УДК 534.26

© 1992 г. **А.Д. Лапин**

ЗАТУХАНИЕ ЗВУКА В КАНАЛЕ С НЕОДНОРОДНЫМИ ПОГЛОЩАЮЩИМИ СТЕНКАМИ

Задача о распространении звука в канале, облицованном изнутри звукопоглощающим материалом, неоднократно рассматривалась в литературе [1–3]. Однако до настоящего времени она была решена только для канала с однородными стенками (при равномерном распределении звукопоглощающего материала по стенкам). Представляет интерес получить решение этой задачи для канала с неоднородными стенками (при неравномерном распределении звукопоглощающего материала по стенкам). Ниже рассчитано затухание мод в канале с неоднородными поглощающими стенками и даны рекомендации по рациональному размещению звукопоглощающего материала на стенках канала.

Пусть стенки канала характеризуются нормальной акустической проводимостью Y и пусть в цилиндрической системе координат (r, φ, z) они описываются уравнением $r = R(\varphi)$. Канал заполнен однородной средой, плотность этой среды и скорость звука в ней равны соответственно ρ и c. Величина Y изменяется по периметру сечения, ее представим в виде $Y = Y_0 + Y'(\varphi)$, где $Y_0 = \text{const}$, $\rho c\,|Y'| \ll 1$. Требуется найти волновые числа мод в канале с неоднородными поглощающими стенками.

Звуковое давление и волновое число n-й моды в канале с неоднородными стенками обозначим соответственно через p и ξ, $p \sim \exp(i\xi z)$; соответственные величины для n-й моды в канале с однородными стенками ($Y' \equiv 0$) будем обозначать через p_0 и ξ_0, $p_0 \sim \exp(i\xi_0 z)$. Поля p и p_0 удовлетворяют уравнениям

$$\Delta_\perp p = (\xi^2 - k^2)p, \qquad \Delta_\perp p_0 = (\xi_0^2 - k^2)p_0,$$

где $\Delta_\perp$ – двумерный лапласиан по координатам r и φ, $k = \omega/c$, ω – частота звука. Умножая первое уравнение на p_0, а второе на p, вычитая почленно и интегрируя по сечению S канала, найдем:

$$\int_S (p_0\Delta_\perp p - p\Delta_\perp p_0)\,dS = (\xi^2 - \xi_0^2)\int_S pp_0\,dS.$$

В левой части интеграл преобразуем по теореме Грина и тогда получим соотношение

$$\int_l \left(p_0\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} - p\frac{\partial p_0}{\partial \mathbf{n}}\right)dl = (\xi^2 - \xi_0^2)\int_S pp_0\,ds,$$

где $\mathbf{n}$ – внешняя нормаль к стенке канала, l – контур сечения S.

При учете граничных условий на стенках канала

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = ik\rho cYp, \qquad \frac{\partial p_0}{\partial \mathbf{n}} = ik\rho cY_0p_0,$$

из этого соотношения получим точное выражение для волнового числа моды:

$$\xi = \left\{\xi_0^2 + ik\rho c\,\frac{\int_l Y'pp_0\,dl}{\int_S pp_0\,dS}\right\}^{1/2}.$$

При $\rho c\,|Y'| \ll 1$ в приближении теории возмущений имеем следующую формулу:

$$\xi = \left\{\xi_0^2 + ik\rho c\,\frac{\int_l Y'p_0^2\,dl}{\int_S p_0^2\,dS}\right\}^{1/2}. \tag{1}$$

На основе этой формулы можно сделать заключения о рациональном размещении звукопоглощающего материала на стенках канала. Пусть $\operatorname{Re} Y_0 = 0$, и мода p_0 – распространяющаяся (волновое число ξ_0 вещественно). В канале с неоднородными поглощающими стенками ($\operatorname{Re} Y_0 = 0$, $\operatorname{Re} Y' > 0$) мода p затухает ($\operatorname{Im}\xi > 0$). Согласно формуле (1), звукопоглощающий материал дает наибольший эффект при его нанесении на те участки стенок, где давление p_0 максимально. Например, в прямоугольном канале с жесткими стенками ($Y_0 = 0$) звукопоглощающий материал целесообразно наносить около ребер, где все моды имеют максимум давления.

Для каналов с прямоугольным и круговым сечениями формула (1) при $Y_0 = 0$, $Y' = \text{const}$ переходит в известные формулы, полученные ранее методом разделения переменных. В частности, волновое число нулевой моды равно

$$\xi = \{k^2 + ik\rho cY'l/S\}^{1/2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Морз Ф.* Колебания и звук. М.; Л.: ГИТТЛ, 1949.
2. *Morse P.M.* The transmission of sound inside pipes // J. Acoust. Soc. America. 1939. V. 11. № 2. P. 205 – 210.
3. *Molloy C.T., Honigman E.* Attenuation of sound in lined circular ducts // J. Acoust. Soc. America. 1945. V. 16. № 4. P. 267–272.

Акустический институт
им. Н.Н. Андреева
Российской академии наук

Поступило в редакцию
26.03.92