АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 2

УДК 532.529+534.19+541.182.45

© 1992 г. Ф.И. Вафина, И.И. Гольдфарб, И.Р. Шрейбер

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ПЕНЕ

Предложена модель распространения низкочастотного звука в пене с учетом процессов межфазного теплообмена и движения жидкости по системе каналов Плато – Гиббса. Показано, что существует критическая величина дисперсности пены a_0^*, при которой происходит смена доминирующего механизма затухания: при $a_0 < a_0^*$ превалирует гидродинамическое затухание, при $a_0 > a_0^*$ – затухание, обусловленное теплообменом. Проанализировано влияние других физических механизмов, оказывающих воздействие на эволюцию исходного возмущения.

Газожидкостные пены представляют собой разновидность двухфазной дисперсной системы, отличающуюся от широко распространенных и относительно хорошо изученных газожидкостных сред высоким, близким к единице газосодержанием и наличием некой квазиупорядоченной структуры [1, 2]. Структура пены в значительной степени определяется соотношением объемов газовой и жидкой фаз – объемным влагосодержанием α_1. Для описания различных физико-химических свойств пены, у которых α_1 не превышает 0,05, существует общепринятая полиэдрическая модель строения пены [2], согласно которой элементарная ячейка пены представляет собой неправильный многогранник (полиэдр). Из экспериментальных данных Плато [1, 2] и общих физических соображений следует, что ближайшим правильным приближением к реальной пенной ячейке является додекаэдр. В каждом ребре многогранника сходятся три пленки, образующие между собой равные двугранные углы в $2\pi/3$; на стыке этих пленок – граней полиэдров – формируются утолщения, называемые каналами Плато – Гиббса. Внешне такой канал напоминает прямой цилиндр, имеющий в качестве направляющей треугольник Плато (плоская фигура, ограниченная тремя попарно касающимися окружностями одинакового радиуса). Отличительной особенностью полиэдрических пен является то, что практически вся жидкость содержится в ребрах полиэдра – каналах Плато – Гиббса. Следует также отметить, что по тем же экспериментальным данным Плато [2] в вершинах многогранника – узлах пены – сходятся четыре канала Плато – Гиббса, из которых три – это ребра данного полиэдра, а четвертый ориентирован нормально, если такое выражение допустимо применительно к полиэдру, поверхности рассматриваемой элементарной пенной ячейки.

Существование пены обусловлено наличием в жидкости поверхностно-активных веществ (ПАВ), приводящих к снижению поверхностного натяжения [1, 2] и препятствующих свободному движению жидкости по пленкам и каналам [3].

Распространение малых возмущений в пене, как и в обычной двухфазной среде, сопровождается различными физическими явлениями [4, 5]. Кроме того, наличие у пены структуры приводит к появлению еще одного, гидродинамического эффекта – движения жидкости по системе хаотически ориентированных микрокапилляров – каналов Плато – Гиббса. В работе показано, что решающее влияние на распространение низкочастотного звука оказывают механизм тепловой диссипации и течение жидкости по каналам Плато – Гиббса.

Постановка задачи в целом сводится к формулировке условий межфазного теплообмена и записи уравнений движения жидкости по каналам. До конкретизации каждой из этих задач в отдельности сделаем ряд общих физических предположений: рассмотрим распространение возмущений в приближении линейной акустики; огра-

ничимся рассмотрением только таких движений цены, при которых не происходит разрушение ее структуры; пренебрежем влиянием силы тяжести; будем считать, что жидкость несжимаема, а газ в пузырьке идеальный и для него справедливо условие гомобаричности. В общем виде задача о теплообмене несущей и дисперсной фазы поставлена, в частности, в [5] на основе ячеистой аппроксимации двухфазной среды. В работе [6] общая постановка конкретизирована применительно к пенной структуре. Пена схематизируется совокупностью сферических газовых пузырьков радиусом a, окруженных слоем жидкости толщиной b. В этом случае, по определению, объемное влагосодержание $\alpha_1 = 1 - a^3/(a+b)^3$. Практический интерес представляют пены с содержанием жидкости, не превосходящим 0,1, что означает среди прочего, что $b \ll a$. Поэтому в дальнейшем будет использоваться приближение $\alpha_1 = 3b/a$, соответственно величина α_2 — объемное газосодержание — равна $\alpha_2 = 1-3b/a$. Поскольку $b \ll a$, уравнение теплопроводности для жидкости можно записывать в приближении плоской границы. С учетом высказанных выше предположений динамика распределения температур в ячейке будет описываться следующей парой уравнений:

$$\rho_{20} c_{p2} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_2 r^2 \frac{\partial T_2}{\partial r}\right) + \frac{\partial P_2}{\partial t} \qquad (0 < r < a), \tag{1}$$

$$\rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} \qquad (0 < r < b).$$

Здесь T — температура, К; ρ — плотность, кг/м^3; λ — коэффициент теплопроводности, Вт/м^2/К; c — теплоемкость, Дж/кг/К; индекс 1 относится к жидкости; индекс 2 — к газу; индекс p у теплоемкости означает, что она измеряется при постоянном давлении; r — микрокоордината, в качестве которой используется расстояние от центра пузырька; индекс 0 — невозмущенное состояние.

