АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 2

УДК 534.222

© 1992 г. В.В. Зосимов, А.В. Панасюк

ОБРАЩЕНИЕ ВОЛНОВОГО ФРОНТА НА ВОЗБУЖДАЕМОЙ АКУСТИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В статье рассмотрен эффект обращения волнового фронта акустической волны, падающей из жидкости на возбуждаемую сторонним источником нелинейную поверхность, которая имеет высокий коэффициент нелинейности и обладает резонансными свойствами. Показано, что при согласовании характеристик рассмотренной системы эффективность обращения может достичь 10% при мощности накачки 170 Wt/m^2 и частоте сигнала 13 kHz. Предложен вариант реализации подобной системы и рассчитаны ее характерные параметры.

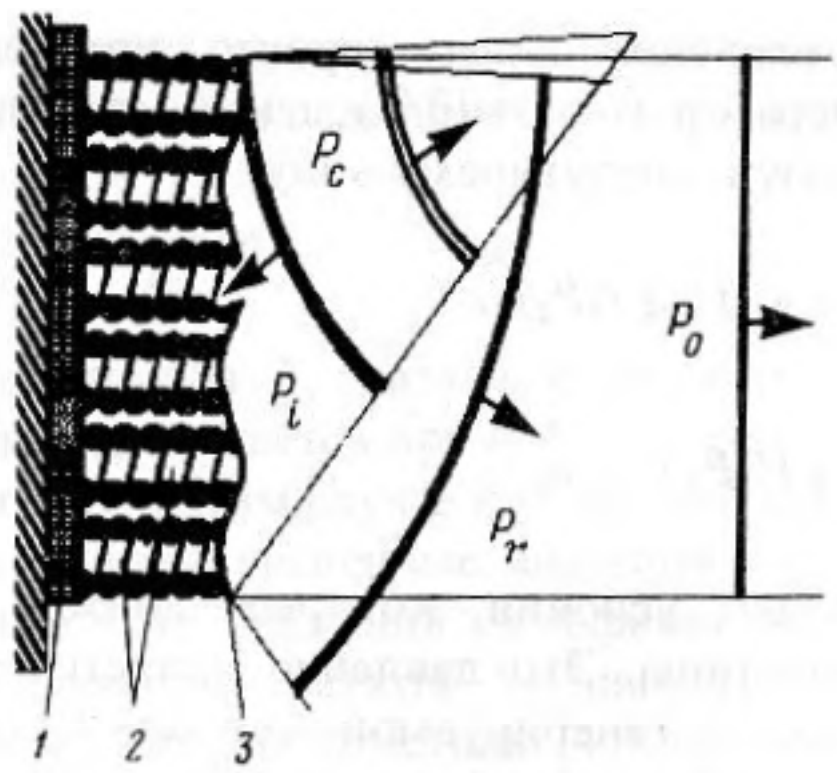
Эффект обращения волнового фронта (далее ОВФ), хотя и был впервые обнаружен в акустических исследованиях, широкого распространения в акустике жидкостей не получил. Это обусловлено в первую очередь тем, что те немногие естественные акустические среды, которые характеризуются достаточно высоким коэффициентом нелинейности (например, жидкость с пузырьками), обладают и сильным затуханием, что не позволяет достичь высоких коэффициентов ОВФ. Различного рода искусственные системы, предназначенные для реализации ОВФ в жидкостях [1–4], также характеризуются малой эффективностью.

В работе [5] авторами статьи была предложена нелинейно-акустическая система, характеризующаяся исключительно высоким ($\cong 10^7$) эффективным коэффициентом нелинейности, а также некоторые варианты ее использования. В данной статье предполагается расширить область ее возможных применений, включив в нее реализацию ОВФ-зеркала.

Схемы реализации ОВФ-эффекта делятся на пассивные и активные. Для первых источником энергии обращенной волны служит волна сигнала. Усиления по энергии в такой системе принципиально быть не может. Хотя подобные системы широко используются в оптике и оптоакустике, где высокие коэффициенты нелинейности материалов допускают их реализацию с коэффициентом отражения, бликим к 1, в акустике они вследствие упомянутых выше причин малоэффективны. Акустические ОВФ-зеркала в большинстве своем активны, т.е. используют волну сигнала лишь в качестве "затравки" для перекачивания в обращенную волну энергии из дополнительного источника. К подобным устройствам относится и предлагаемая схема.

