АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 3

УДК 534.29

© 1992 г. С.Д. Данилов, М.А. Миронов

КОЛЛЕКТИВНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЗВЕСИ ЧАСТИЦ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Излагается уточненная теория мелкомасштабной неустойчивости взвеси частиц в звуковом поле. Показано, что инкремент нарастания неустойчивости может значительно превышать значения, найденные в работе [1].

В работе [1] рассматривается динамика взвеси одинаковых частиц в звуковом поле. Согласно результатам этой работы однородное распределение концентрации частиц является неустойчивым по отношению к возмущениям концентрации с масштабом малым по сравнению с длиной звуковой волны. Возмущения нарастают экспоненциально во времени, а инкремент нарастания оказывается обратно пропорциональным квадрату длины волны возмущения. Указанная неустойчивость связана с коллективным взаимодействием частиц. Мелкомасштабная модуляция их концентрации приводит, в силу уравнения неразрывности, к пространственной модуляции поля скорости, в котором находятся частицы. Это поле скорости, таким образом, определяется суммарным вкладом рассеянных от большого числа частиц полей. Зависящие от пространственной координаты средние по времени силы, действующие на частицы в этом поле скорости, имеют компоненту, усиливающую модуляцию концентрации. С физической точки зрения силы связаны с двумя эффектами: локальным увеличением давления в местах уменьшения концентрации за счет уменьшения скорости (механизм Бернулли) и с увеличением стоксовой силы трения, действующей на каждую частицу в местах с повышенной концентрацией частиц (эффект стесненности). Рассмотренная в [1] неустойчивость не зависит от длины звуковой волны и в этом отношении существенно отличается от изучавшихся в литературе [2–4] эффектов группировки частиц в узлах или пучностях стоячей звуковой волны. Отметим здесь, что эффекты коллективного взаимодействия частиц в звуковом поле были включены в рассмотрение в работе [3] для частиц суспензии в звуковом поле, а также изучались применительно к ансамблю пузырьков в работах [5, 6].

Неустойчивость возмущения концентрации в звуковом поле, рассмотренная в [1], представляется весьма интересной для возможных практических приложений к коагуляции аэрозолей. Однако предлагаемый в [1] подход нуждается в значительных уточнениях (см. ниже после формулы (3)).

В настоящей работе излагается уточненная теория неустойчивости взвеси одинаковых частиц в звуковом поле. Оказывается, что инкремент неустойчивости может превышать значения, найденные в [1], по порядку величины в δ/R раз. Здесь $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ – глубина проникновения вязкой волны, ν – коэффициент кинематической вязкости, ω – циклическая частота звукового поля и R – радиус частиц. Для аэрозолей, обычно встречающихся в практических приложениях, это отношение велико по сравнению с единицей. Мы будем рассматривать только такие случаи и будем считать, что плотность частицы ρ_T значительно больше плотности среды ρ.

Ниже кратко описан подход работы [1], а затем даны необходимые уточнения.

Обозначим через n концентрацию частиц взвеси (все обозначения совпадают с используемыми в работе [1]). Объемная доля частиц α дается произведением n на объем

отдельной частицы: $\alpha = (^4/_3)\pi n R^3 \ll 1$. Введем усредненные по большому по сравнению с n^{-1} объему скорости жидкой фазы $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ и частиц $\mathbf{v}_T(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор. Предполагается, что частицы распределены по объему случайно.

Условие сохранения количества частиц записывается следующим образом:

$$\partial\alpha/\partial t + \operatorname{div}(\mathbf{v}_T\alpha) = 0 . \tag{1}$$

Условие несжимаемости суспензии имеет вид

$$\operatorname{div}((1-\alpha)\mathbf{v}) + \operatorname{div}(\alpha\mathbf{v}_T) = 0. \tag{2}$$

Система уравнений (1), (2) неполна и для ее замыкания требуется уравнение, связывающее скорости движения фаз. В качестве такого уравнения в [1] используется известное уравнение движения шара в однородном (не зависящем от пространственной координаты) поле скорости (см., например, [7])

$$\rho_T\, d\mathbf{v}_T/dt = \rho\, d\mathbf{v}/dt + (\rho/2)(d\mathbf{v}/dt - d\mathbf{v}_T/dt) + (^9/_2)(\mathbf{v}-\mathbf{v}_T)(1+\varphi) +$$
$$+ (9\rho/2R)(\nu/\pi)^{1/2} \int\limits_{-\infty}^{t} [d(\mathbf{v}-\mathbf{v}_T)/dt]\,(t-\tau)^{-1/2}\, d\tau. \tag{3}$$

