

УДК 539.2:548.4

© 1993 г. К.А. Чишко

### ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЛН ЛЭМБА СИСТЕМОЙ ИСТОЧНИКОВ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ИЗОТРОПНОМ УПРУГОМ СЛОЕ

Найдены выражения, описывающие спектральный состав и пространственно-временную форму звукового излучения, формируемого из волн Лэмба, испускаемых произвольной системой динамических источников внутренних напряжений, сосредоточенных в ограниченной области изотропного упругого слоя. Рассмотрен пример излучения лэмбовских волн системой подвижных дислокационных петель.

Эволюция источников внутренних напряжений в твердых телах (дислокаций и дислокационных скоплений, трещин, двойников и др.) представляет собой физическую причину явления акустической эмиссии — звукового излучения, регистрируемого в материалах, подвергнутых пластической деформации [1]. Анализ сигналов эмиссии позволяет эффективно контролировать механическое состояние материалов непосредственно в процессе эксплуатации или испытаний, что обуславливает постоянный интерес к изучению фундаментальных и прикладных аспектов обсуждаемого явления.

Подавляющее большинство работ, относящихся к проблеме акустической эмиссии, имеют прикладную направленность, что обусловлено очевидными технологическими преимуществами использования ее в методах неразрушающего контроля. Вместе с тем внедрение эмиссионных методик в ряде случаев сдерживается отсутствием надлежащих научных исследований, относящихся к физическим механизмам звукового излучения дефектов в кристаллах. Теория акустической эмиссии должна состоять из двух по крайней мере частей. С одной стороны, должна быть решена задача об эволюции дефектной структуры образца в поле заданных внешних нагрузок, с другой — должна быть проанализирована чисто акустическая проблема о распределении звуковых полей, порождаемых в кристалле известными потоками дефектов.

Задачи первого типа успешно решаются в рамках механики сплошной среды с дефектами [3]. Задачи второго типа, в свою очередь, содержат ряд самостоятельных аспектов, одним из которых является учет влияния конфигурации образца на характер наблюдаемых сигналов акустической эмиссии, что соответствует большинству реально существующих экспериментальных ситуаций. Именно в этом направлении выполнена настоящая работа, посвященная расчету излучения волн Лэмба системой произвольных источников внутренних напряжений в плоскопараллельной изотропной пластине.

В составе излучения, наблюдаемого в пластине, наряду с объемными волнами сдвига и сжатия (которые существуют в любой упругой среде вне зависимости от конфигурации ее границ) присутствуют импульсы, формируемые из собственных возбуждений упругого слоя — нормальных волн сдвига и волн Рэлея — Лэмба. В рамках линейной теории упругости вклад каждого типа возбуждений в суммарную звуковую картину будет аддитивным, и излучение, формируемое из волн каждого типа, можно проанализировать отдельно.

Для изотропного упругого слоя, ограниченного плоскостями  $x = \pm h$ , получены в работе [4] точные выражения фурье-трансформант функции Грина динамической задачи теории упругости, а также фурье-трансформанты (по координатам  $y, z$  и времени  $t$ ) поля скоростей смещения точек среды  $v(\mathbf{r}, t)$  и поля напряжений  $\sigma_{ik}(\mathbf{r}, t)$ , создаваемых произвольной системой динамических источников внутренних напряжений в слое

при произвольном распределении переменных внешних сил на его поверхностях. Звуковое излучение в слое определяется асимптотиками полей  $v$  и  $\sigma_{ik}$  в волновой зоне

$$kR \gg 1, \quad (\mathbf{R} = (0, y, z) \quad \text{и} \quad \mathbf{k} = (0, k_y, k_z))$$

— соответственно двумерные радиус-вектор и волновой вектор в плоскости  $x = 0$ ). Звуковое излучение в слое включает в себя объемные волны сдвига и сжатия, а также собственные возбуждения слоя — нормальные волны сдвига и волны Рэлея — Лэмба. Компоненты излучения, порождаемые нормальными волнами сдвига, рассмотрены ранее в [5], а рэлеевское излучение изучено в [6]. В настоящей работе проанализировано излучение, формируемое из волн Лэмба, порождаемых произвольной системой источников. Напомним, что лэмбовским мы называем излучение, образуемое теми модами спектра Рэлея — Лэмба, которые имеют конечные частоты запертия при  $k \rightarrow 0$ . Лэмбовская эмиссия коренным образом отличается от рэлеевского излучения, формируемого из двух нижайших (рэлеевских) ветвей упомянутого спектра [6], а потому нуждается в самостоятельном рассмотрении, к которому мы теперь и переходим.

