АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 6

УДК 539.6.013.42
© 1991 г.

В.Г. Савин

ИЗЛУЧЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ СФЕРИЧЕСКИМ ПЬЕЗОВИБРАТОРОМ

Рассмотрена задача о возбуждении электрическим импульсом пьезокерамической радиально поляризованной сферической оболочки окруженной и заполненной жидкостями. Внутренняя и наружная поверхности оболочки полностью электродированы. При описании движения пьезокерамической оболочки и контактирующей с ней жидкостью используются соотношения линейной теории электроупругих оболочек и акустического приближения. Рассеивание упругой энергии в пьезокерамике учитывается в соответствии с реологической моделью Фойгта.

Предложенная методика решения основана на использовании интегрального преобразования Лапласа по времени. При этом искомые величины определяются из интегральных уравнений Вольтерра, которые решаются численно. Разработанный подход иллюстрируется числовым примером.

В ряде областей техники широко используются пьезокерамические оболочки, функционирующие на эффекте связанности полей механических деформаций и электрических полей. В частности, применение пьезовибраторов для излучения акустических импульсов предполагает включение пьезоактивного элемента в цепь генератора, вырабатывающего электрические импульсные сигналы различной длительности, заполнения. В настоящее время достаточно хорошо изучены динамические процессы, обусловленные установившимися во времени электроупругими волновыми полями [1]. Закономерности поведения пьезовибраторов, нагруженных на акустическую среду, при нестационарном электрическом возбуждении практически не изучены.

Имеются единичные публикации, из которых отметим [2, 3].

В настоящей статье рассматривается задача о возбуждении нестационарным электрическим сигналом пьезокерамической сферической оболочки окруженной и заполненной жидкостями. Внутренняя и наружная поверхности оболочки полностью электродированы (радиальная поляризация).

При описании движения пьезокерамической оболочки и контактирующей с ней жидкостью, используются соотношения линейной теории электроупругих оболочек [4] и акустического приближения. Рассеивание упругой энергии в пьезокерамике учитывается в соответствии с реологической моделью Фойгта [5].

При сделанных допущениях исходная система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + d\,\frac{\partial W}{\partial t} + bW = h^{-1}\left[(P_2 - P_1)\,|_{r=1} - aG(t)H(t)\right], \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\,\frac{\partial \varphi_i}{\partial r} = \alpha_1^2\,\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2}\ (i = 1, 2) \tag{2}$$

где

$$b = (C_{11} + C_{12})\,C_{33}^{-1},\quad d = Q^{-1}\sqrt{b},\quad a = 2\,e_{13}(C_{33}d_{33})^{-1},$$

$$\alpha_1 = c_i^{-1}\sqrt{C_{33}\gamma^{-1}},\quad P_i = -\beta_1\,\frac{\partial \varphi_i}{\partial t},\quad \beta_i = \rho_i\,\gamma^{-1}.$$

W – прогиб оболочки, $C_{11}, C_{12}, C_{33}, e_{13}, d_{33}$ – модули упругости и пьезомодули материала оболочки, Q, γ, h – ее добротность, плотность и толщина, $G(t)$ – функция, которая определяет конфигурацию подводимого к оболочке электрического напряжения, $H(t)$ – единичная функция Хевисайда, φ_1, P_1 – волновой потенциал и давление, характеризующие возмущенное движение внешнего пространства ($i = 1$) и внутреннего объема ($i = 2$), C_i, ρ_i – скорость звука и плотность акустических сред, r – радиальная координата, t – время.

На граничной поверхности ($r = 1$) принимаются условия безотрывного контакта

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial r} = \frac{dW}{dt} \quad (i = 1, 2). \tag{3}$$

и кроме этого

$$\lim_{r \to \infty} \varphi_1 = 0, \quad \lim_{r \to 0} |\varphi_2| < \infty.$$

До подачи на оболочку электрического напряжения вся гидроупругая система находится в невозмущенном состоянии. При $t = 0$ положим

$$\varphi_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = W = \frac{\partial W}{\partial t} = 0 \quad (i = 1, 2). \tag{4}$$

Постановка задачи (1) – (4) приведена в безразмерных обозначениях, согласно которым W и r отнесены к радиусу оболочки R; t – к $R\sqrt{\gamma C_{33}^{-1}}$.