Величина φ описывает эффект стеснения. Ее расчеты в литературе проводились для стационарных течений. Результат расчетов существенно зависит от предположения о характере распределения частиц. Если частицы расположены случайно, то $\varphi \approx 6{,}55\alpha$ [8]. В настоящей работе мы будем иметь дело только с этим случаем. Если же расположение частиц регулярно, то $\varphi \approx (^3/_2)\alpha^{1/3}$ (см., например, [9]).

Дальнейшие вычисления в [1] основаны на предположении, что (3) является точным нелинейным уравнением, связывающим пространственно неоднородные поля $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}_T$ при следующих допущениях: производные по времени определяются по формулам $d\mathbf{v}/dt = \partial\mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$, $d\mathbf{v}_T/dt = \partial\mathbf{v}_T/\partial t + (\mathbf{v}_T\nabla)\mathbf{v}_T$ и вклад от последнего слагаемого в (3) (сила Бассэ) мал. Тогда конвективные слагаемые $\rho_T(\mathbf{v}_T\nabla)\mathbf{v}_T$ слева и $\rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$ и $(\rho/2)((\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} - (\mathbf{v}_T\nabla)\mathbf{v}_T)$ в первых двух членах справа в (3) приводит к механизму Бернулли. Однако в случае вязкой жидкости они не учитывают вклада от всех нелинейных по полю скорости слагаемых в уравнении Навье – Стокса для случая пространственно неоднородного внешнего поля скорости. По существу не учитываются акустические течения, возбуждаемые около частицы в неоднородном поле скорости. Они и не могут быть описаны в рамках уравнения (3) и требуют отдельного рассмотрения. Расчет средней силы, действующей на одиночную частицу в неоднородном осциллирующем поле скорости в вязкой жидкости, проведен в работе [10]. При $\delta/R \gg 1$ средняя сила получается существенно большей, чем учитываемая в [1]. Правильный расчет средней силы, действующей на отдельную частицу взвеси, составляет суть первого уточнения, которое следует внести в предложенную в [1] теорию. Второе уточнение касается вклада эффекта стесненности. Эффект стесненности входит в уравнение движения линейно по полю скорости и может быть учтен корректно и в рамках уравнения (3). Отдельного рассмотрения требует здесь вопрос о том, как влияет осциллирующий характер поля скорости на величину φ. Во всех известных нам работах (см. [8, 9, 11]) φ рассчитывается только для стационарного поля. Как показано ниже, в осциллирующем потоке в выражении для φ появляются добавочные по отношению к стационарному случаю слагаемые. Если параметр $\omega\tau = (^4/_9)\,(R/\delta)^2\,(\rho_T/\rho) \sim 1$, эти слагаемые, как оказывается, велики по сравнению со значением φ в стационарном случае и приводят к значительному увеличению инкремента нарастания неустойчивости.

Перейдем к изложению уточненной теории. Отметим, сразу, что трудность построения такой теории обусловлена необходимостью учета нелинейных по полю скорости слагаемых в уравнениях движения. В квадратичном приближении связь $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}_T$ можно получить используя результаты работы [10].

Представим поля α, $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_T$ в виде суммы невозмущенных, однородных по пространству значений и возмущений:

$$\alpha = \alpha_0 + \tilde{\alpha}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{V} + \tilde{\mathbf{v}}, \quad \mathbf{v}_T = \mathbf{V}_T + \tilde{\mathbf{v}}_T.$$

