АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 3

УДК 534.2
© 1991 г.

Р.И. Вейцман, Е.В. Зиновьев

О СИЛАХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ЦИЛИНДР И ЭКРАН ПРИ КОЛЕБАНИЯХ ЦИЛИНДРА ОКОЛО ЭКРАНА

Круглый цилиндр конечной высоты совершает гармонические колебания вдоль своей оси около жесткого плоского экрана. Ось цилиндра перпендикулярна экрану. Приводятся результаты численных экспериментов по расчету реакций акустической среды, действующих на экран и на цилиндр. Анализируются частотные зависимости сил, а также влияние геометрических параметров – расстояния от экрана до цилиндра и высоты цилиндра.

В статье приведены результаты численного решения уравнения Гельмгольца методом разностных потенциалов (МРП) [1]. Реализация этого метода в случаях, когда границы области совпадают с координатными поверхностями цилиндрической системы координат (r, ϑ, z), описана в работе [2]. При этом область, занятая акустической средой, может быть ограниченной или безграничной. В последнем случае должны быть выполнены условия излучения.

Метод разностных потенциалов находится на стыке двух методов: метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) и метода конечных разностей (МКР). МРП, так же как и МГИУ, оперирует со значениями решения и его нормальной производной на границе области. Это понижает на единицу размерность задачи. Ни на одном из этапов метода не вычисляются сингулярные интегралы. Вместо функции Грина, используемой в МГИУ, при отыскании связи между решением и его нормальной производной в МРП используется вспомогательная неоднородная задача в некоторой удобной области, содержащей исходную. Вспомогательная задача эффективно решается методом конечных разностей на регулярной сетке. Согласования сетки и границы не требуется. Общая размерность задачи не повышается, так как неоднородность вспомогательной задачи локализуется в окрестности границы исходной области. По мере увеличения точности аппроксимации и измельчения разностной сетки решение, полученное с использованием МРП, стремится к точному и имеет второй порядок точности. Кроме того, число обусловленности возникающей алгебраической системы невелико и остается ограниченным по мере повышения точности. Это делает ее удобной для решения методом итераций. Следует также отметить, что лежащие в основе метода уравнения для задачи с оператором Гельмгольца лишены "внутренних резонансов".

Таким образом, МРП, находясь на стыке МГИУ и МКР, избавлен от присущих МГИУ проблем с "внутренними резонансами" и вычислением сингулярных интегралов, а простота в формировании краевых условий и отсутствие необходимости в согласовании сетки выгодно отличают его от МКР. Также следует отметить, что при использовании МРП не требуется явный вид функции Грина. Это позволяет применять его для эллиптических задач с переменными коэффициентами (сюда относятся задачи в цилиндрических координатах).

В предлагаемой работе с использованием МРП решалась задача Неймана в полупространстве, ограниченном экраном $z = 0$ и цилиндром $r \leqslant R$, $h \leqslant z \leqslant h + L$. На поверхности экрана нормальная скорость равна нулю $v = 0$. Задана скорость v поверхности цилиндра $r \leqslant R$: $v = V$ при $z = h$, $v = -V$ при $z = h + L$ и $v = 0$ при $r = R$. Эта задача соот-