На поверхности раздела фаз ($r = a_0$) зададим обычные [5, 6] граничные условия, фиксирующие равенство температур и потоков

$$T_1 = T_2, \quad \lambda_1 \partial r_1/\partial r = \lambda_2 \partial T_2/\partial r. \tag{2}$$

Кроме того, из условия симметрии задачи относительно точки $r = 0$ следует условие для температуры газа в этой точке:

$$\partial T_2/\partial r = 0. \tag{3}$$

На границе ячейки, т.е. при $r = a_0 + b_0$, целесообразно поставить условие адиабатичности, пренебрегая, таким образом, возможным теплообменом между ячейками

$$\partial T_1/\partial r = 0. \tag{4}$$

Соотношение, описывающее состояние газа, выберем в форме уравнения Менделеева — Клапейрона

$$P_2 = B_2 \rho_2 T_2, \tag{5}$$

где B_2 — константа, определяемая отношением универсальной газовой постоянной к молярной массе газа.

Из уравнения энергии для газовой фазы с учетом уравнения неразрывности для газа, условия гомобаричности и формулы (5) можно получить соотношение следующего вида:

$$\frac{\partial P_2}{\partial t} = -\frac{3\gamma P_{20}}{a_0} \frac{\partial a}{\partial t} + 3(\gamma - 1) \frac{\lambda_2}{a_0} \left(\frac{\partial T_2}{\partial r}\right)\Bigg|_{r = a_0}, \tag{6}$$

где γ — показатель адиабаты газа; точка над переменной здесь и далее означает дифференцирование по времени.

Набор уравнений (1), (5), (6) в совокупности с граничными условиями (2)–(4)

и сделанными предположениями описывает ту часть задачи о распространении звука в пене, которая связана с процессами межфазного теплообмена.

В качестве уравнения движения для пены как гомогенной системы выберем стандартное линейное уравнение движения

$$\partial^2 \rho_f / \partial t^2 = \partial^2 P_f / \partial x^2, \tag{7}$$

где ρ_f – плотность пены, кг/м^3; P_f – давление в пене. Выражение для полного давления в пене P_f возьмем в виде, предложенном в [4, 5] и связывающем давление в жидкости P_1, давление газа в пузырьке P_2 и объемные содержания каждой из фаз

$$P_f = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2. \tag{8}$$

Для замыкания полной системы уравнений необходимо получить еще одно соотношение, которое должно играть роль аналога уравнения Рэлея для пены и связывать изменения радиуса газового пузырька с колебаниями давлений в обеих фазах. Чтобы привести его вывод достаточно корректно, проанализируем движение жидкости по каналам Плато– Гиббса в реальной пене при распространении звука. Наложение внешнего возмущения давления приводит к изменению среднего размера ячейки, что, в свою очередь, влечет за собой движение жидкости в каналах, образующих в совокупности своеобразную пористую среду. Сопротивление, испытываемое жидкостью при движении по этой среде, и обеспечивает диссипацию энергии звуковой волны. Физическая первопричина этого сопротивления состоит в наличии слоя ПАВ на межфазной границе, обусловливающего практически полную неподвижность жидкости вблизи поверхности раздела фаз [7]. Это дает возможность в первом приближении использовать на межфазной границе условие прилипания и рассматривать течение жидкости в канале Плато – Гиббса как движение в трубе с жесткими стенками и сечением в форме треугольника Плато (изменением поперечного размера канала пренебрегается как величиной следующего порядка малости). Таким образом, для формирования математического описания течения жидкости в пене под действием возмущения давления можно предложить следующую модификацию ячеистой модели. В качестве ячейки выберем произвольный газовый пузырек, а окружающую его пену представим некой пористой средой, характеристики которой определяются структурой пены и выбранной моделью ее строения. При изменении размера выделенной ячейки жидкость начинает двигаться в окружающей ячейку пористой среде, при этом интенсивность движения определяется зависимостью радиуса пузырька от времени $a(t)$ и относительной свободой движения жидкости в пористой среде (в пене, окружающей рассматриваемую ячейку). Математическим эквивалентом последнего понятия является гидропроводность K_f – функция структурных параметров пены (дисперсности a и влагосодержания α_1). Мы будем использовать выражения для функции $K_f(\alpha_{1\,0};\ a_0)$ в виде, полученном К.Б. Канном в монографии [7] для пены полиэдрической структуры.

Исходя из вышесказанного для жидкой фазы, движущейся в пористой среде, окружающей выделенную пенную ячейку, можно записать следующую систему уравнений:

$$\partial (r^2 \alpha u)/\partial r = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial P_1}{\partial r} + \nu_1 \alpha \frac{u}{K_f} - \nu_1 \left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{2u}{r^2} \right], \tag{9}$$

где u – скорость радиального движения жидкости в окружающей ячейку пористой среде, м/с; ν_1 – кинематическая вязкость жидкости, м^2/с. Здесь необходимо отметить, что уравнение неразрывности в системе (9) записано в обычном виде [4, 5], а уравнение переноса импульса выбрано в форме Бринкмана [9] – своеобразной суперпозиции уравнений Дарси и Навье– Стокса. В уравнении Бринкмана слагаемое, содержащее гидропроводность пены K_f, отвечает за диссипацию при движении жидкости по совокупности каналов – пористой среде, окружающей ячейку, а классический

вязкий член — за обычные потери, подобные тем, что имеют место в обычных газожидкостных системах с малым газосодержанием ($\alpha_2 \ll 1$).

Следует отметить тот факт, что запись уравнения движения в форме уравнения Бринкмана накладывает ограничение на диапазон частот акустических возмущений, которые могут быть описаны предлагаемой моделью.