Будем считать, что невозмущенные однородные поля, $\mathbf{V}$, $\mathbf{V}_T$ меняются во времени гармонически по закону $\exp(-i\omega t)$ (далее временной множитель не пишется). Пусть возмущение концентрации $\tilde{\alpha}$ имеет постоянную во времени и неоднородную по пространству составляющую. Тогда невозмущенное поле скорости $\mathbf{V}$, рассеиваясь на возмущении концентрации, создает осциллирующие на частоте ω и неоднородные по пространству возмущения полей скорости $\tilde{\mathbf{v}}$ и $\tilde{\mathbf{v}}_T$. Суммарное поле скорости среды становится пространственно неоднородным, поэтому на каждую частицу будет действовать средняя по времени сила. В случае идеальной среды она соответствует силе радиационного давления [12]. В рассматриваемом случае вязкой жидкости средняя сила отличается от силы радиационного давления даже без учета эффекта стесненности [10]. Под действием средней силы частицы приобретают некоторую среднюю скорость, которая оказывается направленной по градиенту концентрации и вызывает медленное нарастание возмущения концентрации.

Линеаризуем уравнения (1), (2) по возмущениям и перейдем в систему отсчета, осциллирующую со скоростью $\mathbf{V}_T$. Возмущенные поля в этой системе отсчета не меняются, поэтому сохраним для них прежние обозначения. Радиус-вектор в осциллирующей системе отсчета будем обозначать через $\mathbf{x}$. Считаем, что пространственная зависимость возмущений дается множителем $\exp(j\mathbf{kx})$, который далее опускается. Здесь через j обозначена мнимая единица; это обозначение введено для того, чтобы различить комплексные формы записи временной зависимости падающего звукового поля и пространственной зависимости возмущения. $\mathbf{k}$ – волновой вектор возмущения. Для простоты мы рассмотрим только случай $\mathbf{k} \parallel \mathbf{V}$. Линеаризованные уравнения (1), (2) имеют вид

$$\partial\tilde{\alpha}/\partial t + jk\tilde{v}_T\alpha_0 = 0,$$

$$jk\tilde{v}(1-\alpha_0) - jk\tilde{\alpha}(V - V_T) + jk\tilde{v}_T\alpha_0 = 0.$$

Далее представим возмущения в виде сумм быстрой (нижний индекс "f") и медленной (нижний индекс "s") компонент:

$$\tilde{\alpha} = \alpha_f + \alpha_s, \quad \tilde{v} = v_f + v_s, \quad \tilde{v}_T = v_{Tf} + v_{Ts}.$$

Подставляя эти суммы в выписанные выше уравнения, найдем

$$\partial\alpha_s/\partial t + jkv_{Ts}\alpha_0 = 0, \tag{4}$$

$$v_s(1-\alpha_0) + v_{Ts}\alpha_0 - \langle\alpha_f(V - V_T)\rangle = 0, \tag{5}$$

$$\partial\alpha_f/\partial t + jkv_{Tf}\alpha_0 = 0, \tag{6}$$

$$v_f(1-\alpha_0) + v_{Tf}\alpha_0 - \alpha_s(V - V_T) + [\langle\alpha_f(V - V_T)\rangle - \alpha_f(V - V_T)] = 0. \tag{7}$$

Здесь и далее угловые скобки означают усреднение по времени. В общем случае быстрые компоненты представляют собой ряды по гармоникам частоты звукового поля ω. Однако если

$$|k(V - V_T)/\omega| = |kVG/\omega| \ll 1, \tag{8}$$

где $G = -i\omega\tau(1 - i\omega\tau)^{-1}$, то можно ограничиться только первой из них и принять α_f, v_f, $v_{Tf} \sim \exp(-i\omega t)$. Действительно, гармоники могут быть связаны только с последним слагаемым в (7). Но из (6) следует, что $|\alpha_f| < |v_{Tf}\alpha_0 k/\omega|$. Тогда последнее слагаемое в (7) оценивается как $|v_{Tf}\alpha_0 k(V - V_T)/\omega|$ и мало по сравнению со вторым слагаемым. Будем считать, что неравенство (8) выполнено.

