АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 1

УДК 532.517.4:534.213

© 1992 г.

Р.Г. Галиуллин, Е.И. Пермяков

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА КОЛЕБАНИЯ ГАЗА БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ В ПОЛУОТКРЫТОЙ ТРУБЕ

Рассмотрены резонансные колебания газа в полуоткрытой трубе, когда возможна турбулизация течения. Считается, что действуют одновременно два механизма диссипации: струйные потери с открытого конца трубы и трение в погранслое. Проводится сравнение теории и эксперимента. Установлены условия, при которых оправдан учет лишь струйных потерь.

Задача о резонансных колебаниях газа в трубах привлекает в последние годы внимание многих исследователей. Интерес этот вызван тем, что интенсивные колебания относятся к наименее исследованной области гидродинамики, лежащей между линейной акустикой и теорией ударных волн [1].

В работах [2–4] получен ряд принципиальных результатов, относящихся к резонансным колебаниям в трубе-резонаторе с открытым концом, возбуждаемым гармонически движущимся поршнем. Показано, что основным механизмом, ограничивающим амплитуду резонансных колебаний, можно считать формирование пульсирующей струи на открытом конце трубы. Этот эффект можно учесть с помощью нелинейного граничного условия, налагаемого на открытом конце, и построить теорию резонансных колебаний с помощью ряда возмущений по параметру $M_п^{1/2}$, где $M_п = u_п/c_0$, $u_п = \omega l_0$ – амплитуда скорости движения поршня, ω – циклическая частота, l_0 – амплитуда смещения поршня, c_0 – скорость звука в невозмущенном газе. Получающиеся формулы хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными результатами. Недостатком развитых в [2–4] теорий является предположение о ламинарном характере течения в трубе. Действительно, в экспериментах [5] было обнаружено, что в закрытой резонансной трубе турбулизация течения происходит при уровнях звукового давления (УЗД) $\geqslant$ 160 дБ (в экспериментах, с которыми сравнивались выводы [2–4], УЗД ~ (160–190) дБ, амплитуда колебаний скорости ~(60–120) м/с), а измерения, выполненные в [6], показали, что в полуоткрытой трубе течение становится турбулентным при амплитуде колебаний, примерно в 1,5 раза большей, чем в закрытой трубе (при той же частоте). Из результатов обзора [7] следует, что колеблющиеся потоки в гладких трубах турбулизуются при условии

$$\bar{u}_m \geqslant \frac{565H}{\mathrm{Re}_0}, \tag{1}$$

где $\bar{u}_m = u_m/c_0$, u_m – амплитуда колебаний скорости, $H = R(\omega/2\nu)^{1/2}$ – частотный параметр, R – радиус трубы, ν – коэффициент кинематической вязкости, $\mathrm{Re}_0 = c_0R/\nu$. Практически все экспериментальные результаты, с которыми сравниваются теории [2–4], лежат в области, определяемой условием (1).

В данной работе теоретически исследуются резонансные колебания большой амплитуды, когда в потоке возможно возникновение турбулентности.

Пусть на одном конце трубы длиной $L \gg R$ по гармоническому закону движется плоский поршень с амплитудой $l_0 \ll L$, а другой конец трубы сообщается

с окружающей средой. Пусть амплитуда результирующих колебаний u_m удовлетворяет условиям: $\omega R \ll u_m \ll \omega L$. Тогда в уравнениях движения можно пренебречь нелинейными членами, а на открытом конце трубы наложить нелинейное граничное условие [4, 8]. Введем безразмерные переменные: $\tau = \omega t$, $x = Ly$ – время и продольная координата, $u = \bar{u}c_0$ – средняя по сечению трубы скорость, $\rho = \rho_0(1 + \bar{\rho})$, $\kappa p = \rho_0 c_0^2(1 + \bar{p})$ – плотность и давление соответственно, $\kappa = c_v/c_p$, индекс "0" относится к невозмущенному газу. Воспользуемся системой уравнений для средних по сечению величин, выведенной в [9], которую линеаризуем по $\bar{u}, \bar{p}, \bar{\rho}$:

$$k\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{L}{\rho c_0^2}\sigma = 0, \quad k\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 0, \quad \bar{p} = \bar{\rho}, \quad k = \omega L/c_0. \tag{2}$$