Для получения спектральных компонент (фурье-трансформант по времени) полей звукового излучения необходимо выполнить обратное преобразование Фурье по координатам  $y$  и  $z$  точных выражений [4] для трансформант  $v^\omega(x|k_y, k_z)$  и  $\sigma_{ik}(x|k_y, k_z)$  в асимптотическом пределе волновой зоны  $kR \gg 1$ . Введем цилиндрические координаты  $y = R \cos \varphi$ ,  $z = R \sin \varphi$ ,  $k_y = k \cos \alpha$ ,  $k_z = k \sin \alpha$ , после чего проинтегрируем  $v^\omega(x|k, \alpha)$  по углу  $\alpha$  методом стационарной фазы [7] (подробно эта процедура изложена в [5]). Таким образом получаем для спектральных компонент поля скоростей выражение

$$v^\omega(x, R, \varphi) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi R}} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sqrt{ik} v^\omega(x, \varphi|k) e^{-ikR}, \quad (1)$$

где  $v^\omega(x, \varphi|k) = v^\omega(x|k, \alpha = \varphi)$ . Фурье-амплитуды  $v^\omega(x, \varphi|k)$  в подынтегральном выражении (1) содержат полюса, отвечающие собственным возбуждениям пластины — нормальным волнам сдвига и волнам Рэлея — Лэмба, а также точки ветвления  $k = \pm|\omega|/c\lambda$  ( $\lambda = l, t$ ;  $c_l$  и  $c_t$  — соответственно скорости продольных и поперечных звуковых волн в неограниченной изотропной среде), контурное интегрирование в окрестности которых дает поле объемных волн сдвига и сжатия.

В настоящей работе нас будет интересовать только звуковое излучение, формируемое из волн Лэмба, закон дисперсии которых приближенно может быть представлен выражением [8]

$$k_n(\omega) = \frac{1}{c_t} \sqrt{\omega^2 - \Omega_n^2} (1 + \varphi_n(\omega))^{1/2}, \quad (2)$$

где  $\Omega_n$  — частота запертия соответствующей лэмбовской ветви с номером  $n$ ,  $\varphi_n(\omega) < 1$  — известная функция частоты, обладающая тем свойством, что  $\varphi_n(\infty) = \phi$ . Контур интегрирования в (1) выбирается так же, как и для нормальных волн сдвига [5]. Учет вклада полюсов (2) позволяет получить спектральные компоненты лэмбовского излучения, однако в общем случае выражения для них оказываются чрезвычайно громоздкими и поэтому здесь опущены. Обратим внимание на то, что среди множества лэмбовских ветвей выделяются два семейства — набор симметричных волн, для которых

$$\Omega_n = \Omega_n^{ss} = \frac{\pi c_t}{h} n, \quad \varphi_n^{ss} \approx \frac{8}{\pi n} (1 - \gamma^2) \left(\frac{\Omega_n^{ss}}{\omega}\right)^3, \quad \gamma = \frac{c_t}{c_l}, \quad (3)$$

и антисимметричных волн с

$$\Omega_n = \Omega_n^{ac} = \frac{\pi c_t}{h} \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad \varphi_n^{ac} \approx \frac{8(1 - \gamma^2)}{\pi \left(n + \frac{1}{2}\right)} \left(\frac{\Omega_n^{ac}}{\omega}\right)^3 \quad (4)$$

(классификация ветвей соответствует принятой в [8]), обладающих свойством асимптотической близости соответственно к симметричной и антисимметричной ветвям спектра нормальных волн сдвига [5]. Указанные ветви близки в меру малости поправок  $\varphi_n^{ss}(\omega)$  и  $\varphi_n^{ac}(\omega)$ , явный вид которых приведен в [8]. При  $\omega \rightarrow \infty$  имеем  $\varphi_n \rightarrow \phi$  и (2) с учетом (3), (4) переходит в спектр симметричных либо антисимметричных волн сдвига (который, в свою очередь, при  $\omega \rightarrow \infty$  выходит на асимптоту  $k \sim \omega/c_t$ ).