Согласно уравнению (4) инкремент неустойчивости может быть найден, если v_{Ts} будет выражена через α_s из других уравнений. Для этого систему (5)–(7) надо дополнить двумя уравнениями, описывающими относительное движение фаз. Из результатов работы [10] следует, что скорость усредненного дрейфа одиночной частицы в звуковом поле (в нашем случае v_{Ts}) есть сумма средней скорости среды в системе отсчета осциллирующей со скоростью осцилляций частицы (во введенной нами системе отсчета, так как учет разницы между V_T и $V_T + v_{Tf}$ приведет к квадратичным по возму-

щению поправкам) и величины

$$(1/4)(\delta R/6\nu)[(^{18}/_5)(1+i)(V-V_T)jkv_f^* + \text{к.с.}].$$

Звздочка означает комплексное сопряжение по отношению к временной зависимости. Последнее выражение получается из формулы (4.2) работы [10], если вместо коэффициентов разложения поля потенциала подставить их значения через поле скорости и его производные. Чтобы учесть взаимное влияние частиц, вместо средней скорости среды v_s надо взять медленную компоненту поля скорости, в котором находится частица. Это поле скорости отличается от поля скорости в точке пространства, где нет частицы из-за влияния всех других частиц. Мы покажем далее, что это влияние можно учесть, предполагая, что отдельная частица находится в поле $v(1+\beta)$, где $\beta = \alpha\beta'$. Главная по большому параметру δ/R составляющая величина β' получается следующей:

$$\beta' = (^9/_8)(1+i)(\delta/R)G^2. \tag{9}$$

Коэффициент β, как можно убедиться, связан с введенным ранее коэффициентом φ соотношением $\beta = G\varphi$. При $\omega\tau \sim 1$ выписанное значение β' существенно больше значения $\beta' = 6{,}55\,G$, полученного для стационарного случая [8]. В пределе $\omega\tau \to 0$ (полное увлечение) величина (9) становится малой по сравнению со стационарным случаем. Однако инкремент нарастания максимален именно для значений частоты, лежащих в окрестности $1/\tau$, где β' в форме (9) доминирует.

Медленная компонента поля $v(1+\beta)$ приближенно равна сумме $v_s + \langle V\beta'\alpha_f\rangle$. Таким образом,

$$v_{Ts} = v_s + \langle V\beta'\alpha_f\rangle + (1/4)(\delta R/6\nu)[(^{18}/_5)(1+i)(V-V_T)jkv_f^* + \text{к.с.}]. \tag{10}$$

Уравнение, связывающее v_{Tf} и v_f, возьмем в виде

$$\partial v_{Tf}/\partial t = \tau^{-1}(v_f + V\beta'\alpha_s - v_{Tf}). \tag{11}$$

В этом уравнении опущены: слагаемые, соответствующие реакции присоединенной массы жидкости и силе Архимеда (малы по сравнению с произведением массы частицы на ускорение), сила Бассэ (мала по сравнению со стоксовой силой сопротивления) и возможные нелинейные слагаемые. Отметим здесь, что пренебрежение нелинейными слагаемыми допустимо только при выполнении условия (8).

Система уравнений (5)–(7), (10), (11) позволяет найти зависимость v_{Ts} от α_s. Подставляя полученное выражение для v_{Ts} в уравнение (4), находим

$$\partial\alpha_s/\partial t \approx \alpha_0 k^2 \alpha_s (1/2)\mathrm{Re}\{(\alpha_0/i\omega)\,|V\beta' + V - V_T|^2(1-i\omega\tau)^{-1} +$$
$$+ (^6/_5)(R/\omega\delta)(1+i)\,|V-V_T|^2\}.$$

В соответствии с этим уравнением возмущение концентрации нарастает экспоненциально во времени, а инкремент нарастания равен

$$\Omega \approx \alpha_0(1/2)k^2V^2\,\frac{(\omega\tau)^2}{1+(\omega\tau)^2}\left[\frac{81\,\tau\delta^2\alpha_0}{32R^2}\,\frac{(\omega\tau)^2}{(1+(\omega\tau)^2)^2} + \frac{6R}{5\omega\delta}\right].$$