Третье уравнение в (2) есть результат линеаризации уравнения адиабаты. Касательное напряжение σ в (2) для турбулентного режима течения есть $\sigma = \lambda\rho u^2/4R$, где λ – коэффициент гидравлического сопротивления. Для дальнейших вычислений необходимо провести линеаризацию σ. Один из возможных вариантов, соответствующий квазистационарному подходу, есть $\sigma = \rho c_0^2\beta\bar{u}/L$, $\beta = \lambda L\bar{u}_m/4R$ [9]. Решение (2) после подстановки принятого выражения для σ находится тривиально:

$$\bar{u} = i|C|e^{i\gamma}\sin(ky\sqrt{1 - i\beta} + \alpha)e^{i\tau}, \quad \bar{p} = \sqrt{1 - i\beta}\,|C|\cos(ky\sqrt{1 - i\beta} + \alpha)e^{i\tau}, \tag{3}$$

где $|C|$, γ и α – неопределенные пока действительные и комплексная константы.

Граничные условия для (3) на поршне (при $y = 0$) и открытом конце трубы (при $y = 1$) имеют вид

$$\bar{u}(y = 0) = -iM_{\text{п}}e^{i\tau}, \quad \bar{p}(y = 1) = m|C|\bar{u}(y = 1). \tag{4}$$

Второе из условий (4) получается из нелинейного граничного условия [4]. Параметр m зависит от геометрии открытого конца трубы [8] ($m \simeq 0{,}4$–$0{,}5$). Подставляя (3) в (4) и полагая $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$, $k \simeq \pi/2$ (вблизи первого резонанса), можно получить

$$\begin{gathered}\alpha_0 = \operatorname{Re}\alpha = -\frac{mM_{\text{п}}}{4}k\beta - B, \quad \alpha' = \operatorname{Im}\alpha = -\frac{k\beta}{4} - B, \quad \gamma = -\operatorname{arctg}\frac{\alpha_0}{\alpha'}, \\ B = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\left(\frac{mM_{\text{п}}}{2}\beta + \frac{k^2\beta^2}{16}\right)^2 + M_{\text{п}}^2 m^2\right]^{1/4}, \quad |C| = -\frac{M_{\text{п}}}{\alpha_0}\left[1 + \left(\frac{\alpha'}{\alpha_0}\right)^2\right]^{1/2}, \\ \beta = \lambda\frac{L|C|}{4R}.\end{gathered} \tag{5}$$

Предельными случаями формул (5) являются случаи, когда отсутствует трение, т.е. $\beta = 0$, и когда нет струйных потерь, т.е. $m = 0$. Тогда из (5) получаем

$$\beta = 0, \quad |C| = \sqrt{M_{\text{п}}/m}; \tag{6а}$$

$$m = 0, \quad |C| = 4M_{\text{п}}/k\beta\sqrt{2 + \sqrt{2}}. \tag{6б}$$

Формула (6а) совпадает с результатом из [4].

Обсудим область применимости полученных результатов. Гипотеза квазистационарности, использованная при получении выражения для β, справедлива, если параметр $Z = 4R\omega/\lambda_s u_m < 0{,}5$ [10]. Здесь величина гидравлического сопротивления λ_s вычисляется по амплитудному числу Рейнольдса $\mathrm{Re}_m = 2\mathrm{R}u_m/\nu$ из обычных стационарных зависимостей. Для случаев, исследованных в [2–4], $Z \lesssim 8$, т.е. гипотеза квазистационарности неприменима. В этих условиях, как это следует из результатов [10], можно пользоваться тем же выражением для β, но необходимо учесть зависимость λ от Z. Эта зависимость для гладких труб представлена на рис. 1. Для удобства вычислений ее можно аппроксимировать прямой линией $\lambda/\lambda_s = 0{,}094 \cdot Z + 1$.