Дело в том, что присутствие в (9) линейного по скорости трения означает наличие в канале Пуазейлевого режима течения. Это, в свою очередь, свидетельствует о том, что вязкий подслой в канале Плато–Гиббса прорастает и заполняет собой весь объем канала, т.е. толщина подслоя δ_1 больше характерного поперечного размера канала, который можно обозначить как $\sqrt{S}$ ($\sqrt{S}$ — сечение канала). Таким образом, запись в форме (9) подразумевает квазистационарность потока жидкости в канале, ограничивая сверху частоту применимости модели [10]

$$\sqrt{S} < \delta_1 = \sqrt{2\nu_1/\omega} = \omega < \omega_1^* = 2\nu_1/S. \tag{10}$$

Оба уравнения системы (9) надлежит интегрировать по объему, занимаемому жидкой фазой при условиях на поверхности газового пузырька обычного вида

$$P_1 = P_2 - 2\sigma/a - 4\mu_1 \dot{a}/a_0, \qquad u = \dot{a} \quad (\mu_1 = \rho_1 \nu_1). \tag{11}$$

После интегрирования (9) при условиях (11) получим следующее уравнение:

$$\rho_1 b_0 \ddot{a} + \mu_1 \left[4 + \frac{\alpha a^2}{K_f}\right] \frac{\dot{a}}{a_0} + \frac{2\sigma}{a} = P_2 - P_1, \tag{12}$$

которое является аналогом уравнения Рэлея для пены в рамках предложенной модели.

Совокупность уравнений (1), (5)–(8), (12) совместно с граничными условиями (2)–(4) и принятыми допущениями формируют математическое описание предлагаемой модели.

Решение данной системы будем искать в виде бегущей волны, предположив, что имеет место следующая зависимость:

$$P_1, P_2, P_f, a, b, \alpha, \alpha_2 \sim \exp(ikx - i\omega t), \qquad T = T'(r) \exp(ikx - i\omega t). \tag{13}$$

Дисперсионное соотношение, характеризующее предложенную модель, находится из условия существования решения в виде (13). Оно представляет собой сложное трансцендентное выражение с большим количеством функций от комплексных переменных и выглядит следующим образом:

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \left[\alpha_{10}(\rho_1 - \rho_{20}) + \alpha_{20}(1 + \Pi_2^{-1}(y_2)\Pi_1)(1 + \Pi_1)^{-1}\right] \times$$

$$\times \left[\gamma P_{20}(1 + \Pi_1)^{-1} - \frac{4\delta\alpha_{10}}{3a_0} - \frac{\alpha_{10}\mu}{3} i\omega\left(4 + \frac{\alpha_{10}a_0^2}{K_f}\right) - \frac{\alpha_{10}b_0 a_0}{3}\omega^2\right]^{-1},$$

$$\Pi_1 = (\gamma - 1)\left[\Pi_2^{-1}(y_2) + (\eta_1\alpha_{10})^{-1} y_1 \operatorname{cth} y_1\right]^{-1}, \qquad \Pi_2(x) = 3x^2(x \operatorname{cth} x - 1),$$

$$y_1 = \sqrt{-i\omega/\omega_{T1}}, \quad y_2 = \sqrt{-i\omega/\omega_{T2}}, \quad \omega_{T1} = \kappa_1/b_0^2, \quad \omega_{T2} = \kappa_2/a_0^2,$$

$$\eta_1 = \rho_1/c_1/(\rho_{20}c_{p2}), \quad \kappa_1 = \lambda_1/(\rho_1 c_1), \quad \kappa_2 = \lambda_2/(\rho_{20}c_{p2}). \tag{14}$$

Для трансцендентных функций $x \operatorname{cth} x$ и $\Pi_2(x)$, входящих в выражение для Π,

можно записать следующие асимптотические приближения:

$$x \operatorname{cth} x \approx 1 + x^2/3 \Rightarrow \Pi_2(x) \simeq 1 - x^2/15, \quad |x| \leqslant 1, \qquad (15)$$
$$\operatorname{cth} x = 1 \Rightarrow \Pi_2(x) \simeq 3x^{-2}(x-1), \quad |x| \geqslant 2.$$

Чтобы убедиться в непротиворечивости дисперсионного соотношения (14), можно проанализировать некоторые предельные случаи, каждый из которых является задачей с известным решением. Проверка (14) на предельных переходах подтверждает его непротиворечивость и дает нам возможность непосредственно приступить к его анализу.

Начнем анализ с рассмотрения влияния эффекта присоединенной массы газового пузырька. Малое содержание жидкости в пене приводит к уменьшению присоединенной массы, приходящейся на один газовый пузырек по сравнению с аналогичной задачей с α_{10} близким к 1 [4, 5]. Из этого следует появление в первом слагаемом в левой части и (12) множителя b_0 вместо a_0 в обычном уравнении Рэлея [4, 5] и, далее, сдвиг миннаэртовской (резонансной) частоты пузырька вправо по шкале частот. Поскольку мы работаем в низкочастотном диапазоне, в области применимости предлагаемой модели относительное воздействие этого механизма будет определяться отношением $\alpha_{10}\rho_1 b_0 a_0 \omega^2/(3\gamma P_{20})$, которое при $\omega \sim 10^2$ и принятых параметрах пены $\alpha_{10} = 10^{-2}$, $a_0 = 10^{-3}$ м составляет величину порядка 10^{-10}. Очевидно, что величиной такого порядка вполне допустимо пренебречь.