Он определяется суммой двух слагаемых, из которых первое есть вклад от эффекта стесненности, а второе – от средней силы, действующей на одиночную частицу. Эффект стесненности приводит к квадратичному по объемной доле вкладу в инкремент нарастания и поэтому при малых концентрациях он несуществен. Определим граничные значения α^*. Первое слагаемое имеет четко выраженный максимум по частоте (см. рис. 1), который достигается при $(\omega\tau)^2 = 1$. Сравнивая его максимальное значение со вторым слагаемым, получим $\alpha^* = (248/135)(R/\delta)^3$. При концентрациях меньше α^* эффект стесненности можно не учитывать. Например, для взвеси водяных капель в воздухе $(\omega\tau)^2 = 1$ при $R/\delta \approx 0{,}053$. Отсюда находим $\alpha^* \approx 2{,}7 \cdot 10^{-4}$. Для взвеси частиц с плотностью $\rho_T = 2$ г/см^3 значение R/δ уменьшается до 0,033 и α^* до $6{,}6 \cdot 10^{-5}$. При концентрациях α_0, больших α^*, основную роль играет эффект стесненности. Заметим, что в рассмотренных выше примерах $|\beta'|$ превышает значение для стационарного

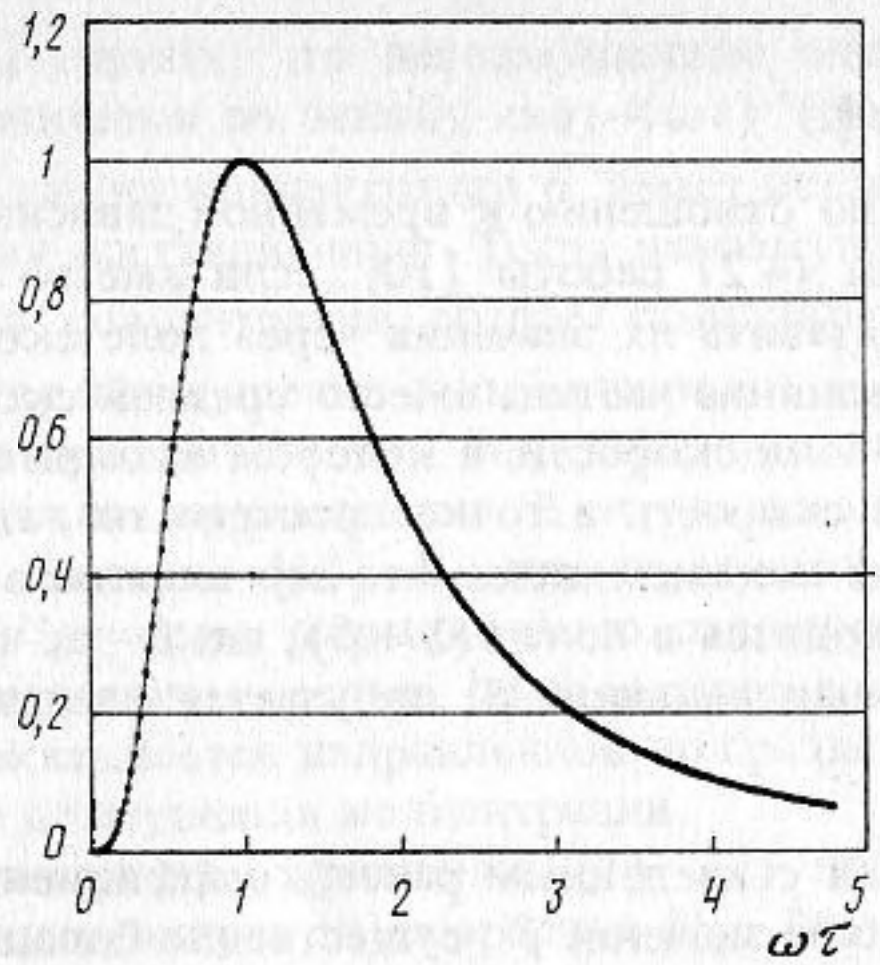

Рис. 1

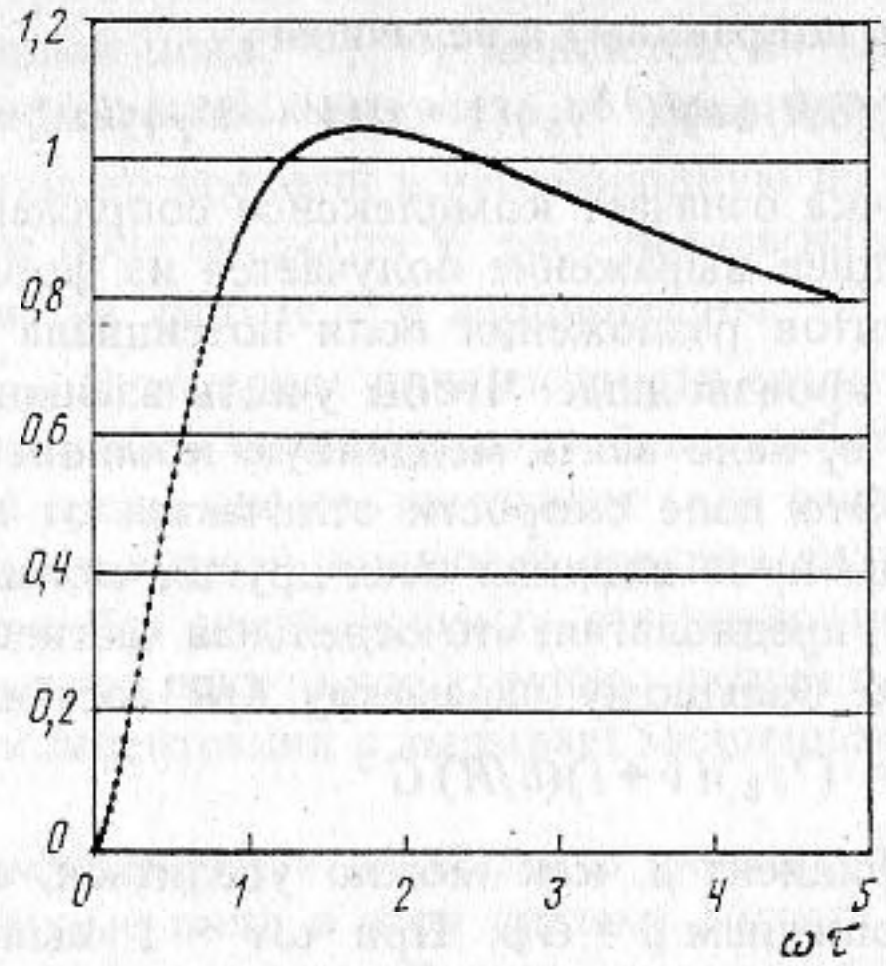

Рис. 2

Рис. 1. Частотная зависимость вклада в инкремент нарастания от эффекта стесненности (условные единицы)

Рис. 2. Частотная зависимость вклада в инкремент нарастания от средней силы, действующей на одиночную частицу (условные единицы)