При решении задачи применяется интегральное преобразование Лапласа по времени. В пространстве изображений общие интегралы трансформированных уравнений (2) выражаются следующим образом:

$$\varphi_1^L = A_1^L(s)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{1}{sr\sqrt{\alpha_1}}\ \exp\left[\alpha_1 s(1-r)\right],$$

$$\varphi_2^L = A_2^L(s)\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ \frac{1}{sr\sqrt{\alpha_2}}\ \left[1-\exp(-2\alpha_2 rs)\right]\exp\left[\alpha_2 s(r-1)\right]. \tag{5}$$

Здесь индексом L обозначены соответствующие трансформанты, s – параметр преобразования, $A_1^L(s)$; $A_2^L(s)$ – подлежащие определению неизвестные функции, зависящие от s.

После подстановки (5) в граничные условия (3), с учетом преобразованного по Лапласу уравнения (1), получим алгебраическую систему двух уравнений относительно $A_1^L(s)$, $A_2^L(s)$. Последующее использование теоремы умножения Бореля позволяет находить значения неизвестных функций в пространстве оригиналов.

В результате задача сводится к решению системы интегральных уравнений Вольтерра второго рода:

$$A_1(t) + \int_0^t A_1(x)F_1(t-x)\,dx - \int_0^t A_2(x)M_2(t-x)\,dx =$$

$$= \int_0^t \Phi_1(x)G(t-x)\,dx - \int_{2\alpha_2}^t A_2(x-2\alpha_2)M_1(t-x)\,dx, \tag{6}$$

$$\int_0^t A_1(x)F_2(t-x)\,dx - A_2(t) + \int_0^t A_2(x)M_2(t-x)\,dx =$$

$$= \int_0^t \Phi_2(x)G(t-x)\,dx + A_2(t-2\alpha_2)H(t-2\alpha_2) + \int_{2\alpha_2}^t A_2(x-2\alpha_2)N_2(t-x)\,dx,$$

где

$$F_1(t) = d + \alpha_1^{-1} + \beta_1 h^{-1} \alpha^{-1} + (b + d\,\alpha_1^{-1}) + 0{,}5\, b \alpha_1^{-1} t^2;$$

$$M_1(t) = \beta_2 h^{-1} (\pi \sqrt{\alpha_1 \alpha_2})^{-1}, \quad \Phi_1(t) = \sqrt{2}\, a\, (\sqrt{\pi \alpha_1} h)^{-1},$$

$$F_2(t) = \pi \beta_1 (h \sqrt{\alpha_1 \alpha_2})^{-1}, \quad \Phi_2(t) = \sqrt{2\pi}\, a\, (\sqrt{\alpha_2} h)^{-1},$$

$$M_2(t) = d - \alpha_2^{-1} + \beta_2 (h \alpha_2)^{-1} + (b - d\,\alpha_2)^{-1} t - 0{,}5\, b\, \alpha_2^{-1} t^2,$$

$$N_2(t) = d + \alpha_2^{-1} - \beta_2 (h\, \alpha_2)^{-1} + (b + d\,\alpha_2^{-1})\, t + 0{,}5\, b \alpha_2^{-1} t^2.$$

Интегральные уравнения (6) решались численно по формуле трапеций. Проверка достоверности результатов осуществлялась сравнением искомых величин, полученных при различных длительностях шага по t. Отметим, что искомая функция $A_2(t)$ в правых частях уравнений (6) имеет запаздывающий аргумент. Это позволяет проводить численное интегрирование системы (6) на всем временном диапазоне с известной правой частью.

Так, в начальной стадии переходного процесса, когда $t < 2\,\alpha_2$ (время, за которое возмущение в акустической среде, находящейся внутри оболочки, проходит расстояние, равное ее диаметру), функция $A_2(t)$ равна нулю. В более поздние моменты времени эта функция с соответствующим сдвигом в аргументе входит в правые части системы интегральных уравнений как известная величина.