Нетрудно также оценить влияние поверхностного натяжения. Слагаемое $\gamma P_{20}(1 + \Pi)^{-1}$ в (14) имеет порядок 10^5, тогда как член $4\sigma\alpha_{10}/3a_0$ при тех же параметрах пены составляет величину порядка 1. Таким образом, относительный вклад капиллярных эффектов оказывается равным 10^{-5} и им также можно пренебречь. Отметим, что вклад капиллярного механизма в (14) отличается от приведенных в [6] соотношений не только числовым коэффициентом, но и множителем α_{10}. Согласно предложенной модели, поверхностное натяжение имеет смысл учитывать при рассмотрении звуковых волн в пене, дисперсность которой ниже некоторого характерного значения $a_\sigma = 4\sigma\alpha_{10}/(3\gamma P_{20})$. При указанных выше параметрах пены $a_\sigma \sim 10^{-7}$ м.

Влияние вязкостных эффектов на границе раздела фаз на распространение звука в пене следует рассматривать с учетом движения жидкости по каналам Плато – Гиббса. Здесь необходимо отметить, что относительно функции $K_f(\alpha_{10}, a_0)$ в настоящее время нет единой точки зрения в связи со сложностью экспериментального наблюдения движения в пене. Дело в том, что даже в полиэдрической пене при наложении возмущения давления имеет место течение жидкости по пленкам, образующим грани полиэдров, при этом определить экспериментально долю жидкости, текущей именно по пленкам, не удается. Мы будем использовать для $K_f(\alpha_{10};\ a_0)$ как уже отмечалось, выражение, выведенное в [8], поскольку формула, получаемая при переходе от уравнения Бринкмана (9) к уравнению Дарси, в этом случае совпадает с теоретическими и экспериментальными результатами К.Б. Канна [8]. В принятых обозначениях функция $K_f(\alpha_{10};\ a_0)$ имеет вид

$$K_f = 3{,}48 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha_{10}^3 a_0^2. \qquad (16)$$

Подставив (16) в выражение $\alpha_{10}a_0^2/K_f$ и сопоставив получившуюся величину с числом 4, нетрудно прийти к выводу, что относительный вклад вязких эффектов на межфазной поверхности составляет по отношению к воздействию движения жидкости по каналам величину порядка 10^{-6}. Очевидно, что влиянием вязких граничных эффектов на границе раздела фаз можно пренебречь с той же степенью точности, с которой мы пренебрегли радиальной инерцией и поверхностным натяжением.

Таким образом, аналитически показано, что тремя вышеперечисленными механизмами воздействия на распространяющиеся в пене акустические возмущения в рассматриваемом диапазоне частот можно пренебречь. Аналогичный вывод сделан и в [6], однако там процессы межфазного теплообмена остаются единственным механизмом, в то время как в данной постановке вопрос о том, какой из двух оставшихся

эффектов – тепловой диссипации или движения жидкости по каналам – становится доминирующим, не является тривиальным и требует тщательного и аккуратного исследования.

Прежде чем переходить к этому исследованию, заметим, что влияние движения жидкости не зависит от дисперсности пены – в слагаемом, отвечающим этому механизму, отсутствует параметр a_0. Этот необычный факт может быть объяснен свойствами выбранной модели течения жидкости и формой функции K_f. Из этого следует, в частности, соображение о том, что существует такое значение радиуса a_0^*, при котором воздействие этого механизма на распространение звука становится эквивалентным воздействию межфазного теплообмена. Для корректного определения величины a_0^* необходимо несколько упростить громоздкое выражение (14). С этой целью проведем некоторые численные оценки, приняв для конкретности, что жидкость является водой, газ – воздухом, а параметры пены те же, что использовались ранее. В этом случае значения характерных частот задачи распределятся следующим образом: тепловые (частота, при которой длина волны в данной фазе становится равной характерному размеру соответствующей фазы): $\omega_{T1} \sim 10^4$ Гц, $\omega_{T2} \sim 10$ Гц; вязкая (частота, при которой толщина вязкого подслоя в канале становится равной его поперечному размеру): $\omega_1^* \sim 10$ Гц. Поскольку модель работает в области $\omega < \omega_1^*$, можно сделать вывод о том, что большей частью нас будет интересовать такой диапазон значений ω, в котором $|y_1| \ll |y_2| \ll 1$ и в некоторой степени область на шкале частот, где $|y_1| \ll \ll 1 \ll |y_2|$. Рассмотрим первый поддиапазон.

С использованием разложения (15) дисперсионное соотношение (14) в приближении $|y_1| \ll |y_2| \ll 1$ может быть записано следующим образом (предполагается, что $\eta_1 \alpha_1 \geqslant 1$):

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c_p^2}\left\{1 + \frac{i\omega}{\omega_{T2}}\,\frac{1-\gamma^{-1}}{15}\left[\frac{1}{E_1} - E_2\left(1 - \frac{2-\gamma^{-1}}{\eta_1\alpha_1}\right)\right] + \frac{i\omega}{P_{20}E_1}\,\frac{\mu_1\alpha_{10}^2 a_0^2}{K_f}\right\},$$

$$c_p^2 = \frac{P_{20}E_1}{\alpha_{10}\Delta\rho + \alpha_{20}\rho_{20}}, \quad E_1 = 1 + \frac{1-\gamma^{-1}}{\eta,\alpha_{10}}, \quad E_2 = \frac{\alpha_{20}\rho_{20}}{\alpha_{10}\Delta\rho + \alpha_{20}\rho_{20}}, \tag{17}$$