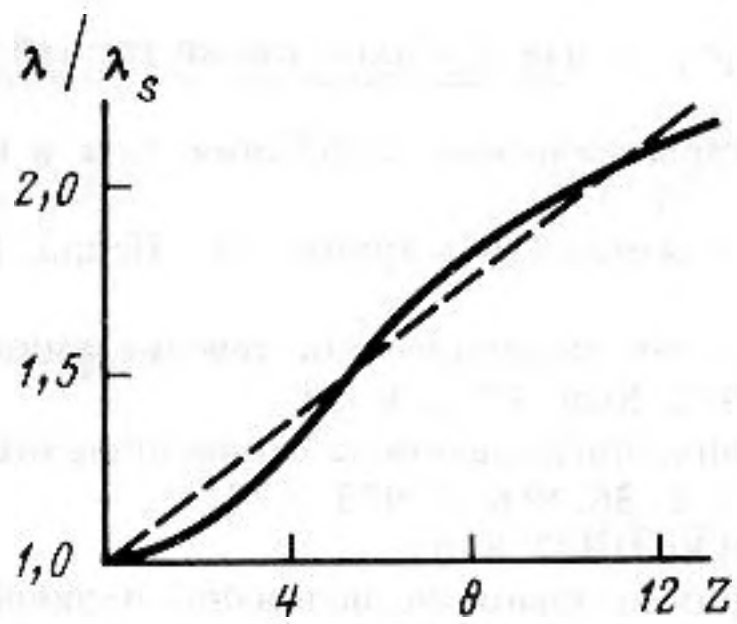

Рис. 1

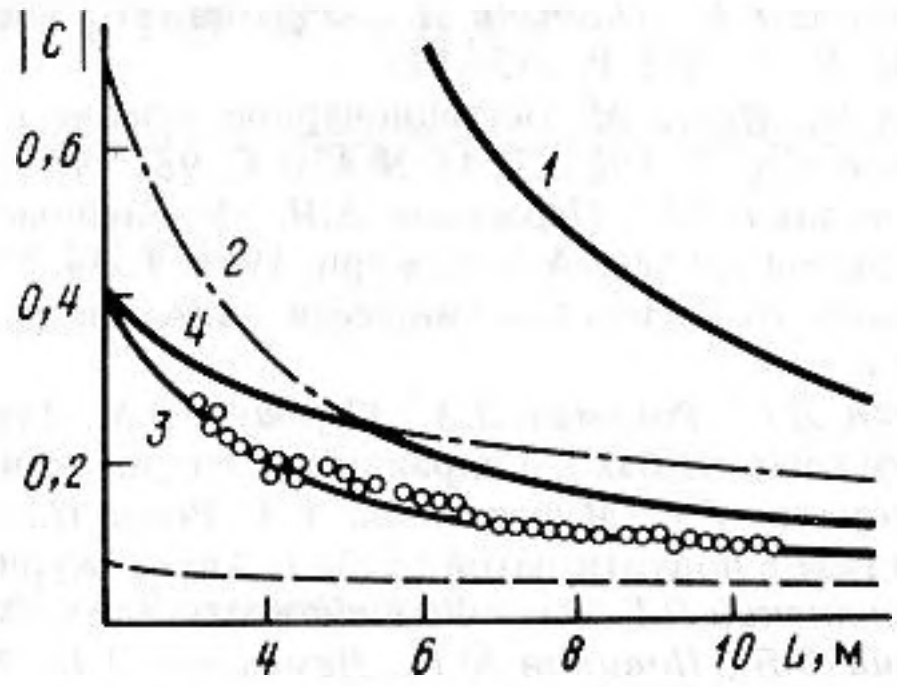

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость $\lambda(Z)$ для гладких труб [10]. Пунктир – прямая $\lambda/\lambda_s = 0{,}094Z + 1$

Рис. 2. *1* – учет лишь ламинарного трения [11]; *2* – зависимость (6б), турбулентное трение, λ_s вычислено по закону Блазиуса [12]; *3* – зависимость (6б), турбулентное трение, шероховатая труба $h_э \sim 0{,}05R$; *4* – зависимость (6а) при $m = 0{,}5$; пунктир – граница турбулизации по (1); точки – эксперимент [13]; штрихпунктирные кривые – "нефизические" дуги кривых *2* и *4*