С физической точки зрения система представляет собой контактирующую с жидкостью сильно нелинейную отражающую поверхность с квадратичным (и более высоких степеней) коэффициентом нелинейности, колебания которой возбуждаются внешней вынуждающей силой и имеют частоту 2ω. При падении на такую поверхность волны сигнала с частотой ω, кроме зеркально отраженной, будет генерироваться и обращенная волна, интенсивность которой зависит от параметров системы и, как будет показано далее, при определенном их подборе может составлять 10% интенсивности падающего сигнала частотой 13 kHz при мощности накачки 170 Wt/m^2. Исследованию зависимостей и определению эффективного коэффициента ОВФ-отражения от подобной системы и посвящена настоящая работа.

Схематически система изображена на рисунке. Источник упругих колебаний *1* через нелинейные элементы *2* возбуждает колебания отражающей пластины *3*. Открытая сторона отражающей пластины контактирует с жидкостью, из которой на нее под углом



γ падает волна сигнала P_i с частотой ω. В результате взаимодействия возникает отраженная волна P_r и обращенная P_c. Присутствует также волна P_0, которая генерируется самой системой. Модель является двухмерной, оси координат x и y лежат в плоскости падения волны сигнала, предполагается, что по третьему измерению все физические характеристики однородны.

Для упрощения теоретического исследования был сделан ряд допущений. Геометрическая толщина системы полагается меньше длины волны звука в материале отражающей пластины, и волновой характер распространения в ней упругих колебаний не учитывается. Также не учитывается нелинейность уравнений гидродинамики, которая также вносит свой, но существенно меньший, вклад в ОВФ. Не учитывается масса нелинейного элемента и изгибная жесткость пластины *3* (подразумевается, что она разбита на проскальзывающие друг относительно друга участки). Жидкость считается невязкой и несжимаемой. И наконец, не принимается во внимание эффект генерации гармоник и волн на комбинационных частотах, который неизбежно имеет место вследствие нелинейности системы.

Для определения коэффициента ОВФ-отражения вводим нелинейный импеданс системы и, исходя из условий непрерывности давления и нормальной компоненты скорости частиц на поверхности пластины, получаем систему уравнений, связывающую амплитуды всех четырех рассматриваемых волн с амплитудой вынуждаемой силы. Упругие характеристики нелинейного элемента (далее НЭ) задаются с помощью линейного и квадратичного коэффициентов упругости, нелинейность высших порядков не рассматривается. В этом случае поведение НЭ задается уравнением $u_p - u = -\kappa F + \xi F^2$, где u и u_p – смещение поверхности излучателя и отражающей пластины соответственно, F – действующее на НЭ давление (отметим, что эти величины являются функциями от x), κ и ξ – линейный и квадратичный коэффициенты.

Характеристики отражающей пластины задаются исключительно ее поверхностной плотностью ρ (этим накладывается ограничение на толщину пластины $h \ll c_p \pi/\omega$). В силу как нелинейного, так и резонансного поведения системы описывающие уравнения удобно рассматривать раздельно для частот ω и 2ω, для чего вводятся нижние индексы $_1$ и $_2$. Переменные с этими индексами будут представлять собой комплексные амплитуды соответствующих физических величин для частот ω и 2ω соответственно. Исходя из того что смещение пластины u_p должно удовлетворять, с одной стороны, граничным условиям на поверхности пластины и уравнению движения жидкости $u_p = -1/\rho_0\, \partial P/\partial y$, где $P(x, y)$ – давление в жидкости у поверхности пластины, с другой – уравнениям упругости для рассматриваемой системы, можно записать

$$u_{p1} + \kappa_0 F_1 = -\kappa F_1 + \xi F_2 F_1^*,$$

$$u_{p2} - u_2 = -\kappa F_2 + \xi F_1^2.$$

Здесь и далее звездочкой * обозначено комплексное сопряжение, κ_0 – коэффициент податливости источника опорного сигнала, ρ_0 – плотность жидкости.