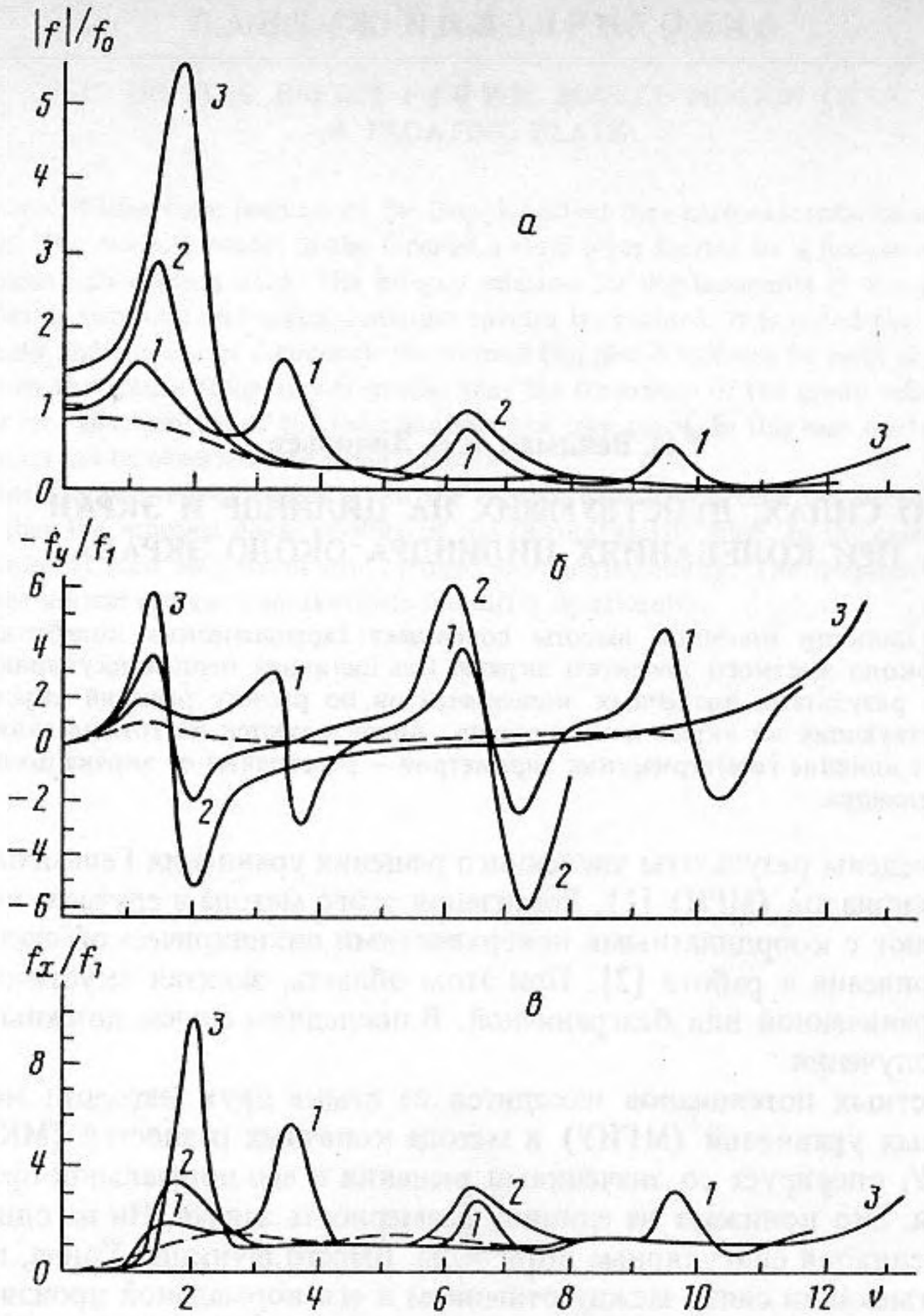

Рис. 1. Компоненты силы, действующей на цилиндр в зависимости от частоты ν для разных h/R – отношений ширины зазора к радиусу цилиндра при $L/R = 0{,}2$: *а, б, в* – модуль $|f|$, реактивная f_y и активная f_x составляющие силы f. Линии *1, 2, 3* соответствуют $h/R = 1{,}0$; 0,5; 0,25. Пунктир соответствует поршню в экране

ветствует колебаниям жесткого кругового цилиндра около жесткого экрана. Результаты решения представлены на графиках в зависимости от безразмерных параметров – зазора h/R, высоты L/R цилиндра и частоты $\nu = \omega R/c$, где ω – круговая частота, а c – скорость звука. Определению подлежали силы, которые действуют со стороны акустической среды на цилиндр и на экран, а также давление в дальнем поле на оси симметрии.

