), (9) релаксационную переменную  $\delta Q$ , получаем следующие комплексные добавки к коэффициентам вязкости:

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_1^{(лх)}(\omega) = & \frac{1}{b'} \rho^2 \left( \frac{\partial Q}{\partial \rho} \right)_s^2 \frac{1}{1 - i\omega\tau}, \quad \tilde{\zeta}_2^{(лх)}(\omega) = \frac{Y}{b'} \rho \left( \frac{\partial Q}{\partial \rho} \right)_s \frac{1}{1 - i\omega\tau}, \quad (10) \\ \tilde{\eta}_1^{(лх)}(\omega) = & \tilde{\eta}_2^{(лх)}(\omega) = 0, \quad \tilde{\eta}_3^{(лх)}(\omega) = \frac{Y^2}{b'} \frac{1}{1 - i\omega\tau}. \end{aligned}$$

Флуктуационные вклады в комплексные коэффициенты вязкости, как и в [8], будем вычислять методом, использованным в [11, 12]. Для описания кинетики флуктуаций параметра порядка воспользуемся уравнением (7), в правую часть которого добавляется случайная сила  $f_Q$ . Уравнение Навье-Стокса, в котором учтено взаимодействие звуковой волны с флуктуациями, имеет вид

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_j}{\partial t} = & -\partial_j \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{q,s} \delta \rho + \left( \frac{\partial^2 E}{\partial \rho \partial Q} \right) \delta Q + \frac{\rho}{2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \delta Q^2 - \frac{1}{2} A_2 \delta Q^2 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \delta \rho \delta Q^2 - \frac{L_1}{3} (\nabla \delta Q)^2 \right] + \partial_k \sigma_{jk}^{(n)} + \partial_k \sigma'_{jk} + \\ & + \partial_k \left[ Y \delta_{k3} \delta_{j3} \left( -\frac{2}{3} L_1 \partial_i \partial_i \delta Q + A_2 \delta Q + \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \delta Q \delta \rho + \left( \frac{\partial^2 E}{\partial Q \partial \rho} \right) \delta \rho \right) - \right. \\ & \left. - \frac{2}{3} L_1 (\partial_j \delta Q) (\partial_k \delta Q) + Z \delta_{j3} \delta_{k3} \delta Q \left( A_2 - \frac{2}{3} L_1 \partial_i \partial_i \right) \delta Q + \right. \\ & \left. + Z \delta_{j3} \delta_{k3} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \delta \rho \delta Q^2 \right]. \quad (11) \end{aligned}$$

Здесь параметры звуковой волны  $\delta \rho$  и  $v$  учтены с точностью до линейных членов, а флуктуационные слагаемые — до квадратов флуктуаций,  $A_2$  — равновесное значение производной  $\partial^2 F / \partial Q^2$ . Уравнение релаксации флуктуаций параметра порядка формально решается с помощью итерационной

процедуры, в которой последовательно учитываются параметры звуковой волны во все более высоких степенях. При этом после второй итерации в фурье-представлении получаем

$$\begin{aligned} \delta Q_{\mathbf{q}}(\omega) = & [-i\omega + \Gamma(q^2)]^{-1} \left\{ f_{\mathbf{q},\mathbf{q}}(\omega) + Yiq_3v_3 + \tau^{-1} \left( \frac{\partial Q}{\partial \rho} \right)_s \delta \rho_{\mathbf{q}}(\omega) - \right. \\ & - \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{q}'} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left[ i(q_l - q_l') v_{l,\mathbf{q}'}(\omega') - Ziq_3' v_{3,\mathbf{q}'}(\omega') + \right. \\ & \left. \left. + b' \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \delta \rho_{\mathbf{q}'}(\omega') \right] f_{\mathbf{q},\mathbf{q}-\mathbf{q}'}(\omega - \omega') [-i(\omega - \omega') + \Gamma((\mathbf{q} - \mathbf{q}')^2)]^{-1} \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\Gamma(q^2) = b'(A_2 + (2/3)L_1q^2)$ . Переходя в уравнении (11) к представлению Фурье, после подстановки в него формального решения (12) проводим статистическое усреднение. При этом учитывается, что

$$\langle f_{\mathbf{q},\mathbf{q}}(\omega) f_{\mathbf{q},\mathbf{q}'}(\omega') \rangle = \frac{2(2\pi)^4 b' k_5 T}{V} \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}') \delta(\omega + \omega').$$