После вычисления $A_1(t), A_2(t)$ определяется акустическое давление во внешней среде и внутреннем объеме

$$P_1\,(t, r) = -\,\frac{\sqrt{\pi}\,\beta_1}{\sqrt{2}\, r}\, A_1\,[t - \alpha_1 (r_1 - 1)],$$

$$P_2(t, r) = -\,\frac{\beta_2}{\sqrt{2\pi}\, r}\,\{A_2\,[t - \alpha_2 (1 - r)] - A_2\,[t - \alpha_2 (1 + r)]\}.$$

Прогиб оболочки вычисляется по формуле

$$W(t) = (h \sqrt{b\,(\frac{d}{2})^2})^{-1} \left\{ \int_0^t [P_2(t, 1) - P_1(t, 1)] \cdot \right.$$

$$\cdot \exp\,[-\,\frac{d(t-x)}{2}]\, \sin \left\{ \sqrt{b - (\frac{d}{2})^2}\,(t-x) \right\} dx -$$

$$\left. -a \int_0^t G\,(x) \exp\,[\frac{d}{2}\,(t-x)]\, \sin\,[\sqrt{b - (\frac{d}{2})^2}\,(t-x)]\, dx \right\}.$$

Расчеты проводились для полого вибратора, выполненного из керамики состава PZT-4. Амплитуда подводимого к электродам электрического напряжения во всех случаях поддерживалась постоянной, а частота заполнения возбуждающего электрического импульса за время его действия линейно изменялась в полосе частот $0{,}8\,\omega_0 \leqslant \omega \leqslant 1{,}2\,\omega_0$ (ЛЧМ-импульс), где ω_0 – частота нулевой моды радиальных колебаний оболочки ($\omega_0 = 1$).

Осциллограммы давлений P_1 на наружной поверхности оболочки приведены на рис. 1, 2. Кроме того, на рис. 1 нанесена осциллограмма P_1 при возбуждении пьезовибратора электрическим импульсом с постоянной частотой заполнения $\omega_0 = 1$. Все величины, отложенные на рисунках по оси ординат, нормированы на амплитуды установившихся колебаний преобразователя с постоянной частотой заполнения возбуждающего сигнала.

Проанализируем полученные результаты. Прежде всего отметим, что приложенное электрическое напряжение обусловливает переходный процесс, длительность которого зависит от конфигурации электрического импульса. При включении электрического