случая в 4–6 раз, приводя соответственно в 16–36 раз к большему вкладу в инкремент нарастания. Для взвесей твердых частиц в жидкости вклад от эффекта стесненности в инкремент нарастания мал по сравнению со вкладом от другого слагаемого.

Вклад, описываемый вторым слагаемым, также имеет максимум по частоте, который достигается при $(\omega\tau)^2 = 3$ (см. рис. 2), но не столь резкий, как у первого слагаемого. Этот вклад существенно превосходит значение, найденное в [1] для бернуллиевского механизма.

Выполним оценки Ω. Для взвеси водяных капель радиусом $R = 3 \cdot 10^{-6}$ м в воздухе при граничном значении $\alpha^* \approx 2{,}7 \cdot 10^{-4}$ и $(\omega\tau)^2 = 1$ (частота приблизительно равна 1,5 кГц) $\Omega \approx 0{,}15$ с$^{-1}$, если принять $k(V - V_T) \sim \omega$. При увеличении объемной доли Ω быстро возрастает $(\sim\alpha_0^2)$. Для взвесей с малой объемной долей $(\alpha_0 \sim 10^{-6} - 10^{-5})$ эффект стесненности не играет роли и инкремент нарастания пропорционален α_0. Получающиеся для Ω значения в этом случае не столь велики, как значение, приведенное выше.

Следует подчеркнуть, что изложенная выше теория описывает эффект, усредненный по большому числу реализаций случайного пространственного распределения частиц. Это означает, что на практике можно ожидать увеличения инкремента нарастания за счет влияния локальных неоднородностей в расположении частиц.