После проведения интегрирования по частотам и волновым векторам получаем в усредненном уравнении Навье-Стокса слагаемые, имеющие смысл вкладов в  $\partial_k \sigma_{jk}'$ . Тем самым находятся флуктуационные добавки к коэффициентам вязкости, вещественные и мнимые части которых имеют вид

$$\begin{aligned} \text{Re}(\Delta \tilde{\xi}_1^{(q)}(\omega)) & \equiv \text{Re}(\tilde{\xi}_1^{(q)}(\omega) - \tilde{\xi}_1^{(q)}(\omega=0)) = \\ & = \frac{k_5 T}{96\pi b' L_1 r_c} \left\{ \left[ \frac{\rho}{A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \right]^2 9 \left[ x^2(v-1) - \frac{1}{8} \right] - \right. \\ & - \left[ \frac{\rho}{A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \right] \left[ 3 \left( \frac{1}{v} - 1 \right) + 12 \left[ x^2(v-1) - \frac{1}{8} \right] + \frac{7}{2} \left( \frac{1}{v} - 1 \right) - \right. \\ & \left. \left. - 4(v-1) + 4 \left[ x^2(v-1) - \frac{1}{8} \right] \right\}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Re}(\Delta \tilde{\xi}_2^{(q)}(\omega)) & = \frac{Zk_5 T}{16\pi b' L_1 r_c} \left\{ \left[ \frac{\rho}{A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \right] \left( \frac{1}{v} - 1 \right) \frac{3}{2} - \left( \frac{1}{v} - 1 \right) + \right. \\ & \left. + (v-1) \right\} \end{aligned}$$

$$\text{Re}(\Delta \tilde{\eta}_1^{(q)}(\omega)) = -\frac{k_5 T}{40\pi b' L_1 r_c} \left[ \left( \frac{1}{v} - 1 \right) + (1-x^2)(v-1) + \frac{1}{8} \right],$$

$$\text{Re}(\Delta \tilde{\eta}_2^{(q)}(\omega)) = 0, \quad \text{Re}(\Delta \tilde{\eta}_3^{(q)}(\omega)) = -\frac{3Z^2 k_5 T}{8\pi b' L_1 r_c} (v-1), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{Im} \Delta(\omega \tilde{\xi}_1^{(q)}(\omega)) & \equiv \text{Im}(\omega \tilde{\xi}_1^{(q)}(\omega) - [\omega \tilde{\xi}_1^{(q)}(\omega)]_{\omega=0}) = \\ & = \frac{k_5 T}{2\pi r_c^3} \left\{ - \left[ \frac{\rho}{A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \right]^2 \frac{1}{8} \left( \frac{1}{v} - 1 \right) + \left[ \frac{\rho}{A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \right] \frac{1}{6} \left[ \left( \frac{1}{v} - 1 \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (v-1) \right] + \frac{1}{9} (v-1) - \frac{1}{18} \left( \frac{1}{v} - 1 \right) + \frac{1}{72x^2 v} \right\}, \end{aligned}$$

$$\text{Im} \Delta(\omega \tilde{\xi}_2^{(q)}(\omega)) = \frac{k_5 T Z}{6\pi r_c^3} \left\{ - \left[ \frac{\rho}{A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \rho} \right)_s \right] \frac{3}{2} (v-1) + (v-1) + \frac{1}{4x^2 v} \right\},$$

$$\operatorname{Im} \Delta(\omega \tilde{\eta}_1^{(q)}(\omega)) = -\frac{k_0 T}{30\pi r_c^3} \left[ 2(v-1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{v} - 1 \right) - \frac{1}{2x^2 v} \right],$$

$$\operatorname{Im} \Delta(\omega \tilde{\eta}_2^{(q)}(\omega)) = 0, \quad \operatorname{Im} \Delta(\omega \tilde{\eta}_3^{(q)}(\omega)) = \frac{k_0 T Z^2}{4\pi r_c^3} \frac{1}{x^2 v}.$$