Чтобы воспользоваться МРП, исходная задача в бесконечном полупространстве заменялась эквивалентной задачей в области, которая ограничена поверхностью экрана и полусферой с центром на экране. Радиус этой полусферы выбирался так, чтобы цилиндр целиком содержался внутри области. К прежним граничным условиям на экране и цилиндре добавляется требование, чтобы в окрестности полусферы решение представляло из себя ряд расходящихся сферических волн, симметричных относительно экрана.

На рис. 1 приводятся полученные зависимости от частоты значения модуля силы f, которая действует на цилиндр, а также зависимости от частоты ее реактивной f_y и

активной f_x составляющих. Величина f определяется как сумма сил давления среды на цилиндр. Цилиндр имеет малое удлинение $L = 0{,}2R$. Рассмотрены случаи разной ширины зазора h. Для сравнения приведены аналогичные компоненты силы, которая действует со стороны среды на поршень в экране. Модуль силы отнесен к величине $f_0 = \rho SR\omega V$, где $S = \pi R^2$, ρ – плотность среды. Величина f_0 равна силе инерции цилиндрического объема среды радиуса R и высоты $L = R$ при его колебаниях как твердого тела вдоль оси со скоростью V и частотой ω. Составляющие силы отнесены к величине $f_1 = \rho ScV$ и характеризуют соответственно мнимую и действительную части импеданса.

Зависимость $f(\nu)$ имеет ярко выраженные максимумы. В рассмотренных случаях присутствие экрана мало влияет на значение частоты первого максимума ν_0. Такая частота обнаруживается и в известной зависимости для поршня без экрана. Величина $\nu_0 \approx \pi/2$, ей соответствует длина волны, близкая к длине периметра продольного сечения цилиндра. Значение силы на этом максимуме тем больше, чем меньше зазор h. Последующие максимумы соответствуют частотам ν_i, когда на ширине зазора укладывается целое число полуволн: $\omega_i h/c = \pi i$, $i = 1, 2, \ldots$.

Реактивная составляющая импеданса поршня в экране носит инерционный характер на всех частотах и имеет первый максимум в районе частоты ν_0. Аналогичный характер имеет в районе первого максимума и сила, которая действует на цилиндр при ширине зазора между стенкой и цилиндром, равной радиусу цилиндра. Если на ширине зазора укладывается целое число полуволн, реактивная составляющая f_y меняет знак, т. е. среда действует на цилиндр уже не как масса, а как упругость. Следует отметить, что на указанных частотах ν_i имеет место всплеск активной составляющей f_x – увеличивается диссипация энергии за счет излучения. Уменьшение ширины зазора h ведет к тому, что упругие свойства зазора существенно проявляются на первом максимуме силы. Если ширина зазора равна половине или четверти радиуса, то уже при $\nu \sim \nu_0$ реактивная составляющая силы меняет знак.

Представляет интерес частотная зависимость величины κ – отношения модулей силы F, действующей на экран, и силы f, действующей на цилиндр. Величина F определяется как сумма сил давления среды на экран. Для низких частот $\nu < 0{,}1$, чем ближе цилиндр к экрану, тем большее усилие передается на экран. Для частот в области первого максимума ($\nu \sim \nu_0$) можно отметить уменьшение коэффициента κ с уменьшением ширины зазора h. Для частот $\nu > \nu_0$ в основном $\kappa > 1$, т. е. на экран передается большая сила, чем действует на цилиндр. Силы F и f почти равны в районах частот повышенного излучения. Частотам, при которых на ширине зазора укладывается целое число полуволн плюс четверть волны, соответствуют минимумы силы f, минимумы f_x и максимумы коэффициента κ.