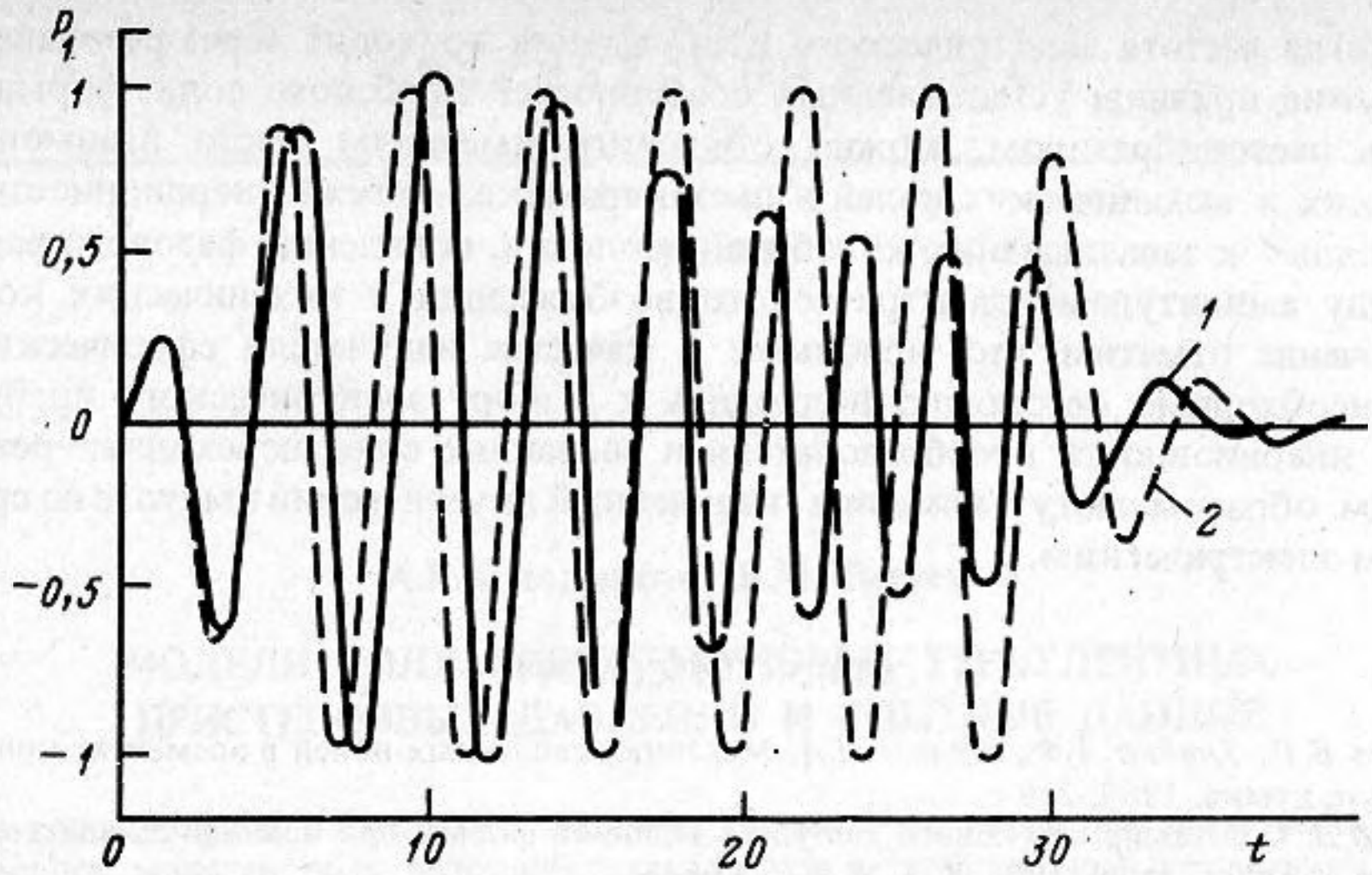

Рис. 1. Осциллограмма акустического давления P_1 на внешней поверхности оболочки (h = 0,1; Q = 10) при возбуждении пьезовибратора импульсом длительности t = 30 с различной частотой заполнения: *1* – ЛЧМ-импульсом, с линейно возрастающей частотой заполнения от 0,8 ω_0 до 1,2 ω_0; *2* – с постоянной частотой заполнения ω_0