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_{20}.$$

Из формулы (17) нетрудно получить выражения для декремента затухания $\Lambda(\omega)$, который представляет собой мнимую часть волнового вектора $k(\omega)$

$$\Lambda(\omega) = \frac{\omega^2}{c_p\omega_{T2}}\,\frac{1-\gamma^{-1}}{30}\left[\frac{1}{E_1} - E_2\left(1 - \frac{2-\gamma^{-1}}{\eta_1\alpha_{10}}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\omega^2}{2c_pP_{20}E_1}\,\frac{\mu_1\alpha_{10}^2 a_0{}^2}{K_f} = \Lambda_\kappa + \Lambda_\nu. \tag{18}$$

В (18) полный декремент состоит из двух компонент: тепловой Λ_κ, обусловленной наличием теплообмена, и вязкой Λ_ν, вызванной движением жидкости по пенным каналам. Обе компоненты являются одинаковыми (квадратичными) функциями частоты, но зависимость от дисперсности различна: Λ_κ пропорциональна квадрату размера пенного пузырька, а Λ_ν вообще не зависит от величины a_0, но обратно пропорциональна значению влагосодержания α_{10}. Физическая интерпретация этого факта достаточно проста: в межфазном теплообмене определяющую роль играет площадь поверхности теплообмена, а при учете движения жидкости главным является ее количество. Из (18) несложно определить и значение a_0^*, при котором происходит смена доминирующего механизма затухания звуковой волны (при котором выполняется

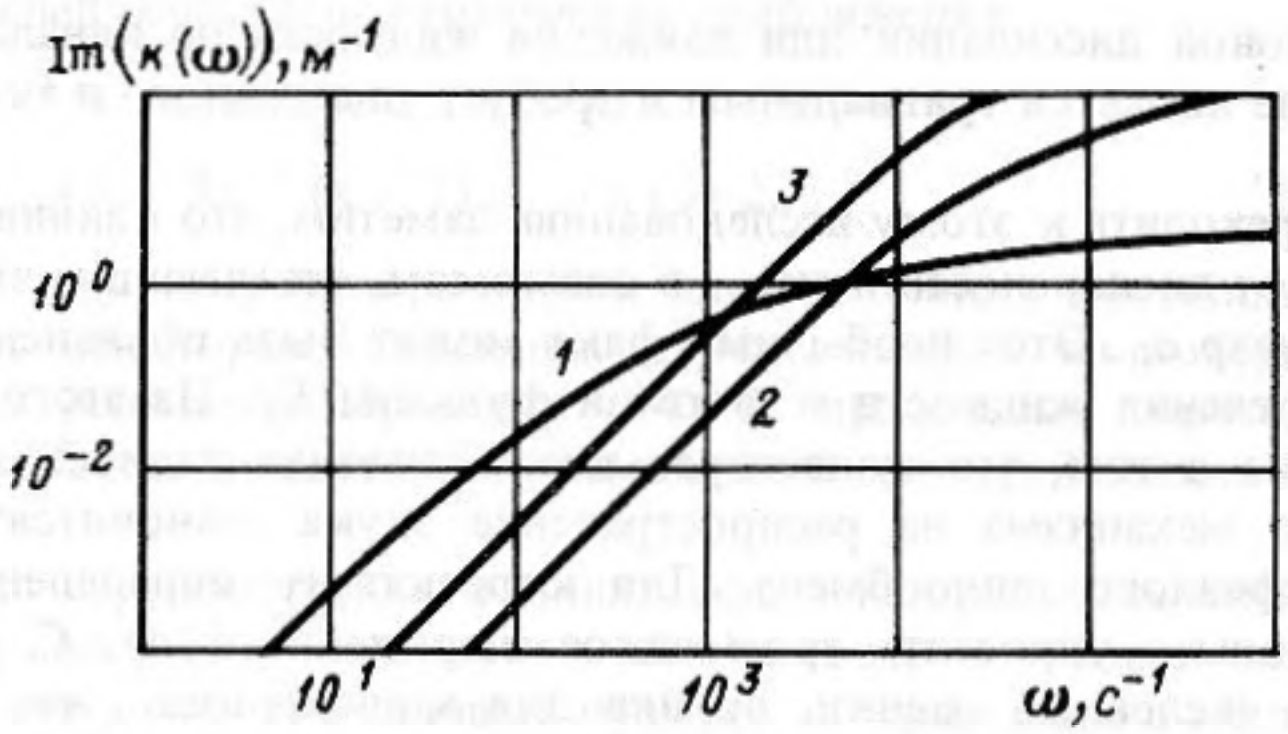

Рис. 1. Декременты затухания в пене с параметрами: *1* – $a_0 = 10^{-3}$ м, $\alpha_{10} = 0{,}02$ с учетом теплообмена и движения жидкости; *2* – $a_0 = 10^{-4}$ м, $\alpha_{10} = 0{,}02$ с учетом только теплообмена; *3* – $a_0 = 10^{-4}$ м, $\alpha_{10} = 0{,}02$ с учетом теплообмена и движения жидкости

равенство $\Lambda_\kappa = \Lambda_\nu$). Оно определяется соотношением

$$(a_0^*)^2 = \frac{15\kappa_2}{1-\gamma^{-1}}\left[\frac{1}{E_1} - E_2\left(1 - \frac{2-\gamma^{-1}}{\eta_1\alpha_{10}}\right)\right]^{-1}\frac{\mu_1}{3{,}48\cdot 10^{-3}P_{20}\alpha_{10}}\frac{1}{E_1}. \qquad (19)$$