На рис. 2 показано влияние высоты цилиндра L на модуль силы F и на модуль силы f в районе первого максимума ($\nu \sim \nu_0$). Увеличение длины цилиндра ведет к смещению частоты первого максимума в сторону более низких частот и увеличению значения максимума модуля силы F, действующей на экран. Сила, действующая на цилиндр, меняется незначительно.

На рис. 3 представлены модули силы F и силы f в зависимости от h/R – отношения ширины зазора к радиусу при фиксированной высоте цилиндра L. Рассмотрен случай низкой частоты. Силы отнесены к величине f_0.

На рис. 4 представлена зависимость модуля давления p в дальнем поле на оси цилиндра ($r = 0$, $z \to \infty$) от частоты.

Для сравнения пунктиром приведен модуль давления p на оси в дальнем поле для поршня в экране. Давление отнесено к модулю давления p_1 в дальнем поле на оси для случая осцилляции сферы в безграничном пространстве. На низких частотах цилиндр, расположенный около жесткого экрана, излучает меньше, чем осциллирующая сфера того же радиуса. На высоких частотах цилиндр возле экрана излучает в направлении оси почти как поршень в экране. Заметные отличия наблюдаются в окрестности частот $\nu = \nu_i$, когда на ширине зазора укладывается целое число полуволн. В этом случае цилиндр около экрана излучает в направлении оси значительно больше, чем поршень в экране. По-видимому, это связано с тем, что фаза волны, отраженной от экрана на

