АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 39 1993 Вып. 5

УДК 534.231.1

© 1993 г. В. С. Булдырев, Н. С. Григорьева

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, ПОРОЖДАЕМОЕ В ВОДНОМ СЛОЕ ПЕРЕМЕННОЙ ГЛУБИНЫ ДВИЖУЩИМСЯ В АТМОСФЕРЕ ИСТОЧНИКОМ. I. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ

Целью работы является построение и исследование нестационарных нормальных волн, возбуждаемых в океане переменной глубины источником, движущимся в атмосфере. Скорость звука в атмосфере предполагается постоянной, а в воде зависит от глубины, медленных горизонтальных координат и медленного времени. Источник излучает сигнал переменной амплитуды и фазы и движется со скоростью, меньшей скорости звука в жидкости. Во второй части работы будут найдены коэффициенты возбуждения нестационарных нормальных волн, а также рассмотрено изменение различных характеристик нормальной волны во времени.

В океанической акустике обычно рассматриваются звуковые поля источников, расположенных в воде, однако в последнее время появился ряд работ, посвященных изучению распространения звука в океане от источников, находящихся в воздухе. Обширная библиография по этой последней задаче в случае неподвижного источника приведена в работах [1, 2]. В 1991 г. были опубликованы две небольшие, связанные друг с другом, заметки [3, 4] о неподвижном и движущемся в атмосфере источниках, однако в этих работах рассматривалась только плоскослоистая модель океана.

Будем предполагать, что находящийся в воздухе источник движется со скоростью, меньшей скорости звука в воде. Искомыми являются возбуждаемые им в водном слое нестационарные нормальные волны. На рисунке схематически изображена физическая постановка рассматриваемой задачи. Ее характерной особенностью является наличие двух малых параметров. Первый из них — отношение плотностей воздуха и воды $\varkappa = \rho_a/\rho_w \simeq 10^{-3}$. Второй малый параметр $\varepsilon \simeq 10^{-3} \div 10^{-2}$ характеризует медленное изменение скорости звука в воде $c_w(z, x, y, t)$ и глубины водного слоя $H(x, y)$ по горизонтальным переменным и времени.

Дадим математическую формулировку рассматриваемой задачи. Пусть $c_{\min} = \min c\,(z, x, y, t)$ — минимальное значение скорости звука в воде и $d = c_{\min}/\max|\partial c_w/\partial z|$ — характерный пространственный масштаб. Введет безразмерную вертикальную переменную $\zeta = z/d$, медленные горизонтальные переменные $\xi = (\xi_1, \xi_2) = (\varepsilon x/d, \varepsilon y/d)$ и медленное время $\tau = \varepsilon c_{\min} t/d$. В безразмерных переменных уравнение распространения звука с правой частью, описывающей движущийся источник, имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial^2 u}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \xi_2^2} - n^2(\zeta, \xi, \tau) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \right] = \tag{1}$$
$$= -A(\tau) \exp[i(q/\varepsilon)\varphi(\tau)]\, \delta(\zeta - \zeta_0(\tau))\, \delta(\xi - \xi_0(\tau)).$$

Здесь δ — дельта-функция, n — показатель преломления:

$$n = \begin{cases} n_a = c_{\min}/c_a = \text{const} \approx 4{,}5 & \zeta < 0 \\ n_w = c_{\min}/c_w \simeq 1, & 0 \le \zeta \le h, \end{cases}$$