Для нормальных условий и прежнего влагосодержания пены ($\alpha_{10} = 10^{-2}$) величина a_0^* составляет приблизительно $5\cdot 10^{-4}$ м, что находится в центре спектра используемых значений дисперсности. Следовательно, при $a < a_0^*$ будет существенно (поскольку зависимость квадратичная) преобладать вязкий механизм диссипации звука, а при $a_0 > a_0^*$ – механизм, обусловленный процессами межфазного теплообмена. На рис. 1 приведены графики декрементов затухания, рассчитанные по полному дисперсному соотношению (14) для различных размеров пенной ячейки при фиксированном влагосодержании. Легко видеть, что в области невысоких частот декремент квадратично зависит от частоты в соответствии с приближением (18).

Следует отметить, что приближение (17) исключает дисперсию фазовой скорости – в данном поддиапазоне она зависит только от структурных характеристик пены. Обратимся к рис. 2: зависимость, обозначенная цифрой *1*, представляет собой функцию $c_p(\alpha_{10})$, полученную при расчете по (14); кривая с номером *2* – расчет по формуле, предложенной авторами в [11]; график, отмеченный цифрой *3*, – результат экспериментов [12]. Видно, что экспериментальные данные примерно на 40% превышают теоретическое значение c_p, полученное по (14), и примерно на 15–20% – величину, рассчитанную по [11]. Из этого следует вывод о том, что предлагаемая модель является недостаточно полной и требуется ее дальнейшая доработка с целью более точного описания результатов эксперимента.

Прежде чем обратиться к рассмотрению второго поддиапазона, определяемого условием $\omega_{T2} < \omega < \omega_1^*$, необходимо отметить, что само его существование зависит от влагосодержания пены. С использованием переменной y_2 границы поддиапазона могут быть записаны как

$$1 < |y_2| < \frac{2\nu_1}{h\kappa_2\alpha_{10}},$$

где h – некоторая константа, определяемая принятой додекаэдрической моделью строения пенной ячейки. Отсюда видно, что при достаточно большом содержании жидкости в пене ($\alpha_{10} > 2\nu_1/(h\kappa_2)$) данный поддиапазон может отсутствовать.

С учетом того, что $|y_2| \geqslant 1$ дисперсионное соотношение (14) может быть записано