На рис. 2 представлены зависимости $|C|$ от длины трубы L при первом резонансе в трубе диаметром $2R = 0{,}05$ м и $l_0 \simeq 0{,}1$ м. Кривая *1* – результат вычислений в случае отсутствия струйных потерь и ламинарном трении [11]. Кривая *2* – зависимость (6б) с β из (5). Здесь $\lambda = \lambda_s(0{,}094Z + 1)$, а λ_s вычислялось из зависимостей для гладкостенных труб. Заметим, что в этом случае $|C| \sim L^{-1{,}14}$. Для шероховатых труб принимаем $\lambda = \lambda_s = \text{const}$, тогда $|C| \sim L^{-1}$. Величина λ_s находится из формул [12]. Кривая *3* на рис. 2 соответствует высоте шероховатости $h_э \sim 0{,}05R$. Вдоль кривой *3* имеем $Z \sim 4$, но так как зависимость $\lambda(Z)$ получена в [10] лишь для гладкостенных труб, то можно утверждать только, что λ_s представляет собой нижнюю границу значений λ. Точками на рис. 2 изображены результаты экспериментов [13]. Из сравнения теоретической кривой с экспериментами можно заключить, что в условиях экспериментов [13] основной вклад в диссипацию энергии колебаний вносит турбулентное трение. В общем случае о действии того или иного механизма диссипации следует судить, рассматривая взаимное расположение кривых. Например, в случае гладкостенных труб с ростом L происходит следующее: сначала, до $L \leqslant 5{,}5$ м, преобладают струйные потери и $|C|$ меняется вдоль кривой *4*, затем, при $L > 5{,}5$ м "включается" турбулентное трение и $|C|$ меняется вдоль кривой *2*. В результате получается кривая, состоящая из дуг кривых *2* и *4* и показанная на рис. 2 сплошной линией. (Вычисления, проведенные по формулам (5), учитывающим одновременное влияние струйных потерь и трения, дают значения $|C|$, заниженные по сравнению с (6а) при $L \leqslant 6$ м не более чем на 15%.) В работах [2–4] рассматривались трубы примерно того же диаметра длиной $L \leqslant 5$ м, поэтому учет лишь струйных потерь дал хорошее согласие теории и эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.
2. *Keller J.J.* Resonant oscillations in open tubes // ZAMP. 1977. V. 28. P. 237–263.
3. *Chester W.* Resonant oscillations of a gas in an open-ended tube // Proc. Roy. Soc. L. 1981. V. A377. P. 449–467.
4. *Галиуллин Р.Г., Ревва И.П., Пермяков Е.И.* Колебания газа большой амплитуды в трубе с открытым концом // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 3. С. 433–437.
5. *Chon K.H., Lee P.S., Show D.T.* Turbulence measurement in a resonance tube // J. Sound and Vibr. 1983. V. 86. № 4. P. 475–483.

6. *Stuhlträger E., Thomann H.* Oscillation of a gas in a open-ended tube near resonance // ZAMP. 1986. V. 37. № 2. P. 155–175.
7. *Оми М., Игути М.* Нестационарное течение в трубопроводах // Нихон кикай гаккай ромбунсю. Сер. В. 1982. Т. 48. № 430. С. 981–987.
8. *Галиуллин Р.Г., Пермяков Е.И.* Нелинейные субгармонические колебания газа в полуоткрытой трубе // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 4. С. 733–735.
9. *Чарный И.А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975. 296 с.
10. *Каган Л.С., Ройзман Д.Х., Шербаум В.М.* Турбулентное периодическое течение жидкости в круглых трубах // Гидравлика и гидротехника. 1982. Вып. 35. С. 8–14.
11. *Галиуллин Р.Г., Мурзаханова А.З., Ревва И.П.* Влияние поглощения на нелинейные колебания газа в полуоткрытой трубе // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 6. С. 973–977.
12. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
13. *Репин В.Б., Новиков Ю.Н., Дементьев А.П.* Экспериментальное исследование нелинейных колебаний газа в открытой трубе // Нестационарные задачи механики. Вып. 22. Казань: Изд-во КФТИ КФАН СССР, 1989. С. 103–110.

Казанский педагогический институт

Поступила в редакцию 05.11.90

R.G. Galiullin, E.I. Permyakov

INFLUENCE OF TURBULIZATION ON LARGE-AMPLITUDE OSCILLATIONS OF A GAS IN A ONE END OPEN TUBE

Resonant oscillation of a gas in an one end open tube when oscillations were induced by plane piston, were considered by authors early. Theories developed have some defects: 1) there is proposed, that flow is laminar, although it is known, that at $M_a \geqslant 565H/\mathrm{Re}_0$ the turbulization occurs (here M_a – amplitude Mach number of resulting oscillations, $H = R/\delta$, $\mathrm{Re}_0 = c_0 R/\nu$, δ – the acoustic boundary layer thickness, R – tube radius, c_0 – speed of sound in unperturbed gase, ν – coefficient of viscousity); 2) only one mechanism of dissipation is taking into account – the jet losses from an open and of a tube. So it is possible to formulate theory justice conditions. In this paper the problem of resonant oscillations in an one end open tube is solved with two mechanisms of dissipation taking into account at the same time: the jet losses and turbulent boundary layer friction. Velocity profile in tube is found with quasi-stationary hupothesis for turbulence, this profile is compared with experiment of other authors. Formula for turbulent friction coefficient in smooth-wall tube is received. It is shown, that for short tubes the jet losses dominate, but for long tubes only boundary layer friction may be taken into account.