Здесь вместо мнимых частей коэффициентов вязкости  $\operatorname{Im} \tilde{\xi}_j$ ,  $\operatorname{Im} \tilde{\eta}_j$  написаны дисперсионные добавки в  $\operatorname{Im}(\omega \tilde{\xi}_j)$ ,  $\operatorname{Im}(\omega \tilde{\eta}_j)$ , которые непосредственно входят в выражения для дисперсии скорости звука (5), (6). В формулах (13), (14) использованы обозначения

$$r_c = \sqrt{\frac{2L_1}{3A_2}}, \quad x = \frac{2b'A_2}{\omega}, \quad v = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1 \right)}.$$

Аналогично находится вклад флуктуаций директора в комплексные коэффициенты вязкости, при этом результат формального решения уравнения релаксации флуктуаций директора, приведенное в [8], подставляется в уравнение Навье-Стокса, в котором также учитываются слагаемые, линейные по параметрам звуковой волны и квадратичные по флуктуациям. После проведения статистического усреднения и взятия интегралов по частотам и волновым векторам, как это сделано в [8], получаем следующие комплексные поправки к коэффициентам вязкости:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\xi}_1^{(n)}(\omega) &= \left\{ - \left[ \frac{\rho}{K_0} \left( \frac{\partial K_0}{\partial \rho} \right)_s \right]^2 + \left[ \frac{\rho}{K_0} \left( \frac{\partial K_0}{\partial \rho} \right)_s \right] 2 \left( \lambda + \frac{1}{3} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} \left( \lambda^2 + \lambda + \frac{1}{6} \right) \right\} \tilde{W}(\omega), \\ \Delta \tilde{\xi}_2^{(n)}(\omega) &= \left\{ - \left[ \frac{\rho}{K_0} \left( \frac{\partial K_0}{\partial \rho} \right)_s \right] 3\lambda + 2\lambda^2 + \lambda \right\} \tilde{W}(\omega), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Delta \tilde{\eta}_1^{(n)}(\omega) = - \left( \lambda^2 + \frac{4}{15} \right) \tilde{W}(\omega), \quad \Delta \tilde{\eta}_2^{(n)}(\omega) = 2\lambda^2 \tilde{W}(\omega),$$

$$\Delta \tilde{\eta}_3^{(n)}(\omega) = -10\lambda^2 \tilde{W}(\omega),$$

где

$$\tilde{W}(\omega) = \frac{k_0 T}{16\pi} \left( \frac{\gamma}{K_0} \right)^{1/2} \sqrt{\omega} (1-i).$$

Полученные формулы позволяют найти дисперсионные добавки к экспериментально измеряемым величинам. Прежде всего, это касается коэффициентов Лесли. В рамках используемой системы уравнений гидродинамики НЖК [9] отсутствуют релаксационные поправки к коэффициентам  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ , связанным с  $\gamma$  и  $\lambda$ , поскольку они не вносят вклад в тензор вязких напряжений. Как следует из (3), при этом дисперсионные добавки к  $\alpha_5$ ,  $\alpha_6$  должны быть одинаковыми. Так же из (3) следует, что

$$\Delta \alpha_1(\omega) = \operatorname{Re} \Delta \tilde{\eta}_3(\omega), \quad \Delta \alpha_4(\omega) = 2 \operatorname{Re} \Delta \tilde{\eta}_1(\omega),$$

$$\Delta \alpha_5(\omega) = \Delta \alpha_6(\omega) = \operatorname{Re} \Delta \tilde{\eta}_2(\omega).$$

