

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 534.26

© 1993 г. А.Д. Лапин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТА
ПО ДИСПЕРСИОННОЙ КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Известно [1], что в жидком слое, лежащем на твердом полупространстве, может распространяться нормальная волна, не имеющая критической частоты. Эта нормальная волна является поверхностной волной, бегущей вдоль границы жидкость-твердое полупространство. Будем называть ее донной поверхностной волной. Дисперсионные кривые для этой волны при некоторых значениях параметров сред слоя и полупространства рассчитаны в работе [2].

Обозначим через c , c_l и c_t соответственно скорость звука в жидкости и скорости продольной и поперечной волн в твердом теле; плотности жидкости и твердого тела обозначим соответственно через ρ и ρ_1 . На рис. 1 изображена зависимость отношения v/c от отношения λ/h , где v — фазовая скорость донной волны, λ — длина звуковой волны в жидкости, h — толщина слоя. Расчет выполнен при $\rho/\rho_1 = 1$, $c_t/c = 1,5$ для различных значений коэффициента Пуассона σ . Все высшие нормальные волны имеют критические частоты. Например, при $\sigma = 0,5$ критические частоты второй и третьей нормальных волн соответствуют значениям $\lambda/h = 3,00$ и $\lambda/h = 1,46$. Донная поверхностная волна при всех значениях λ/h распространяется без затухания. При малых λ/h фазовая скорость меньше c и все три ветви имеют горизонтальные участки, где фазовая скорость не зависит от толщины слоя. При увеличении отношения λ/h скорость v повышается, проходя при некотором значении λ/h значение $v = c$. При $\lambda/h \rightarrow \infty$ скорость v стремится к постоянному пределу, равному скорости рэлеевских волн на границе свободного полупространства

$$c_p = \frac{0,87 + 1,12\sigma}{1 + \sigma} c_t. \tag{1}$$

Донная поверхностная волна является волной Стоунли при $\lambda/h \ll 1$ и волной Рэлея при $\lambda/h \gg 1$.

Для исследования дисперсионных свойств донной волны при $\lambda/h \gg 1$ целесообразно рассматривать зависимость v/c от kh , где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число в жидкости. На рис. 2 даны соответствующие кривые для случаев $\rho/\rho_1 = 0,4$, $\sigma = 0,25$, $c_t/c = 1,5$ и 2.

Дисперсионные кривые строятся на основе численного решения сложного дисперсионного уравнения

$$D(\xi) \operatorname{ch}[\sqrt{\xi^2 - k^2}h] + k_t^4 \frac{\rho}{\rho_1} \alpha \frac{\operatorname{sh}[\sqrt{\xi^2 - k^2}h]}{\sqrt{\xi^2 - k^2}} = 0, \tag{2}$$

где

$$D(\xi) = [(2\xi^2 - k_t^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2]$$

— оператор Рэлея,

$$\alpha = \sqrt{\xi^2 - k_l^2}, \quad \beta = \sqrt{\xi^2 - k_t^2}, \quad \xi = \omega/v, \quad k_{l,t} = \omega/c_{l,t}.$$

При низких частотах можно получить приближенную формулу для фазовой скорости. При $kh \ll 1$ решение уравнения (2) будем искать в виде $\xi = \xi_p + \xi'$, где $\xi' \ll \xi_p$, ξ_p — волновое число рэлеевской волны, $D(\xi_p) = 0$. В первом приближении из уравнения (2) получим выражение

$$\xi' = -\frac{\rho}{\rho_1} \sqrt{\xi_p^2 - k_l^2} \frac{k_t^4 h}{D'(\xi_p)},$$

где

$$D'(\xi_p) = \left(\frac{dD}{d\xi}\right)_{\xi_p} = 2 \frac{k_t^4}{\xi_p} \left\{ 2 \left(\frac{\xi}{k_t}\right)^4 \left(2 - \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}\right) - 1 \right\} \xi_p.$$