Замыкающее систему уравнение — это просто уравнение движения пластины $\rho\partial^2 u_p/\partial t^2 = F-P$. Вводя оператор $\hat{G} = 1-d\partial/\partial y$, где d — эффективная толщина пластины $d = \rho/\rho_0$, приводим систему к следующему виду:

$$\frac{1}{\rho_0\,\omega^2}\,\frac{\partial P_1}{\partial y} = -\hat{G}P_1\,(\kappa+\kappa_0) + \xi\,\hat{G}P_2\hat{G}P_1^*, \tag{1}$$

$$\frac{1}{4\,\rho_0\omega^2}\,\frac{\partial P_2}{\partial y} = -\hat{G}P_2\kappa + \xi\,(\hat{G}P_1)^2 + u.$$

Последние уравнения задают условия, которым должно удовлетворять давление жидкости у поверхности пластины. Это давление является суммой давлений упомянутых ранее четырех волн: волны, генерируемой системой $P_0\,\exp\,(2\,i\omega\,(-t+y/c))$ + к.с.; падающей волны $P_i\,\exp\,(-i\,\omega\,t + ik_x x - ik_y y)$ + к.с.; отраженной волны $P_r\,\exp\,(-i\omega t + ik_x\,x + ik_y y)$ + к.с. и обращенной волны $P_0\,\exp\,(-i\omega t - ik_x x + ik_y\,y)$ + к.с., где k_x и k_y — компоненты волнового вектора падающей волны. Для того чтобы соотношения (1) выполнялись при всех x, комплексные амплитуды волн должны удовлетворять следующей системе уравнений:

$$(P_x - 2\,P_i)\,Z = P_x - \eta_0 P_0 P_c^*/P_n,$$

$$P_c Z = P_c - \eta_0\,P_0 P_x^*/P_n,$$

$$P_0 ik_0\theta/2 = -\kappa\eta_0\,P_0 + \xi\,|\,\eta\,|^2\,P_c P_x + u,$$

в которой введены подстановки $\eta = 1-ik_y d$, $\eta_0 = 1-2\,ik_0 d$, $\theta = 1/(\rho_0\,\omega^2)$, $k_0 = \omega/c$, $P_x = P_i + \eta\,Pr/\eta^*$, $Z = -ik_y/(\rho_0\,\omega^2\,(\kappa+\kappa_0)\eta)$ — относительный линейный импеданс системы для падающей волны, $P_n = (\kappa+\kappa_0)/\xi$ — параметр размерности давления, характеризующий нелинейность системы. Средняя мощность на единицу площади, передаваемую излучателем системе, определяется по формуле

$$I = (Fdu^*/dt + \text{к.с.})/4 = |\,P_0\,|^2/2\,c\,\rho_0 +$$

$$+ (i\omega\xi\,|\,\eta\,|^2\,\eta_0^*\,P_c\,P_x\,P_0^* + \text{к.с.})/2,$$

где c — скорость звука в жидкости.

Из второго уравнения получим $P_c P_k = P_0 P_x^*$, где $P_k = P_n\,(1-Z)/\eta_0$. Теперь задача свелась к системе из двух уравнений:

$$2\,I\,\rho_0\,c = |\,P_0\,|^2 + 2\,(k_y/k)\,|\,P_c\,|^2, \tag{2}$$

$$P_c^* = 2\,ZP_i\,P_k\,P_0^*/(1-Z)\,(|\,P_k\,|^2 - |\,P_0\,|^2).$$

Здесь второе уравнение определяет характеристики "линейного" режима обращения, а первое отвечает за эффект насыщения. Коэффициент обращения "линейного" режима определяется по формуле $K_l = P_c^*/P_i = 2\,Zp^*/(|\,1-Z\,|^2 - |\,p\,|^2)$, где введено "удельное" давление опорной волны $p = (1-Z)\,P_0/P_k$. Из общих соображений устойчивости нелинейного элемента легко показать, что $|\,p\,| \ll |\,1-Z\,|$, и второе слагаемое в знаменателе можно опустить. Конкретное же значение p определяется характеристиками нелинейного элемента. В случае использования вышеупомянутой системы на контактной нелинейности p может достигать 1/16.