Как видно из формул (10), (13), (15), в коэффициент  $\alpha_1(\omega)$  вносят вклад все три релаксационных механизма. В коэффициент  $\alpha_4(\omega)$  вносят вклад оба флуктуационных механизма, а в  $\alpha_5(\omega)$ ,  $\alpha_6(\omega)$  — только флуктуации

директора. Из (13), (15) находим

$$\Delta\alpha_4(\omega) = -\frac{k_6 T}{20\pi b' L_1 r_c} \left[ \left( \frac{1}{v} - 1 \right) + (1-x^2)(v-1) + \frac{1}{8} \right] - \frac{k_6 T}{8\pi} \left( \lambda^2 + \frac{4}{15} \right) \left( \frac{\gamma}{K_0} \right)^{1/2} \sqrt{v\omega}, \quad (16)$$

$$\Delta\alpha_5(\omega) = \Delta\alpha_6(\omega) = \frac{k_6 T}{8\pi} \lambda^2 \left( \frac{\gamma}{K_0} \right)^{1/2} \sqrt{v\omega}.$$

В [13, 14] экспериментально измерялись частотные зависимости величин

$$\eta_c = \frac{\alpha_4}{2}, \quad \eta_a = \frac{1}{2} \left( \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_2 \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3} \right) = \frac{1}{2} \left( \alpha_4 + \alpha_6 + \alpha_3 \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_2 - \alpha_3} \right)$$

в жидком кристалле МББА при  $T_c - T = 14$  К. Как видно из формул (16), значения величин  $\eta_a$  и  $\eta_c$  должны падать с ростом частоты. Количественное сравнение данных [13] с рассчитанными по формулам (16) показывает, что вычисленные и измеренные величины  $\eta_a$  и  $\eta_c$  в интервале частот 2,75–10 МГц меняются подобным образом, при этом эксперимент дает изменение примерно в 2–3 раза больше, чем получается из расчетов. Однако необходимо отметить, что измеренные изменения величин  $\eta_a$  и  $\eta_c$  находятся на пределе точности опыта.

Что касается коэффициента Лесли  $\alpha_1(\omega) = \text{Re } \tilde{\eta}_3(\omega)$ , величину которого не удается определить в опытах по отражению сдвиговых волн [13, 14], то для его нахождения можно использовать данные работы [15] по угловой зависимости коэффициента поглощения звука. Рассчитанная кривая этой угловой зависимости

$$\alpha(\omega, \theta) - \alpha(\omega, \theta = 90^\circ) = A \cos^2 \theta + B \cos^4 \theta, \quad (17)$$

где  $A = (\omega^2 / \rho c_0^3) \text{Re}(\tilde{\zeta}_2 + \tilde{\eta}_2)$ ,  $B = (\omega^2 / 2\rho c_0^3) \text{Re} \tilde{\eta}_3$ , приведена на рис. 1. Для вычисления коэффициентов вязкости использовались соответствующие выражения из работы [8], в которых учтены вклады всех трех релаксационных механизмов. Экспериментальные данные по угловой зависимости поглощения звука были взяты из работы [15]. Возможность выделения  $\alpha_1(\omega)$  обусловлена тем, что связанный с ним вклад в поглощение имеет другую угловую зависимость, нежели связанный с  $\tilde{\zeta}_2$  и  $\tilde{\eta}_2$ . Обработка методом наименьших квадратов по формуле (17) приводит к тому же значению  $\text{Re} \tilde{\eta}_3(\omega)$ , что и вычисленное теоретически ( $\sim 20$  сПз). Отметим, что для определения таких параметров, как коэффициенты вязкости измерение угловых зависимостей существенно информативнее, чем данные по полной анизотропии.