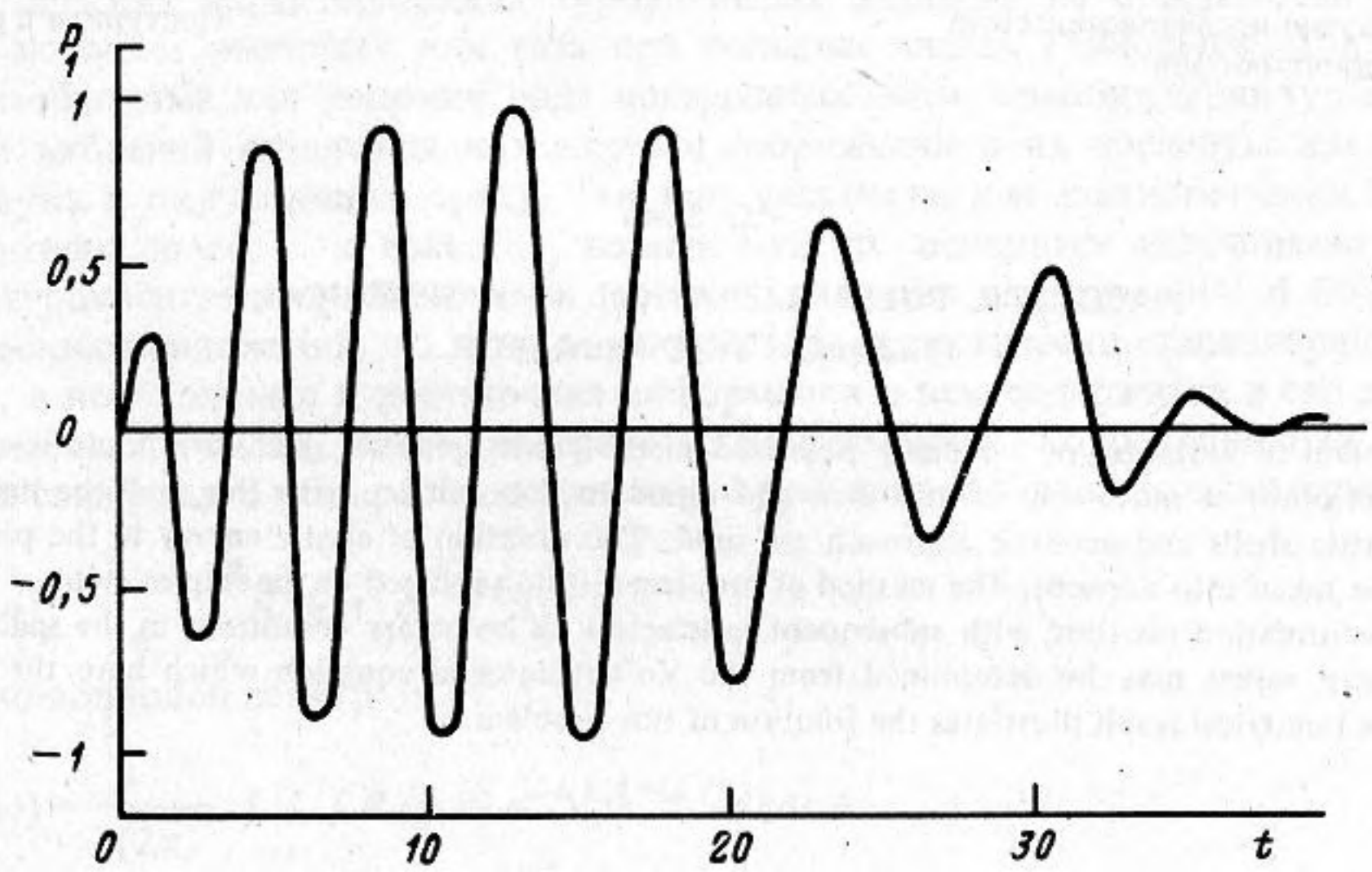

Рис. 2. Осциллограмма акустического давления P_1 на внешней поверхности оболочки (h = 0,1; Q = 10) при возбуждении пьезовибратора ЛЧМ-импульсом длительности t = 30 с линейно убывающей частотой заполнения от 1,2 ω_0 до 0,8 ω_0

импульса с постоянной частотой заполнения давление сравнительно быстро выходит на установившийся режим.

Осциллограммы P_1 при действии на пьезовибратор электрического импульса с линейно возрастающей (рис. 1) и убывающей (рис. 2) частотами заполнения существенным образом отличаются друг от друга. В первом случае акустическое давление достигает максимального значения в начальной стадии переходного процесса ($t \approx 10$); на более поздних временных интервалах имеет место сравнительно быстрое падение P_1. Изменение направления девиации частоты электрического возбуждения приводит к перемещению максимума акустического давления в те временные интервалы

($t \approx 15$), когда частота электрического возбуждения проходит через резонанс оболочки. Физические причины установленных особенностей звукового поля, формируемого одиночным пьезовибратором, можно объяснить имеющим место взаимовлиянием электрических и механических полей в пьезокерамике, а также инерционностью системы, приводящей к запаздыванию колебаний оболочки, появлению фазового рассогласования между амплитудами электрического возбуждения и механических колебаний.

В заключение отметим, что, используя в качестве излучателя сферический пьезовибратор, необходимо осторожно подходить к выбору электрического возбуждения, поскольку инерционность преобразователя и связанные с ней переходные режимы существенным образом могут изменить излученный акустический импульс по сравнению с задающим электрическим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Киев: Наук. думка, 1989. 279 с.
2. *Газарян Ю.Л.* О создании звукового импульса заданной формы при помощи пьезоэлектрической пластинки // Акуст. журн. 1958. Т. 4. № 1. С. 33–36.
3. *Касаткин Б.А.* Импульсные и переходные характеристики слоистого пьезопреобразователя, нагруженного на воду // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 1. С. 153–155.
4. *Борисейко В.А., Улитко А.Ф.* Осесимметричные колебания тонкой пьезокерамической сферической оболочки // Прикл. механика. 1974. Т. 10. № 10. С. 3–8.
5. *Бленд Д.* Теория линейной вязко-упругости. М.: Мир, 1965. 199 с.

Киевский научно-исследовательский институт гидроприборов

Поступила в редакцию 08.01.91

V.G. Savin

ACOUSTIC PULSE RADIATION BY A SPHERICAL PIEZOELECTRIC VIBRATOR

The problem of exitation of a radially polarized piezoelectric spherical shell with liquid is considered. For the description of movement of the shell and liquids which contact with this shell the linear theory of electroelastic shells and acoustic approach are used. The variation of elastic energy in the piezoelectric shells may be taked into account. The method of problem solution is based on the employment of the Laplas integral transformation on time with subsequent satisfaction of boundary conditions in the space of originals. Unknown values may be determined from the Voltera integral equation which have the numerical solution. The numerical result illustrates the solution of this problem.