Из сказанного следует, что те слагаемые в фурье-трансформантах компонент функции Грина [4], которые одновременно содержат полюса, отвечающие волнам Лэмба и нормальным волнам сдвига, как раз и дадут основной вклад в лэмбовское излучение. Именно эти слагаемые и вычисляются в настоящей работе (оценки порядка их величины в сравнении с остальными слагаемыми будут проведены ниже). Это, с одной стороны, позволит нам получить главные (по амплитуде) составляющие лэмбовского излучения, а с другой — проследить всю схему расчетов, с помощью которой при необходимости могут быть получены и остальные слагаемые лэмбовских полей излучения. Для целей настоящей работы в основном используются обозначения, введенные ранее в [5].

Выпишем теперь указанные выше слагаемые фурье-трансформант поля скоростей в виде [5]:

$$v_{\beta}^{(L)\omega}(x|k) = \frac{2q_l k^2}{\rho c_t^2} (N_{\beta} N_{\gamma} - \delta_{\beta\gamma}) \left\{ e^{-hq_t} \int_{-h}^h dx' \mathcal{Y}_{\gamma}^{\omega}(x'|k) \times \right. \\ \times (P_s(x) \operatorname{ch} q_t x' + P_a(x) \operatorname{sh} q_t x') + i\omega [(f_{\gamma}^{(1)\omega}(k) + f_{\gamma}^{(2)\omega}(k)) P_s(x) + \\ \left. + (f_{\gamma}^{(1)\omega}(k) - f_{\gamma}^{(2)\omega}(k)) P_a(x)] \right\} . \quad (5)$$

Здесь введены обозначения:  $q_{\lambda} = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_{\lambda}^2}$  ( $\lambda = l, t$ ),  $\mathbf{N} = \mathbf{R}/R$ ,  $\rho$  — плотность среды,

$$P_s(x) = \frac{1}{\Delta_s} \operatorname{cth} q_t h \operatorname{sh} q_l h \operatorname{ch} q_t x, \quad (6)$$

$$P_a(x) = \frac{1}{\Delta_a} \operatorname{th} q_t h \operatorname{ch} q_l h \operatorname{sh} q_t x, \quad (7)$$

$$\Delta_s = (k^2 + q_t^2)^2 \operatorname{ch} q_l h \operatorname{sh} q_t h - 4k^2 q_l q_t \operatorname{sh} q_l h \operatorname{ch} q_t h, \quad (8)$$

$$\Delta_a = (k^2 + q_t^2)^2 \operatorname{sh} q_l h \operatorname{ch} q_t h - 4k^2 q_l q_t \operatorname{ch} q_l h \operatorname{sh} q_t h. \quad (9)$$

Через  $f_{\gamma}^{(1)\omega}(k)$  и  $f_{\gamma}^{(2)\omega}(k)$  обозначены фурье-трансформанты по времени  $t$  и координатам  $y$  и  $z$  компонент векторов внешних сил, приложенных к поверхностям  $x = h$  и  $x = -h$  соответственно. Вектор  $\mathcal{Y}_{\gamma}^{\omega}(\omega'|k)$  представляет собой фурье-трансформанты производной по времени от объемной плотности сил, действующих в пластине. В случае, если источниками внутренних напряжений в слое  $|x| \leq h$  являются дислокации, этот вектор имеет вид [4]

$$\mathcal{Y}_{\gamma} = \lambda_{\gamma\alpha ik} \nabla_{\alpha} j_{ik}, \quad (10)$$

где  $\nabla_{\alpha} = \partial/\partial x_{\alpha}$ ,  $\lambda_{\gamma\alpha ik}$  — тензор модулей упругости, а  $j_{ik}$  — тензор плотности потока дислокаций в среде [3]. В приведенных выше формулах греческие индексы пробегает значения  $y, z$ . Латинские индексы здесь и далее принимают значения  $x, y$  и  $z$ .