Перейдем к анализу мнимых частей вязкостей. Как уже говорилось выше, они вносят вклад в дисперсию скорости звука. По дисперсии скорости есть два типа экспериментов — в перемешанных и в ориентированных нематиках. Согласно (5), усреднение по ориентациям дает

$$\bar{c}(\omega) - c_0 = \frac{\omega}{2\rho c_0} \text{Im} \left[ \tilde{\zeta}_1 + \frac{4}{3} \tilde{\eta}_1 + \frac{2}{3} (\tilde{\zeta}_2 + \tilde{\eta}_2) + \frac{1}{5} \tilde{\eta}_3 \right]. \quad (18)$$

В этой формуле основной вклад вносит коэффициент  $\tilde{\zeta}_1$ , который на 1–2 порядка превышает вклады других коэффициентов. Поэтому при сравнении с опытом для перемешанных нематиков достаточно ограничиться вкладом  $\tilde{\zeta}_1$ . На рис. 2 приведены вычисленные по формуле (18)

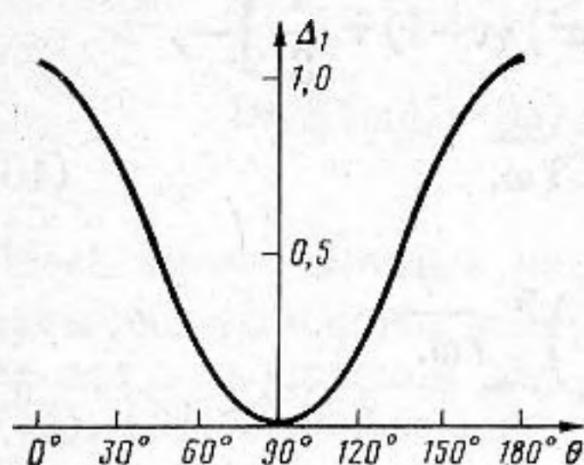


Рис. 1

Рис. 1. Рассчитанная угловая зависимость коэффициента поглощения звука, отнесенного к квадрату частоты  $\Delta_1 = [(\alpha(\theta) - \alpha(\theta = 90^\circ)) / f^2] \cdot 10^{14} \text{ с}^2/\text{см}$ , на частоте

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 6 \text{ МГц} \quad \text{при } T_c - T = 24 \text{ К в МББА}$$

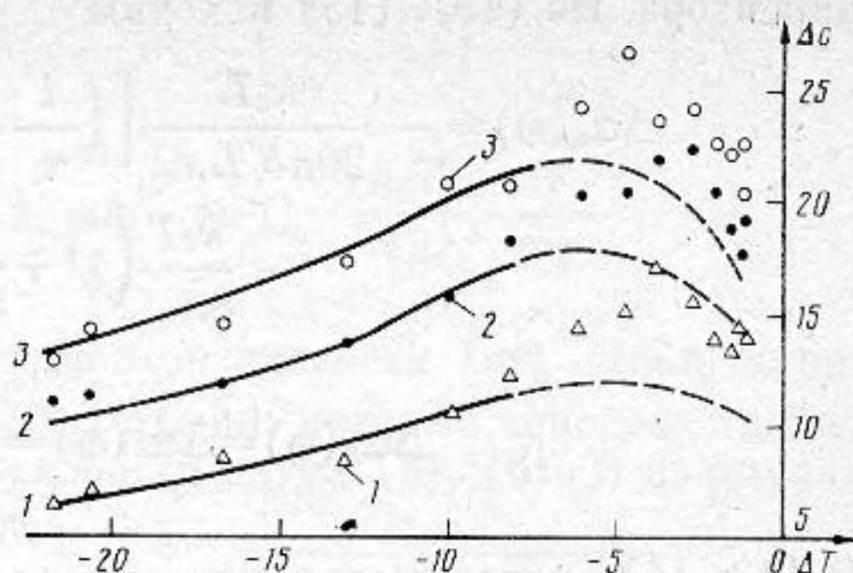


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость дисперсии скорости звука  $\Delta c = \bar{c}(f) - \bar{c}(f = 3,9 \text{ МГц})$  от расстояния  $\Delta T = T_c - T$  (К) до точки перехода. Экспериментальные точки — из [6]. Теоретические кривые — по формуле (18);  $f$ , МГц, 1 — 9,4; 2 — 15,1; 3 — 20,9