Ограничение, накладываемое на значения импеданса Z вытекает из того, что пластина *3* рассматривается как абсолютно жесткое тело, определяя таким образом максимальную частоту опорной волны. В резонансе, который достигается при $\omega = 1/\sqrt{(\rho_0\,d\,(\kappa+\kappa_0))}$, характерный параметр $Z/|\,1-Z\,|^2$ становится равным 3. Этому значению соответствует коэффициент обращения $^1/_3$.

Отметим, что если толщина пластины 3 пренебрежимо мала, эффект обращения сохраняется и продолжает носить резонансный характер. Однако резонансная частота в этом случае другая $\omega = 1/(\rho_0\,c\,(\kappa+\kappa_0))$, а значение $Z/|\,1-Z\,|^2$ на резонансной частоте составляет 1/3, что понижает эффективность обращения практически на два порядка.

Решая систему (2) в принятых допущениях, получаем зависимость интенсивности обращенной волны от интенсивности падающего сигнала и накачки в виде

$$I_c = I/(2\cos(\gamma) + \frac{|1-Z|^2}{4\cdot|Z|^2}\frac{I_k}{I_i}),$$

где интенсивность каждой волны I_α связана с ее амплитудой соотношением $I_\alpha = |P_\alpha|^2/(2\rho_0 c)$. Насыщение достигается при $I_i \gg I_k |1-Z|^2/(8\cdot|Z|^2\cos(\gamma))$, интенсивность обращенного сигнала в этом случае $I_c \approx I/(2\cos(\gamma))$.

В качестве примера приведем численные значения параметров системы, при которых достигаются указанные выше значения коэффициента усиления: диаметр проволоки пружины 5 *mm*, количество витков 5, диаметр пружины 15 *mm*, расстояние между пружинами 20 *mm*, толщина пластины 4 *mm*, угол падения сигнальной волны 30, интенсивность накачки 170 W/m^2, резонансная частота 13 *kHz*.

Отметим, что аналогичные результаты могут быть получены также при модификации системы, когда опорная волна P_0 падает на пластину *3* из жидкости и отражается от нее. Это дает возможность применять описанную модель для диагностики граничащих с жидкостью нелинейных сред, определяя одновременно характерные частотные и нелинейные характеристики среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пушкина Н.И.* О поверхностных нелинейных взаимодействиях в жидкости // Докл. АН СССР. 1986. Т. 288. № 6. С. 107–110.
2. *Брысев А.В., Бункин Ф.В., Власов Д.В., Гервиц Л.Л.* Плоское параметрическое зеркало, обращающее волновой фронт // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. С. 554.
3. *Takuso Sato, Hiromi Kataoka, Yoshiki Yamakoshi.* Ultrasonic phase conjugator using micro particle suspended liquid cell // XI Междунар. симпоз. по нелинейной акустике. Новосибирск, 24–28 августа 1987 г. Т. 1. С. 478.
4. *Лямшев Л.М., Саков П.В.* Обращение волнового фронта при нелинейном рассеянии звука пульсирующим цилиндром // Докл. АН СССР. 1988. Т. 299. № 6. С. 1382–1386.
5. *Зосимов В.В., Панасюк А.В.* Нелинейное распространение упругих волн в зажатой пружине // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 2. С. 289–293.

Акустический институт
им. Н.Н. Андреева
Российской Академии наук

Поступила в редакцию
16.05.91

V.V. Zosimov, A.V. Panasyuk

ACOUSTIC WAVES PHASE CONJUGATION ON AN OSCILLATING NON-LINEAR SURFACE

A new mechanism of acoustic waves phase conjugation is presented. It is based on a wave reflection from an oscillating nonlinear surface with resonance properties. The phase conjugation results from a four-wave interaction. Three of these waves – signal, reflected and conjugated waves – are of equal frequency while a pump wave is of a double frequency. The exact solution of an equation describing the interaction is obtained. An asymptotic analysis of the solution behaviour in both linear and nonlinear regions of the pump wave exhaustion is presented. It is shown that a combination of nonlinear and resonant features of the surface can result in a drastic increase of the conjugayion efficiency. Even with a quite moderate power supply (170 W/m^2) and at a comparatively low signal frequency (13 *kHz*) this efficiency can reach 10%. A method for the realization of the surface with necessary features employing the contact nonlinearity effect is proposed. Surface characteristics corresponding to predicted efficiency values are calculated numerically.