Для вычисления спектральных компонент поля скоростей лэмбовского излучения необходимо выполнить контурное интегрирование в (1) с учетом полюсов (2)–(4) подынтегрального выражения (5). Принимая во внимание, что нас интересуют волновые асимптотики решения (1) только в волновой зоне  $\omega R/c_l \gg 1$ , произведем следующие упрощения. Прежде всего отметим, что волны Лэмба являются высокочастот-

ными возбуждениями упругого слоя, а потому собственные дисперсионно-диссипативные свойства среды приведут к значительному затуханию лэмбовской компоненты излучения в реальном твердом теле. Это затухание быстро растет с увеличением номера гармоники  $n$ . Фактически, например, в экспериментах по регистрации акустической эмиссии дефектов в пластически деформируемых материалах измерения производятся на частотах, не превышающих единиц мегагерц как в связи с сильным поглощением полезного сигнала, так и по причине ограниченных возможностей измерительной аппаратуры. Это означает, что лэмбовское излучение может быть обнаружено только по регистрации одной-двух нижайших мод. Ниже мы рассмотрим именно такой случай, сохранив симметричную ( $\Omega_n = \Omega_1^{ss}$ ) и антисимметричную ( $\Omega_n = \Omega_0^{ac}$ ) моды. Кроме того, в интересующем нас высокочастотном (коротковолновом) пределе выполняются неравенства  $\omega \gg \Omega$  и  $kh \gg 1$ . В результате спектральные компоненты главной части лэмбовского излучения имеют вид:

$$v_{\alpha}^{(L)\omega}(R, \varphi) = is(\omega) \frac{N_{\alpha}N_{\beta} - \delta_{\alpha\beta}}{4\rho h \sqrt{2\pi R c_t^3}} \sqrt{\frac{i}{\omega}} e^{-i\omega R/c_t} \times$$

$$\times \left\{ (D_{\beta}^{s\omega} + i\omega d \frac{s\omega}{\beta}) \cos \frac{\pi x}{h} \exp \left[ is(\omega) \frac{R}{h} \frac{1 - \gamma^2}{(\omega\tau)^2} \right] + \right.$$

$$\left. + (D_{\beta}^{a\omega} + i\omega a \frac{a\omega}{\beta}) \sin \frac{\pi x}{2h} \exp \left[ is(\omega) \frac{R}{8h} \frac{1 - \gamma^2}{(\omega\tau)^2} \right] \right\}. \quad (11)$$

Здесь  $\tau = \frac{h}{2\pi c_t}$ ,  $s(\omega) = \text{sign} \omega$ , а  $D_{\beta}^{s\omega}$  и  $D_{\beta}^{a\omega}$  — спектральные компоненты симметричной и антисимметричной гармоник скорости изменения дипольного момента объемных сил

$$D_{\beta}^{s\omega} = \int_0^{\infty} dR R \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-h}^h dx \mathcal{Y}_{\beta}^{\omega}(x, R, \varphi) \cos \frac{\pi x}{h}, \quad (12)$$

$$D_{\beta}^{a\omega} = \int_0^{\infty} dR R \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-h}^h dx \mathcal{Y}_{\beta}^{\omega}(x, R, \varphi) \sin \frac{\pi x}{2h}. \quad (13)$$

Через  $d_{\beta}^{s,a}$  обозначены симметричная и антисимметричная части дипольного момента поверхностных сил

$$d_{\beta}^{sa} = \int_0^{\infty} dR R \int_0^{2\pi} d\varphi \{ f_{\beta}^{(1)}(R, \varphi) \pm f_{\beta}^{(2)}(R, \varphi) \} \quad (14)$$

(предполагается, что поверхностные силы действуют в ограниченной области с размерами  $L \ll R$  на поверхностях пластины; такое предположение отвечает большинству реальных ситуаций, связанных, например, с излучением звука системами подвижных дислокационных петель).

Спектральные компоненты поля скоростей (11) выписаны в дипольном (нулевом по параметру  $L/R \ll 1$ , где  $L$  — размер излучающей системы в плоскости, параллельной границам пластины) приближении. Кроме того, (11) представляет собой главное по параметру  $(kh)^{-1} \ll 1$  слагаемое лэмбовской компоненты излучения; члены более высокого порядка (квадратичные по  $(kh)^{-1}$ ) при записи полей излучения отброшены. Это сделано в основном с целью упрощения громоздких формул; при необходимости без каких-либо принципиальных затруднений могут быть выписаны все слагаемые в спектральных компонентах поля скоростей.