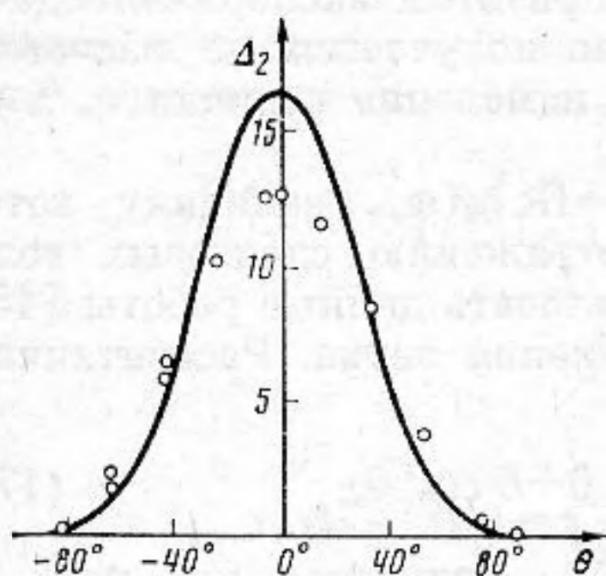


Рис. 3

Рис. 3. Угловая зависимость относительной скорости  $\Delta_2 = [(c(\theta) - c(\theta = 90^\circ)) / c_0] \cdot 10^4$  на частоте  $f = 10 \text{ МГц}$  при  $T_c - T = 24 \text{ К}$  в МББА. Экспериментальные точки — из [10]. Теоретическая кривая — по формулам (6), (10), (14)

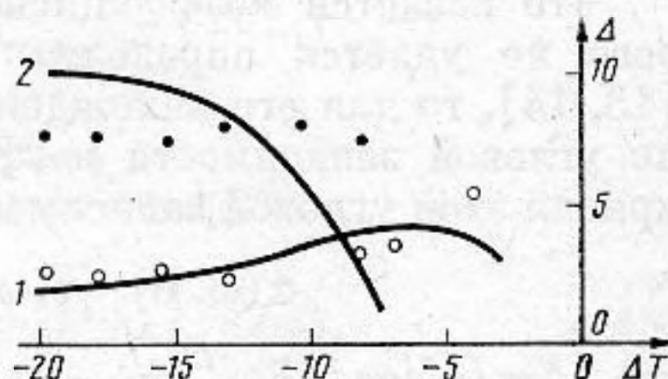


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость относительной анизотропии скорости  $\Delta = [(c(\theta = 0^\circ) - c(\theta = 90^\circ)) / c_0] \cdot 10^4$  от расстояния  $\Delta T$  до точки перехода. Экспериментальные точки — из [10]. Теоретические кривые — по формулам (6), (10), (14);  $f$ , МГц, 1 — 2; 2 — 6

и экспериментальные данные [6] по дисперсии скорости на разных частотах в зависимости от температуры для МББА. При расчетах было обнаружено хорошее согласие теории с опытом в том диапазоне температур, где несущественно влияние вклада флуктуаций директора [4, 5, 7]. Для корректного учета этого вклада требуется знание температурной зависимости модулей Франка с более высокой точностью, чем она известна в настоящее время. Как видно из рис. 2, этот вклад начинает заметно сказываться примерно за 6–8 К до точки перехода. Результаты расчета в этой области только качественно согласуются с опытом.

Что касается анизотропии скорости звука, то экспериментально изучалась угловая зависимость величины  $\Delta_2 = [c(\theta) - c(\theta = 90^\circ)] / c_0$  при фиксированных значениях частоты и температуры, а также температурная зависимость относительной анизотропии на разных частотах. Результаты расчетов угловой зависимости скорости звука и экспериментальные данные для МББА приведены на рис. 3. Поскольку эти формулы не содер-

жат ни одного подгоночного параметра, то согласие расчетов с опытом можно считать достаточно хорошим и можно полагать, что угловая зависимость скорости в основном обусловлена рассмотренными релаксационными механизмами. Сравнение температурной зависимости анизотропии скорости звука на разных частотах (рис. 4) показывает, что хорошее согласие с экспериментом существует только для достаточно низких частот при  $T_c - T \geq 10$  К. В более близкой окрестности точки перехода наблюдается заметное расхождение результатов расчетов с опытом [10].