Далее приводится расчет эффекта стесненности в звуковом поле. Пусть имеется взвесь частиц, расположенных случайно и однородно в осциллирующем поле скорости, амплитуда которого равна $\mathbf{u}_0$ в отсутствие частиц. В каждой точке пространства, не содержащей частицы взвеси, усредненное по реализациям поле скорости в линейном приближении по α есть

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_0 + \int\limits_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|>R} n\mathbf{u}_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,d^3r'. \tag{12}$$

Здесь $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ – поле в точке $\mathbf{r}$, рассеянное одиночной частицей, расположенной в $\mathbf{r}'$ при падении на нее поля $\mathbf{u}_0$ (см., например, [7]):

$$\mathbf{u}_1(l) = [\mathbf{u}_0 g_1(l) + \mathbf{l}(lu_0) g_2(l)]\, G,$$

$$g_1(l) = -df(l)/dl - f(l)/l,$$

$$g_2 = l^{-2}\, df(l)/dl - l^{-3} f(l),$$

$$f = ae^{i\kappa l}(l^{-1} - (i\kappa l^2)^{-1}) + b/l^2,$$

$\kappa = (1+i)/\delta$, $a = (3R/2i\kappa)e^{-i\kappa R}$, $b = (1/2)R^3(1 - 3(i\kappa R)^{-1} - 3(\kappa R)^{-2}$. Величина (12) по определению есть средняя скорость жидкой фазы. Нижний предел интегрирования в (12) отражает условие, что в точке $\mathbf{r}$ нет частицы взвеси. Вследствие однородности рассматриваемой задачи при расчетах можно полагать $\mathbf{r} = 0$. Если в точке $\mathbf{r} = 0$ находится частица взвеси, то из-за влияния окружающих частиц взвеси она находится в падающем поле скорости

$$\mathbf{v}_i(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_0 + \int\limits_{r' > 2R} n\mathbf{u}_1(-\mathbf{r}')\,d^3\mathbf{r}' + \int\limits_{r' > 2R} n\mathbf{u}_{11}(-\mathbf{r}')\,d^3r'.$$

В последнем интервале в этом выражении $\mathbf{u}_{11}$ есть поле скорости, рассеянное частицей, находящейся в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ при падении на нее поля $\mathbf{u}_1$ от частицы в точке $\mathbf{r} = 0$. Весь интеграл описывает перерассеяние поля скорости $\mathbf{u}_1$ на окружающих частицах. Поскольку поле $\mathbf{u}_1$ в окрестности точки $r = r'$ может быть представлено в виде ряда $\mathbf{u}_1(r) = \mathbf{u}_1(\mathbf{r}') + (\mathbf{r} - \mathbf{r}')\nabla\mathbf{u}_1(\mathbf{r}') + \ldots$, поле $\mathbf{u}_{11}$ также дается рядом, члены которого соответствуют рассеянию каждой компоненты ряда для поля $\mathbf{u}_1$. В стационарном случае первый член этого ряда равен нулю, поскольку частица в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ полностью увлекается потоком и приобретает скорость, равную $\mathbf{u}_1(\mathbf{r}')$ [8]. В случае звукового поля это не так, и именно по этой причине величина β' может увеличиваться по сравнению со значением для стационарного случая. На больших по сравнению с радиусом расстояниях между частицами первый член ряда для $\mathbf{u}_{11}$ имеет вид

$$\mathbf{u}_{11}(\mathbf{l}) = [\mathbf{u}_0 g_1(l) + \mathbf{l}(lu_0)(2g_1(l)g_2(l) + l^2 g_2^2(l))]\,G^2.$$

Хотя приведенное выражение справедливо только при $l \gg R$, неточность, вносимая в интеграл несущественна, так как он определяется значением подынтегрального выражения при $r' \sim \delta$. Укажем здесь, что вклад от второго члена ряда для $\mathbf{u}_{11}$ (первый отличный от нуля член в стационарном случае) определяется значениями при $r' \sim R \ll \delta$. Вследствие этого для его расчета нужны значительно более громоздкие вычисления, принимающие во внимание наличие частицы в точке $r = 0$ (см. [8]). Такие вычисления выходят за рамки настоящей работы. Мы ограничимся учетом только первого члена ряда для u_{11}. Наш результат, следовательно, несправедлив в пределе $\omega\tau \to 0$.