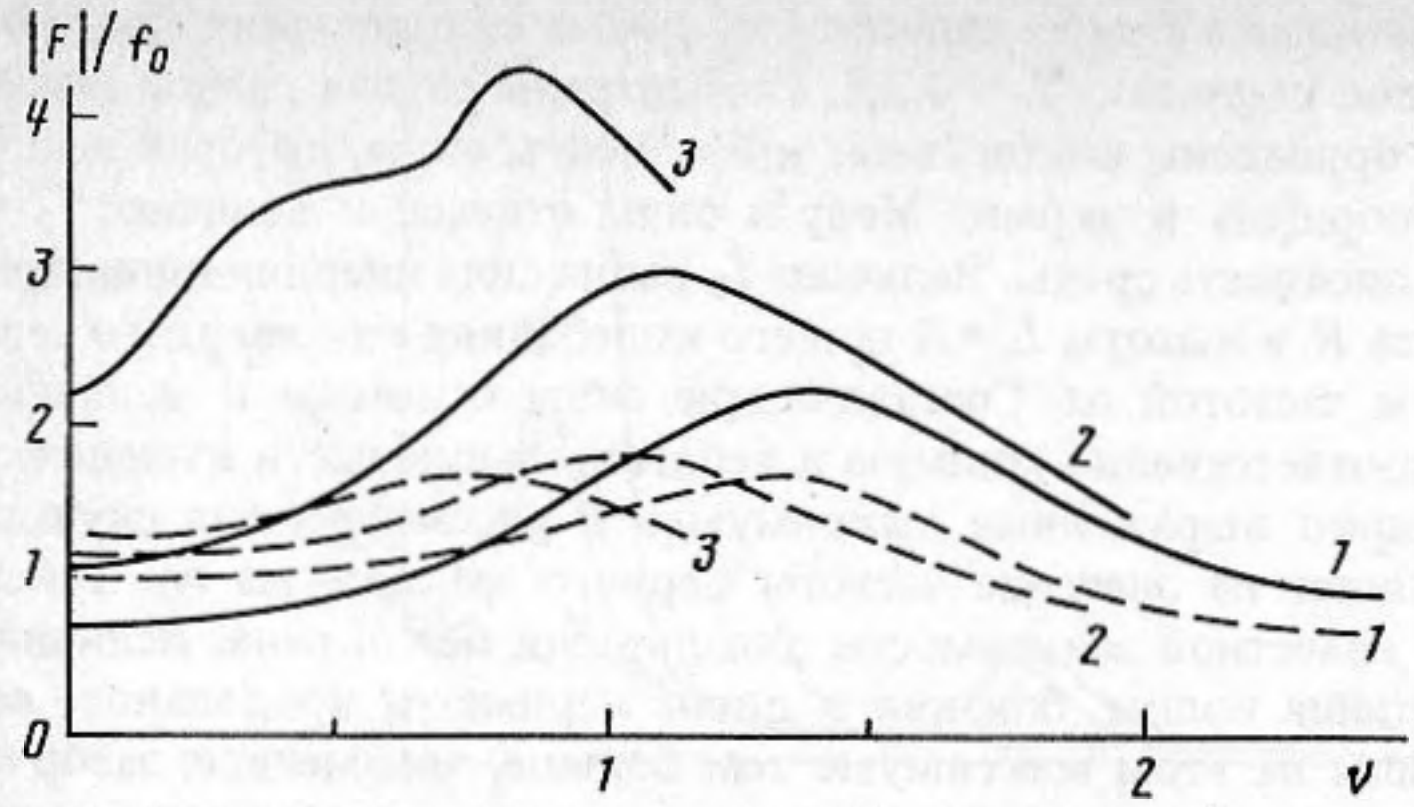

Рис. 2. Сила F, действующая на экран (сплошные линии), и сила f, действующая на цилиндр (пунктирные линии) в зависимости от высоты цилиндра L при ширине зазора $h = R$. Линии *1, 2, 3* соответствуют $L/R = 0{,}2;\ 1{,}0;\ 2{,}5$