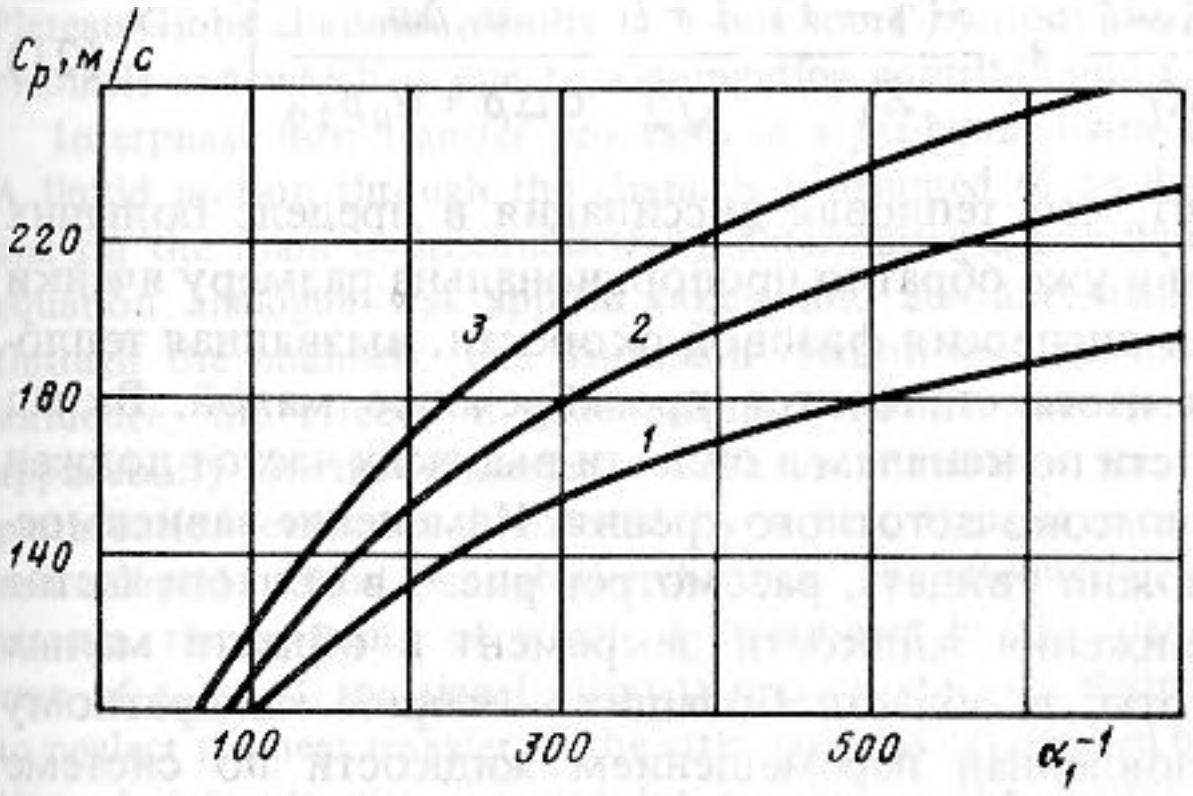

Рис. 2

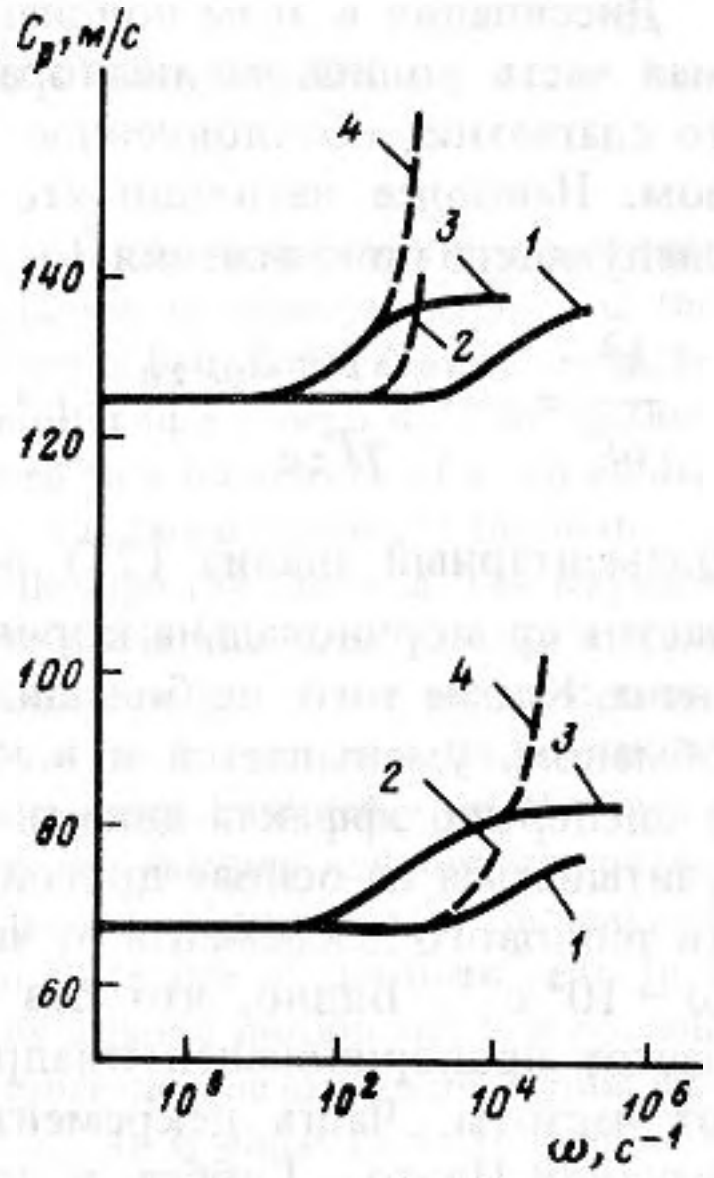

Рис. 3

Рис. 2. Зависимость фазовой скорости от влагосодержания: *1* – расчет по формуле (14); *2* – расчет по формуле, предложенной авторами [11]; *3* – результат экспериментов [12]

Рис. 3. Зависимость фазовой скорости от частоты возмущения для различных параметров пены: *а* – $\alpha_{10} = 0{,}02$; *в* – $\alpha_{10} = 0{,}05$. Цифрами обозначены: *1* – $a_0 = 10^{-4}$ м без учета движения жидкости; *2* – $a_0 = 10^{-4}$ м с учетом движения жидкости; *3* – $a_0 = 10^{-3}$ м без учета движения жидкости; *4* – $a_0 = 10^{-3}$ м с учетом движения жидкости

в следующем виде:

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{Z_2\,(\alpha_{10}\Delta\rho + \alpha_{20}\rho_{20})}{d\gamma P_{20}\,(3+Z_2)}\left[1 + \frac{\omega\mu_1\alpha_{10}^2 a_0^2}{P_{20}K_f} + \frac{Z_2}{3+Z_2} + \right.$$

$$\left. + i\left(\frac{\omega\mu_1\alpha_{10}^2 a_0^2}{P_{20}K_f} + \frac{Z_2}{3+Z_2} - 1\right)\right], \qquad (20)$$

$$d = 1 + (Z_2/(3+Z_2))^2, \quad Z_2 = \sqrt{\omega/\omega_{T2}}.$$

Главным отличием выражения (20) является сильно выраженная дисперсия фазовой скорости, обусловленная как воздействием вязкости жидкости, так и процессами теплообмена. Численные оценки показывают, однако, что влияние вязкости начинает сказываться за пределами применимости модели, когда речь идет о пенах, дисперсность которых превышает критическое значение a_0^*. На рис. 3 приведены графики функции $c_p(\omega)$ для различных комбинаций структурных параметров пены. При большом влагосодержании ($\alpha_0 = 0{,}02$) значение фазовой скорости и ее зависимость от частоты практически полностью определяются тепловым механизмом для обоих значений радиусов, а воздействие движения жидкости по каналам сказывается только в декременте затухания (заметим, что для пены с дисперсностью $a_0 = 10^{-4}$ м частота примерно равна 10^4 с$^{-1}$, поскольку $S = ha_0^2\alpha_0$). С уменьшением влагосодержания влияние гидропроводности пены начинает сказываться сильнее. Так, при $\alpha_{10} = 5 \cdot 10^{-3}$ дисперсия фазовой скорости, обусловленная слагаемым в (20), содержащим функцию K_f для пены с дисперсностью $a_0 = 10^{-3}$ м, начинает сказываться на частотах, примерно на порядок превышающих верхнюю границу применимости модели; в то же время для пены с дисперсностью $a_0 = 10^{-4}$ м воздействие гидропроводности сказывается уже в диапазоне применимости предложенной модели.