Проводя расчеты, находим

$$v \approx u_0(1 + 4\pi Gn(1 - i\kappa R)R\kappa^{-2}),$$

$$v_i \approx u_0(1 + 4\pi Gn(1 - i\kappa R)R\kappa^{-2} + (3/2)\pi n(1+i)R^2\delta G^2).$$

В выражении для v_i опущены члены нулевой степени по большому параметру δ/R. Физически наблюдаемой величиной является не u_0, а v, и поэтому мы выразим v_i через v. С нужной для нас точностью

$$v_i = v(1 + (3/2)\pi n(1+i)R^2\delta G^2) = v(1 + (9/8)\alpha(1+i)(\delta/R)G^2) = v(1+\beta).$$

Воздействие жидкости на частицу определяется полем скорости v_i. Концентрация или объемная доля частиц могут зависеть от времени (это не меняет расчетов), а также от координаты, если пространственный масштаб этой зависимости велик по сравнению с $n^{-1/3}$.

Предложенный расчет является значительно более простым, чем расчет для стационарного случая [8], хотя по существу он также основан на идее перенормировки. Упрощение достигается тем, что в звуковом случае поля v и v_i можно выразить через пробное поле u_0, тогда как в стационарном случае интегралы для v и v_i расходятся при попытке их прямого расчета через пробное поле. Вследствие этого в стационарном случае сразу приходится прибегать к значительно более тонкой процедуре – к вычислению разницы между v_i и физически наблюдаемой величиной – средней по суспензии скоростью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Немцов Б.Е., Эйдман В.Я.* Коллективный эффект конденсации капель под действием звука // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 882–886.
2. *Higashitani K., Fukushima M., Matsuno Y.* Migration of suspended particles in plane stationary ultrasonic field // Chem. Eng. Sci. 1981. V. 36. № 12. P. 1877–1882.
3. *Лосев Е.С., Пичугина И.А.* Группировка частиц суспензии в поле стоячей звуковой волны // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 81–88.
4. *Czyz H.* On the concentration of Aerosol particles by Means of Drift Forces in a standing Wave Field // Acoustica. 1990. V. 76. № 1. P. 23–28.
5. *Завтрак С.Т.* К вопросу о поведении облака газовых пузырьков в жидкости в поле звуковой волны давления // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 1. С. 31–36.
6. *Kobelev Yu.A., Ostrovsky L.A.* Nonlinear acoustic phenomena due to bubble drift in a gas-liquid mixture // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. № 2. P. 621–629.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
8. *Batchelor G.K.* Sedimentation in a dilute dispersion of spheres // J. Fluid Mech. 1972. V. 52. № 2. P. 245–268.
9. *Нигматулин З.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
10. *Данилов С.Д.* Средняя сила, действующая на малое тело в осесимметричном звуковом поле в реальной среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 161–169.
11. *Головин А.М., Чижов В.Н.* К расчету скорости осаждения однородной суспензии // ПММ. 1978. Т. 42. № 1. С. 105–113.
12. *Горьков Л.П.* О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // Докл. АН СССР. 1961. Т. 140. № 1. С. 88–91.

Акустический институт
им. Н.Н. Андреева
Российской Академии наук

Поступила в редакцию
09.07.91

S.D. Danilov, M.A. Mironov

COLLECTIVE INTERACTION OF SUSPENSION PARTICLES IN SOUND FIELD

A theory for the instability of a suspension in a sound field is given. This instability was initially studied in [1]. Two effects are responsible for its origin. First, a mean pressure decreases at such points where the suspension concentration (and fluid velocity) increases (the Bernoulli effect). Second, the effective coefficient of viscosity depends on the concentration and, correspondingly, the drag of each particle increases with the increase of the concentration. Both effects augment any fluctuation of the concentration. However they should be treated more accurately than in [1]. A flow around particles that are small in comparison with a viscous wave penetration depth, is essentially viscous. Under these conditions the mean pressure doesn't coincide with the Bernoulli mean pressure. Acoustical streamings appear near each particle that act on the particle with a drag force. Additionally, the effective viscosity coefficient in an oscillating velocity field differs from that in a stationary case. However the theory of [1] is based on data for a stationary case. The theory presented in this article accounts for the drawback of [1]. It is shown that the instability increment can exceed significantly values obtained in [1].