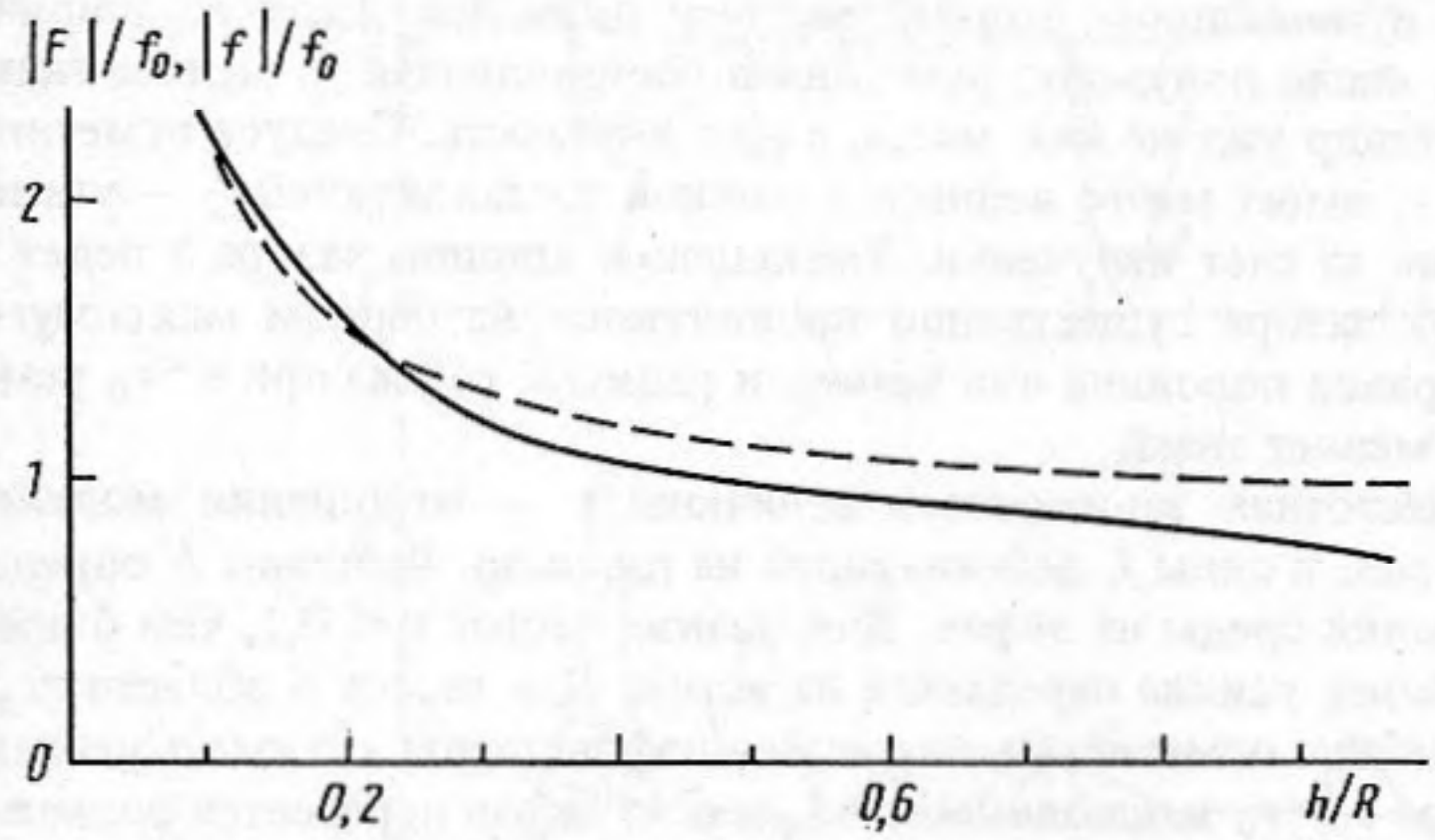

Рис. 3. Сила F, действующая на экран (сплошная линия), и сила f, действующая на цилиндр (пунктирная линия) в зависимости от ширины зазора h/R при $L/R = 0{,}2$, $\nu = 0{,}1$