Как видно из (11), в использованном нами приближении лэмбовское излучение представляет собой поперечные цилиндрические волны, поляризованные в плоскости, параллельной границам пластины. Такую же поляризацию имеют и нормальные волны сдвига [5], которые, однако, отличаются от лэмбовских волн законом дисперсии, что

обуславливает различия в характере поведения возбуждений указанных типов при распространении их в кристалле. При записи (11) мы также воспользовались обычным в теории излучения [9] приближением, которое заключается в том, что малые поправки  $\varphi_1^{ss}$  и  $\varphi_0^{ac}$  в законе дисперсии (2) сохранены только в фазовых множителях (показателях мнимых экспонент) спектральных компонент поля скоростей. В амплитудных сомножителях (11) эти поправки отброшены. Правомерность такого приближения связана с наличием большого параметра  $\omega R/c_t \gg 1$ , на основе которого строятся волновые асимптотики [9]. При этом малые добавки в законе дисперсии необходимо учитывать только в аргументах быстро осциллирующих функций  $\exp[-iRk_n(\omega)]$ .

Для вычисления поля напряжений лэмбовской компоненты излучения воспользуемся законом Гука и примем во внимание, что после дифференцирования по координатам необходимо удержать лишь наиболее медленно убывающие при  $R \rightarrow \infty$  слагаемые по аналогии с разложением для электромагнитного излучения [9]. Таким образом, находим спектральные компоненты поля напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}^{(L)\omega}(R, \varphi) &= \frac{1}{i\omega} \lambda_{\alpha\beta\gamma\delta} \nabla_\gamma V_\delta^{(L)\omega}(R, \varphi) = \\ &= -\rho c_t \{ N_\alpha v_\beta^{(L)\omega}(R, \varphi) + N_\beta v_\alpha^{(L)\omega}(R, \varphi) \}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$\lambda_{\alpha\beta\gamma\delta} = \rho(c_t^2 - 2c_l^2)\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} + \rho c_t^2(\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} + \delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}) \quad (16)$$

— тензор модулей упругости изотропной среды.