В заключение отметим, что учтенные релаксационные процессы позволяют описывать экспериментальные данные по поглощению звука в перемешанном и в ориентированном НЖК, а также в изотропной фазе. Эти же релаксационные механизмы объясняют частотную дисперсию коэффициентов Лесли. Что касается анизотропии и дисперсии скорости, то они хуже согласуются с опытом, чем поглощение, особенно в близкой окрестности точки перехода, хотя это вещественные и мнимые части одних и тех же комплексных коэффициентов. По-видимому, это связано с тем, что сами изменения скорости невелики и поэтому они более чувствительны к неточному знанию параметров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капустин А. П., Капустина О. А. Акустика жидких кристаллов. М.: Наука, 1986. С. 247.
2. Itura H., Okano K. Theory of anomalous ultrasonic absorption and dispersion of nematic liquid crystals just above the clearing point // Chem. Phys. Letters. 1973. V. 19. № 3. P. 387–390.
3. Кожевников Е. Н., Чабан И. А. Распространение звука вблизи перехода изотропная жидкость – нематический жидкий кристалл // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 421–431.
4. Кожевников Е. Н., Чабан И. А. Распространение звука в нематическом жидком кристалле вблизи перехода его в изотропную область // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 3. С. 363–371.
5. Nagai S. New interpretation of critical ultrasonic absorption in the nematic phase of liquid crystals // Jap. J. Appl. Phys. 1979. V. 18. № 5. P. 903–908.
6. Анисимович М. А., Воронов В. П., Гольдштейн А. С., Городецкий Е. Е., Кияченко Ю. Ф., Меркулов В. М. Универсальность критической динамики в нематических кристаллах // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. № 6(12). С. 1969–1983.
7. Алексеев Н. И., Романов В. П., Ульянов С. В. Поглощение звука в жидких кристаллах вблизи точки перехода изотропная фаза – нематик // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 3. С. 398–407.
8. Романов В. П., Ульянов С. В. Угловая зависимость поглощения звука в нематических жидких кристаллах // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 900–907.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. С. 246.
10. Mullen M. E., Luthi B., Stephen M. J. Sound velocity in a nematic liquid crystal // Phys. Rev. Letters. 1972. V. 28. № 13. P. 799–801.
11. Леванюк А. П. К феноменологической теории поглощения звука вблизи точек фазовых переходов второго рода // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. № 4(10). С. 1304–1312.
12. Andereck B. S., Swift J. Propagation and attention of sound near the smectic A – smectic C phase transition in liquid crystals // Phys. Rev. A. 1982. V. 25. № 2. P. 1084–1091.
13. Lee J. S., Golub S. L., Brown G. K. An ultrasonic shear wave study of the mechanical properties of a nematic liquid crystal // J. Chem. Phys. 1972. V. 76. № 17. P. 2409–2417.
14. Martinoty P., Candou S. Determination of velocity coefficients of a nematic liquid crystal using a shear waves reflectance technique // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1971. V. 14. № 3. P. 243–271.
15. Lord A. E., Labes M. M. Anisotropic ultrasonic properties of a nematic liquid crystal // Phys. Rev. Letters. 1970. V. 25. № 9. P. 570–572.

**SOUND VELOCITY ANISOTROPY IN THE NEMATIC PHASE  
OF LIQUID CRYSTALS**

Relaxational parts of complex viscosity coefficients in the ordered phase of nematic liquid crystals are calculated. They are caused by the order parameter relaxation and fluctuations, and the relaxation of vector director fluctuations as well. Temperature and frequency dependencies of Leslie coefficients, anisotropy and dispersion of the sound velocity are analyzed. It is discovered that the angle dependence of the sound velocity may be explained taking into account relaxational mechanisms. The sound velocity and Leslie coefficients calculated are compared with the experimental values.