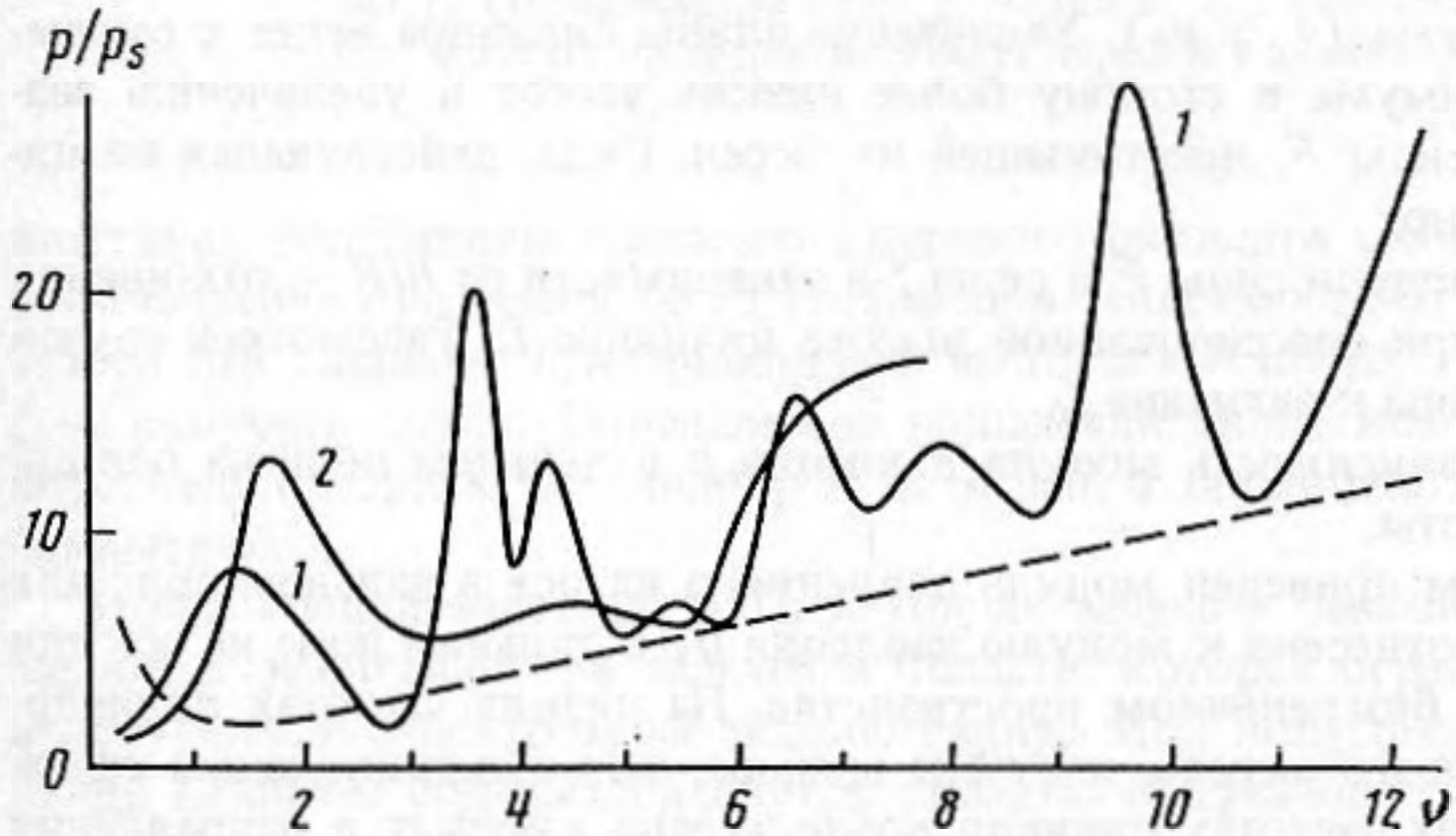

Рис. 4. Давление p на оси цилиндра в дальнем поле в зависимости от частоты при $L/R = 0{,}2$. Линии *1, 2* соответствуют $h = R$ и $h = 0{,}5\ R$. Пунктир соответствует поршню в экране

этих частотах, приближается к фазе волны, излучаемой внешней поверхностью цилиндра в направлении оси.

В заключение отметим, что достоверность данных, получаемых с использованием созданного алгоритма метода разностных потенциалов, основана на внутренней сходимости метода (по мере измельчения расчетной сетки) [1]. Она подтверждается также результатами [2] расчетов для задач с известной асимптотикой, расчетными экспериментами по восстановлению известного решения по его нормальной производной на границе области, а также сравнением с результатами других авторов для ряда задач (о пульсирующем цилиндре, о поршне в экране и поршне без экрана).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рябенький В.С.* Метод разностных потенциалов для некоторых задач механики сплошных сред. М.: Наука, 1987. 320 с.
2. *Вейцман Р.И., Зиновьев Е.В., Рябенький В.С.* Алгоритм метода разностных потенциалов решения уравнения Гельмгольца вне цилиндра конечной длины: Препринт № 91. Ин-т прикл. матем. им. М.В. Келдыша АН СССР, 1988. № 91. 27 с.

Институт машиноведения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19.02.90

R.I. Veitsman, E.V. Zinoviev

ON FORCES ACTING ON A CYLINDER AND A SCREEN DURING CYLINDER VIBRATIONS NEAR THE SCREEN

A circular cylinder of finite height vibrates harmonically along its axis near a rigid plane screen. The axis of the cylinder is normal to the screen. Results of numerical experiments for the calculation of the acoustic medium reaction acting on the cylinder and the screen are cited. Frequency dependencies of the forces and influence of geometric parameters i.e. the cylinder height and the distance between the cylinder and the screen are analyzed.