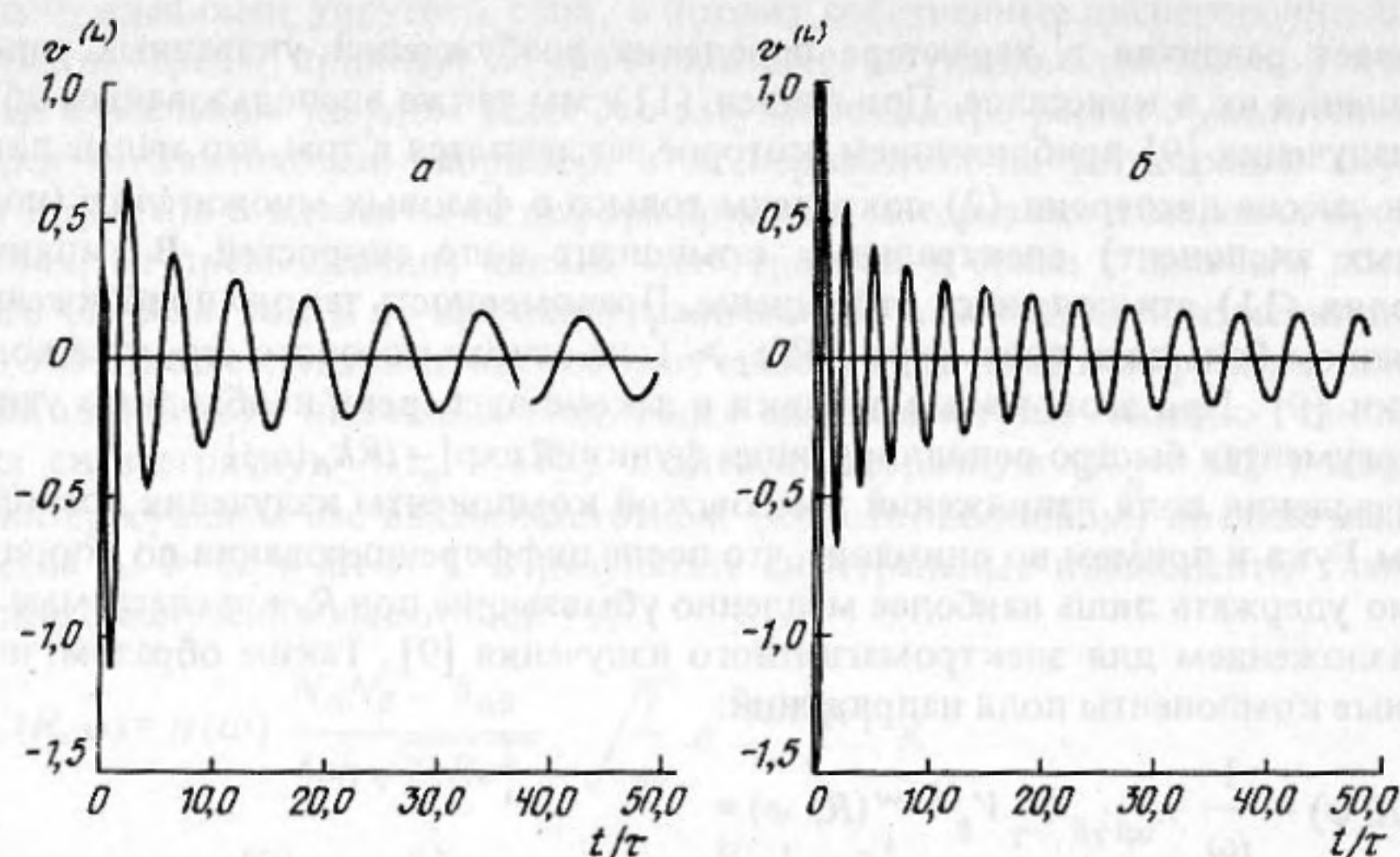
Для перехода к пространственно-временному описанию необходимо произвести обратное преобразование Фурье по времени в спектральных компонентах поля скоростей (11) и поля напряжений (15). Соответствующий интеграл Фурье не удастся выразить через известные элементарные или специальные функции точно, однако, имея в виду асимптотический характер упомянутых формул (11), (15), можно выполнить оценку интеграла методом стационарной фазы [7] в пределе  $h\omega/c_t \gg 1$  и  $R\omega/c_t \gg 1$ . Опуская подробности достаточно громоздких вычислений, укажем только, что при интегрировании по полуоси  $\omega > 0$  необходимо учесть вклад стационарной точки  $\omega_0 =$

$$= [(2R/h\tau^2)(1 - \gamma^2/t - \frac{R}{c_t})]^{1/3}, \text{ причем } t > R/c_t; \text{ при } t < R/c_t \text{ стационарная точка выпадает}$$

из промежутка интегрирования и, таким образом, в последнем случае результат равен нулю. Итак, в формулы для поля войдет сомножителем функция Хэвисайда  $\theta(t - R/c_t)$ , наличие которой связано с принципом причинности: возмущение в точке наблюдения  $R$  появляется в момент времени  $t = R/c_t$ , если источник его находится в начале координат; при  $t < R/c_t$  возмущение в точке  $R > 0$  отсутствует. В результате учета вклада упомянутой стационарной точки находим пространственно-временное представление для поля скоростей смещения элементов среды в лэмбовской моде

$$\begin{aligned} v_\alpha^{(L)}(R, \varphi, t) &= \frac{3}{8\pi} \frac{N_\alpha N_\beta - \delta_{\alpha\beta}}{\rho h \sqrt{Rc_t^3}} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \frac{\theta(t - t' - R/c_t)}{\sqrt{t - t' - R/c_t}} \times \\ &\times \left\{ \frac{\partial}{\partial t'} (D_\beta^s(t') + d_\beta^s(t')) \cos \frac{\pi x}{h} \cos \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{2R}{h\tau^2} (1 - \gamma^2) \right)^{1/3} (t - t' - \frac{R}{c_t})^{2/3} \right] + \frac{\partial}{\partial t'} (D_\beta^a(t') + d_\beta^a(t')) \sin \frac{\pi x}{2h} \right. \\ &\times \left. \cos \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{R}{4h\tau^2} (1 - \gamma^2) \right)^{1/3} (t - t' - \frac{R}{c_t})^{2/3} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Поле лэмбовского излучения представляет собой пакет истинных цилиндрических по-