Диссипация в этом поддиапазоне также несколько меняет свой характер. Если мнимая часть волнового вектора, содержащая функцию K_f, не претерпевает изменений, то слагаемое, обусловленное процессами теплообмена, перерождается коренным образом. Наиболее наглядно это можно представить, упростив (20), с использованием следующего приближения $|y_2| \gg 1$:

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{\alpha_{10}\Delta\rho + \alpha_0\rho_{20}}{\gamma P_{20}} \left[1 + \frac{i\omega\mu_1\alpha_{10}^2 a_0^2}{\gamma P_{20} K_f} + \frac{3(\gamma-1)}{Z_2} \frac{1+i}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_0\Delta\rho}{\alpha\Delta\rho + \alpha_0\rho_{20}} \right]. \quad (21)$$

Элементарный анализ (21) показывает, что тепловая диссипация в пределе больших частот пропорциональна корню частоты и уже обратно пропорциональна размеру ячейки пены. Кроме того, на больших частотах дисперсия фазовой скорости, вызванная теплообменом, уменьшается и в конечном итоге становится пренебрежимо малой. Вклад в дисперсию эффекта движения жидкости по каналам в области высоких частот должен учитываться на основе другой модели высокочастотного трения. Изменение зависимости теплового декремента от частоты можно увидеть, рассмотрев рис. 1 в области частот $\omega \to 10^2$ с$^{-1}$. Видно, что без учета движения жидкости декремент в области малых частот пропорционален квадрату частоты, в области больших – корню квадратному от частоты. Часть декремента, обусловленная перемещением жидкости по системе каналов Плато– Гиббса, в пределе применимости данной модели остается пропорциональной квадрату частоты.

В заключение целесообразно отметить, что соотношение двух механизмов, влияющих на эволюцию сигнала в пене, сильно зависит от сорта газа, содержащегося в пенных ячейках, от его теплофизических параметров.

Все численные расчеты, результаты которых здесь приведены, использовали численные значения, характерные для воздуха, тогда как для, например, гелия, картина может оказаться существенно иной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Manegold E.* Shaum. Heidelberg: 1953. 512 s.
2. *Тихомиров В.К.* Пены. М.: Химия, 1983. 264 с.
3. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
4. *Накоряков В.Б., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983. 238 с.
5. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
6. *Шагапов В.Ш.* Влияние теплообменных процессов между фазами на распространение малых возмущений в пене // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23. № 1. С. 126–132.
7. *Bikerman J.J.* Foamas. Berlin – Heidelberg – New-York: Springer-Verlag. 1973. 337 p.
8. *Канн К.Б.* Капиллярная гидродинамика пен. Новосибирск: Наука, 1989. 167 с.
9. *Brinkman H.C.* A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dence sevarm of particles // Appl. Sci. Rec. 1949. V. A1. P. 27–30.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 628 с.
11. *Гольдфарб И.И., Канн К.Б., Шрейбер И.Р.* Течение жидкости в пене // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1988. № 2. С. 103–108.
12. *Замащиков В.В., Какуткина М.А., Плеслов А.А., Бабкин В.С.* Скорость распространения звука в пенах различной кратности. М.: 1989. 15 с. – Деп. в ВИНИТИ 24.03.89. № 1933-В 89.

Институт проблем освоения Севера
СО Российской Академии наук

Поступила в редакцию
30.05.90

F.I. Vafina, I.I. Goldfarb, I.R. Shreiber

INFLUENCE OF A HEAT TRANSFER ON SOUND PROPAGATION IN A FOAM

The paper considers a heat transfer influence on propagation of the acoustic disturbances in a gas-liquid foam of the polyhedral structure. A presence of a quasiordered structure of microcapillaries, i.e. the Plateau-Gibbs channels, results in a one more hydrodynamic effect affected by a liquid motion along the channels and which is due to a competing contribution of heat the transfer in a general wave dissipation.

Interphase heat transfer processes in a gas-liquid foam are considered in a framework of a cell model. A liquid motion through the channels is assumed to be dependent on a radius dynamics of the foan cell and on the foam hydroconductivity determining a free liquid motion through the channels. The Rayleigh equation analogue was applied taking into account small liquid contents in the foam and its motion through the channels. The dispersion relation analysis showed that one can ignore the surface tension influence, the effects of added liquid mass and the viscous interphase mechanism in a framework of applicability of the suggested model. A conclusion was made that a general influence on the initial perturbation evolution is exerted by a heat transfer process between the carrying and disperse phases and a liquid motion through the channels. The attenuation decrement consists of two parts – thermal and viscous, the intensity of which is determined by the foam dispersion a_0 (a size of the foam cell). In a case of $a_0 < a_0^*$ the signal dissipation is caused to a definite degree by a liquid motion and it is possible to neglect the heat transfer. If the attenuation is determined by thermal processes one can ignore a liquid motion. A formula was obtained for a value of the critical dispersion a_0^*. It is equal to $5 \cdot 10^{-4}$ m for a water-air foam with volumetric moisture content of $\alpha_{10} - 10^{-2}$. It was shown that the frequency range where the suggested model is true can be divided into two subranges. Complete acoustic characteristics were obtained for the both subranges.