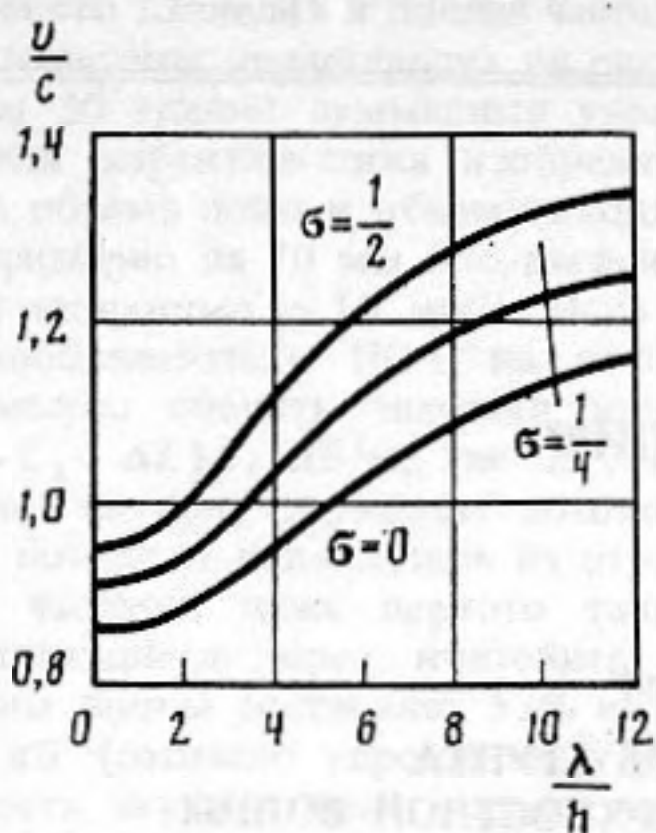


Рис. 1

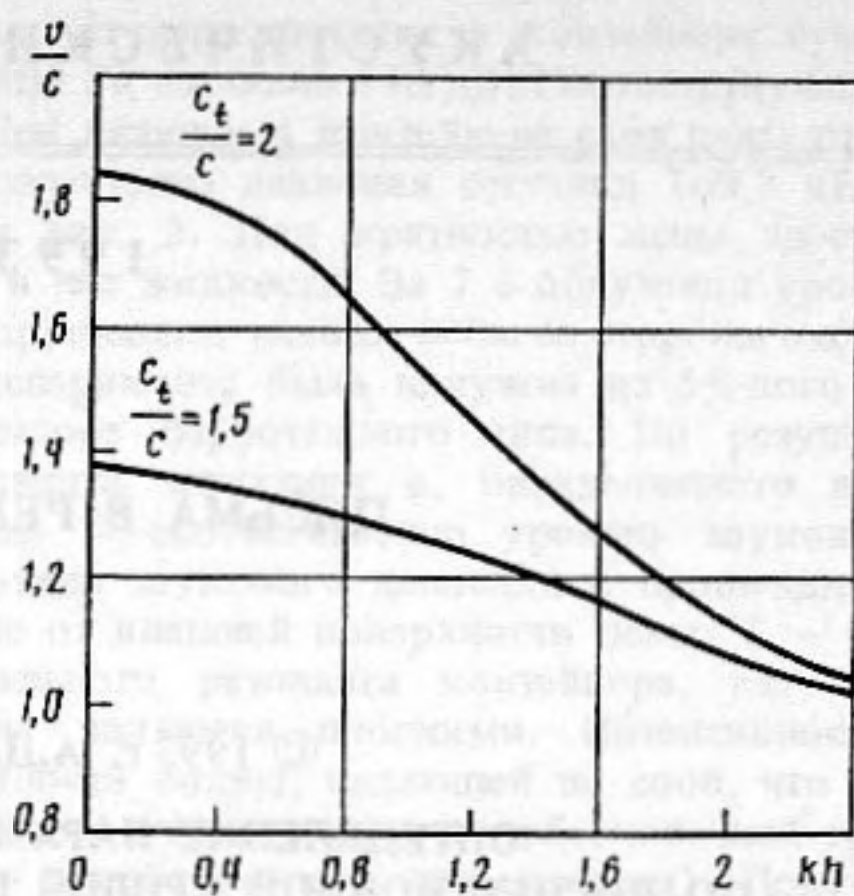


Рис. 2

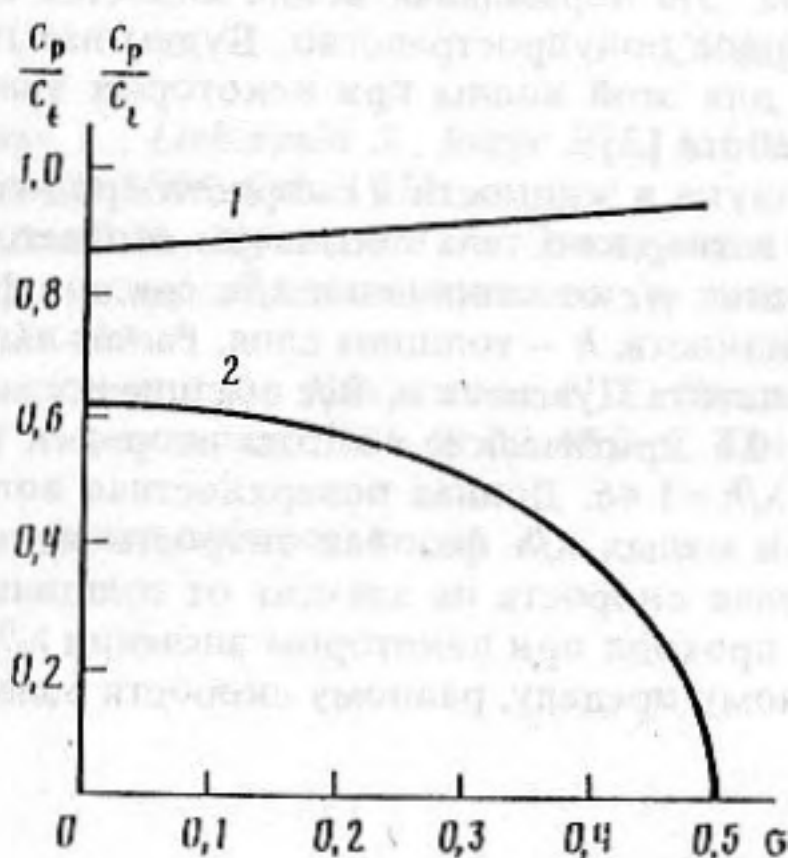


Рис. 3

Рис. 1. Зависимость фазовой скорости от параметра λ/h

Рис. 2. Зависимость фазовой скорости от параметра kh

Рис. 3. Зависимость отношений c_p/c_t (кривая 1) и c_p/c_l (кривая 2) от коэффициента Пуассона σ

Фазовая скорость равна

$$v = \frac{\omega}{\xi} \approx c_p (1 - \xi'/\xi_p),$$

откуда

$$\frac{v}{c} \approx \frac{c_p}{c} + \left[\frac{\rho}{\rho_1} \frac{k_t^4 \sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}}{\xi_p^2 D'(\xi_p)} \right] kh.$$

Величина в квадратных скобках равна тангенсу угла наклона касательной к дисперсионной кривой в точке $kh = 0$.

На основе экспериментальной дисперсионной кривой и полученных приближенных формул можно определить параметры ρ_1 и c_l (или c_t) грунта по известным величинам ρ , c , c_t (или c_l). В самом деле, из дисперсионной кривой при $kh \rightarrow 0$ определяем скорость рэлеевской волны и угол θ наклона касательной. Пользуясь формулой (1), получим коэффициент Пуассона

$$\sigma = \frac{c_p/c_t - 0,87}{1,12 - c_p/c_t}.$$