Форма импульса лэмбовского излучения, порождаемого  $\delta$ -образным точечным источником, помещенным в начале координат, как функция безразмерного времени  $t/\tau$  (амплитуда поля скоростей отложена по оси ординат в условиях безразмерных).  $R$  — расстояние до точки наблюдения:  $a - R = 10h$ ,  $b - R = 50h$

перечных волн, распространяющихся со скоростью  $c_t$ . Его амплитуда убывает при  $R \rightarrow \infty$  как  $1/\sqrt{R}$ , так что лэмбовское поле создает конечный поток звуковой энергии на бесконечности. Пространственно-временная форма импульсов лэмбовского излучения определяется скоростью изменения дипольных моментов объемных и поверхностных сил, приложенных к изотропному слою. При этом амплитуда волны в момент времени  $t > 0$  определяется значениями дипольного момента во все предшествующие моменты времени.

Поле излучения (17) в рассмотренном приближении весьма сходно с обычными цилиндрическими волнами. Тем не менее между этими типами возбуждений имеются и принципиальные отличия, обусловленные дисперсией лэмбовских волн. Изменение со временем амплитуды объемных цилиндрических волн сдвига в фиксированной точке наблюдения  $R$  пропорционально функции  $(t - R/c_t)^{-1/2}$ , а лэмбовские гармоники в (17) содержат наряду с этим осциллирующие множители, аргументы которых пропорциональны  $(t - R/c_t)^{2/3}$  и, кроме того, зависят от координаты  $R$  до точки наблюдения как  $R^{1/3}$ . Таким образом, лэмбовская гармоника представляет собой "модулированную" цилиндрическую волну. Характер полученного решения иллюстрируется рисунком,  $a$ ,  $b$ . Здесь представлены формы импульсов лэмбовского излучения в фиксированной точке пространства  $R$  как функции безразмерного времени  $t/\tau$  (при  $\gamma^2 = 0,33$ ). Рисунок,  $a$  соответствует расстоянию  $R = 10h$ , рисунок,  $b - R = 50h$ . В обоих случаях излучение порождается точечным источником, расположенным в начале координат, причем для определенности полагаем, что  $(\partial/\partial t)D^s(t) \sim \delta(t)$ . При переходе к неограниченной среде толщина слоя  $h \rightarrow \infty$ , аргументы косинусов стремятся к нулю, и мы приходим фактически к случаю объемной цилиндрической волны сдвига. К такому же результату приходим и в случае слабой дисперсии  $\tau \rightarrow \infty$  (поскольку  $\tau \sim h/c_t$ , этот переход по существу аналогичен предыдущему). Следует, однако, помнить, что согласно (17) амплитуда лэмбовской части поля излучения стремится к нулю при  $h \rightarrow \infty$ , а потому (как и должно быть) строгий предельный переход от лэмбовского поля к объемному невозможен. Это, впрочем, очевидно заранее, поскольку лэмбовские волны являются собственными возбуждениями слоя, отсутствующими в безграничной среде. Тем не менее отмеченные выше предельные случаи, несомненно, имеют физический смысл. Они указывают на то, что собственные возбуждения слоя формируются из объемных возбуждений путем многократного отражения первичной объемной волны от границ пластины (принцип Гюйгенса).

Пространственно-временная форма поля напряжений для лэмбовского излучения получается обратным преобразованием Фурье по времени в формуле (15). В результате находим:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(L)}(R, \varphi, t) = -\rho c_t \{ N_\alpha v_\beta^{(L)}(R, \varphi, t) + N_\beta v_\alpha^{(L)}(R, \varphi, t) \}. \quad (18)$$

В случае, если источником звукового излучения в среде является система подвижных дислокационных петель, функции  $D_\alpha(t)$  и  $d_\alpha(t)$ , входящие в (17), должны быть выражены через тензор плотности потока дислокаций [3] согласно (10) с учетом асимптотического характера формулы для поля излучения, как это сделано, например, в [5]. При этом вводятся симметричная

$$\mathcal{D}_{ik}^s(t) = \lambda_{iklm} \int_0^\infty dRR \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-h}^h dx \cos \frac{\pi x}{h} j_{lm}(x, R\varphi) \quad (19)$$

и антисимметричная

$$\mathcal{D}_{ik}^a(t) = \lambda_{iklm} \int_0^\infty dRR \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-h}^h dx \sin \frac{\pi x}{2h} j_{lm}(x, R, \varphi), \quad (20)$$

гармоники дипольного момента системы дислокаций  $\mathcal{D}_{ik}$ . В случае, если дислокации выходят на поверхности пластины, будут отличны от нуля компоненты поверхностного дипольного момента

$$\delta_{ik}^{s,a} = \lambda_{iklm} \int_0^\infty dRR \int_0^{2\pi} d\varphi [j_{lm}(h, R, \varphi) \pm j_{lm}(-h, R, \varphi)]. \quad (21)$$

Отметим, что дислокационный момент (19), (20), а также (21) являются тензорами второго ранга. С векторами  $D_\alpha^{s,a}$  и  $d_\alpha^{s,a}$ , фигурирующими в (17), они связаны соотношениями

$$D_\alpha(t) = \frac{N_\beta}{c_t} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{D}_{\alpha\beta}(t), \quad (22)$$

$$d_\alpha(t) = \delta_{x\alpha}(t). \quad (23)$$

Таким образом видно, что амплитуда полей (17), (18) пропорциональна величине ускорения дислокаций, что характерно для тормозного дипольного излучения, например в электродинамике [9].

Отметим еще раз, что рассмотренная нами задача дает в результате главную по параметру  $(\omega h/c_t)^{-1} \ll 1$  (в коротковолновом приближении) часть лэмбовского излучения. В некоторых специальных случаях (при определенной геометрии излучающих систем) поля (17), (18) тождественно равны нулю. Примером такого рода может служить краевая дислокация, параллельная границам пластины. В этом случае для определения лэмбовской компоненты необходимо восстановить в (5) отброшенные ранее члены высших порядков по  $(\omega h/c_t)^{-1} \ll 1$ . Полученный при этом результат, однако, не представляет интереса, поскольку краевая дислокация является источником интенсивного рэлеевского излучения, на фоне которого слабая (и к тому же высокочастотная) лэмбовская компонента окажется незаметной. В экспериментальном плане лэмбовскую компоненту целесообразно исследовать для тех систем, у которых поля (17), (18) отличны от нуля. Примерами таких излучателей могут служить краевые дислокации, перпендикулярные границам пластины, дислокационные петли, сквозные трещины в пластине и др.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jaffrey D.* Sources of Acoustic Emission (AE) in Metals. — A Review // Non-destructive Testing—Australia, April—June 1979. Part I. P. 9—18 (April); Part II. P. 9—17 (May), Part III. P. 19—28 (June).
2. *Нацик В.Д., Чишко К.А.* Теория элементарных механизмов акустической эмиссии // Акустическая эмиссия материалов и конструкций. Ч. 1. Ростов-на-Дону: Изд. РГУ, 1989. С. 10—18.
3. *Косевич А.М.* Дислокации в теории упругости. Киев: Наук. думка, 1978. 219 с.
4. *Чишко К.А.* Динамической тензор Грина и упругие поля системы дислокационных петель в изотропной пластине // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 3. С. 527—532.
5. *Чишко К.А.* Излучение нормальных волн сдвига системой динамических источников внутренних напряжений в упругом изотропном слое // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 3. С. 557—564.
6. *Чишко К.А.* Излучение волн Рэлея системой источников внутренних напряжений в изотропном упругом слое // Укр. физ. журн. 1992. Т. 37. № 5. С. 745—753.
7. *Федорюк М.В.* Асимптотика. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
8. *Чишко К.А.* О спектре волн Рэлея—Лэмба в изотропной упругой пластине // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 1. С. 153—159.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.

Физико-технический институт  
низких температур  
Академии наук Украины

Поступила в редакцию  
13.01.92

**К.А. Chishko**

### EMISSION OF LAMB WAVES BY SYSTEM OF INTERNAL STRESS SOURCES IN ISOTROPIC ELASTIC LAYER

The expressions are constructed describing the spectra and the space-time distribution of sound radiation formed from the Lamb waves emitted by an arbitrary system of dynamic sources of internal stresses localized in the limited region of an isotropic elastic layer. The radiation field represents a superposition of the Lamb harmonics, each being a cylindrical wave modulated in space with a variable modulation period decreasing as the observation point of the field moves off the wave emission point.