Скорость продольной волны равна

$$c_l = \sqrt{\frac{2(1 - \sigma)}{1 - 2\sigma}} c_t.$$

Скорость продольной (или поперечной) волны в грунте удобно определять по кривым, данным

на рис. 3. Пусть известно отношение c_p/c_t . Тогда по кривой 1 определим коэффициент Пуассона σ и затем по кривой 2 получим отношение c_p/c_l .

Плотность грунта получим по формуле

$$\rho_1 = \frac{k_t^4 \sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}}{\operatorname{tg} \theta \xi_p^2 D'(\xi_p)} \rho.$$

Величину ρ_1 можно найти и другим способом. Экспериментально определяем частоту ω , при которой фазовая скорость донной волны равна скорости звука в жидкости. Из точного дисперсионного уравнения (2) при $\xi = k$ получим выражение

$$\rho_1 = \frac{k_t^4 \alpha h \rho}{\{4k^2 \alpha \beta - (2k^2 - k_t^2)^2\}}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973, 343 с.
2. Biot M.A. The interaction of Rayleigh and Stonely waves in the ocean bottom // Bull. Seism. Soc. Am. 1952. V. 42. № 1. P. 81-93.

Акустический институт
им Н.Н. Андреева
Российской академии наук

Поступило в редакцию
02.06.92