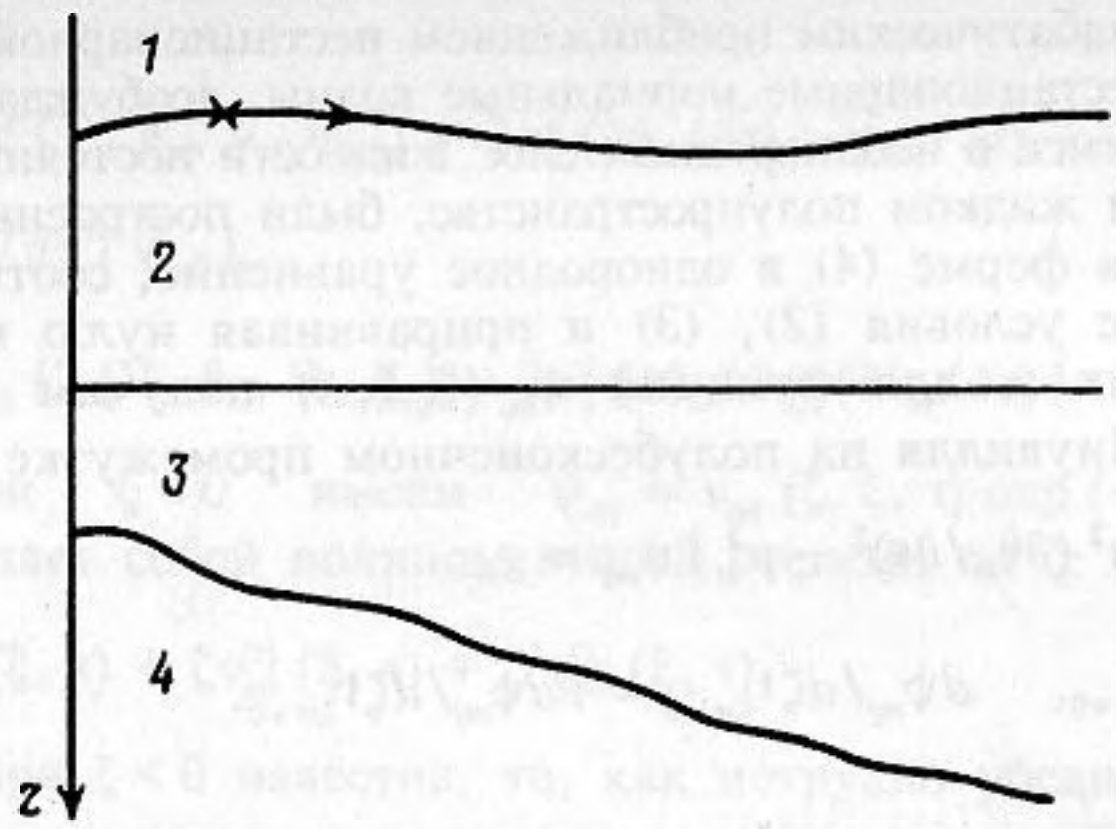

Схема физической постановки рассматриваемой задачи: *1* — траектория движения источника; *2* — воздушное пространство, $\rho_a \approx 10^{-3}$ г/см^3, $c_a = 330$ м/с; *3* — водный слой, $\rho_w \approx 1$ г/см^3, $c_w = c_w(z, x, y, t)$, $z = H(x, y)$; *4* — абсолютно жесткое дно

$h = h(\xi) = H/d$ — безразмерная глубина океана; $\zeta = \zeta_0(\tau) < 0$, $\xi = \xi_0(\tau)$ — траектория движения источника в воздушном полупространстве; $A(\tau)$ и $\varphi(\tau)$ — зависящие от времени амплитуда и фаза источника, причем $A(\tau)|_{\tau \le 0} = 0$. Будем предполагать, что все функции, входящие в уравнение (1), имеют производные порядка единицы, причем $\varphi'(\tau) < 0$. Параметр q характеризует величину мгновенной частоты источника $\omega(t)$ в единицах характерной частоты задачи $c_{\min}/d$:

$$\omega(t) = -d\,[(q/\varepsilon)\,\varphi(\tau)]/dt = -q\,(c_{\min}/d)\,\varphi'(\tau) > 0.$$

На границе раздела воздух — вода $\zeta = 0$ и на дне $\zeta = h(\xi)$ должны выполняться следующие граничные условия:

$$u|_{\zeta=-0} = u|_{\zeta=+0}, \quad \partial u/\partial\zeta|_{\zeta=-0} = \varkappa\,\partial u/\partial\zeta|_{\zeta=+0}, \tag{2}$$

где $\varkappa = \rho_a/\rho_w$ (равенство давлений и непрерывность нормальных составляющих колебательной скорости частиц жидкости в звуковой волне), и

$$\partial u/\partial n|_{\zeta=h(\xi)} \equiv \partial u/\partial\zeta - \varepsilon^2\,(\nabla_\perp u, \nabla_\perp h)|_{\zeta=h(\xi)} = 0, \tag{3}$$

$\nabla_\perp \equiv \mathbf{i}\,\partial/\partial\xi_1 + \mathbf{j}\,\partial/\partial\xi_2$, $(\nabla_\perp u, \nabla_\perp h)$ — скалярное произведение векторов $\nabla_\perp u$ и $\nabla_\perp h$ (условие отражения на абсолютно жестком дне).

Нестационарные нормальные волны u_m, $m = 0, 1, \ldots$, распространяющиеся в водном слое и возбуждаемые движущимся в атмосфере источником, будем искать в виде

$$u_m = \exp\,[i\,(q/\varepsilon)\,\theta_m(\xi, \tau)]\sum_{j=0}^{\infty}\psi_{mj}(\zeta, \xi, \tau)\,\varepsilon^j. \tag{4}$$

Нормальные волны u_m должны удовлетворять однородному волновому уравнению (1), граничным условиям (2), (3), а также принципу предельного поглощения при $\zeta \to -\infty$ (что касается начальных условий, обычно входящих в постановку нестационарных задач, то их заменяет заданная форма искомых решений). Кроме того, u_m при $\zeta - \zeta_0(\tau) \to 0$ и $|\xi - \xi_0(\tau)| \to 0$ должны удовлетворять условиям согласования с функциями, описывающими источник (эти условия будут сформулированы ниже). В разложении (4) фазовая функция $\theta_m(\xi, \tau)$, а также коэффициенты $\psi_{mj}(\zeta, \xi, \tau)$, $m = 0, 1, \ldots, j = 0, 1, \ldots$ подлежат определению. Главный член разложения (4)

$$u_{m0} = \exp\,[i\,(q/\varepsilon)\,\theta_m(\xi, \tau)]\,\psi_{m0}(\zeta, \xi, \tau)$$

будем называть адиабатическим приближением нестационарной нормальной волны u_m (аналогичные нестационарные нормальные волны, возбуждаемые точечным источником, движущимся в неоднородном слое жидкости постоянной глубины, лежащем на однородном жидком полупространстве, были построены в работе [5]).

Подставляя u_m в форме (4) в однородное уравнение, соответствующее (1), а также в граничные условия (2), (3) и приравнивая нулю коэффициенты при различные степенях ε, для функций $\psi_{mj}(\zeta, \xi, \tau)$ получим последовательность задач Штурма — Лиувилля на полубесконечном промежутке $-\infty < \zeta \leq h$:

$$d^2\psi_{mj}/d\zeta^2 + q^2\,[n^2\,(\partial\theta_m/\partial\tau)^2 - \mu_m^2]\,\psi_{mj} = g_{mj}, \tag{5}$$

$$\psi_{mj}|_{\zeta=-0} = \psi_{mj}|_{\zeta=+0}, \qquad d\psi_{mj}/d\zeta|_{\zeta=-0} = \varkappa d\psi_{mj}/d\zeta|_{\zeta=+0}, \tag{6}$$

$$d\psi_{mj}/d\zeta|_{\zeta=h} = B_{mj}, \tag{7}$$

$$\psi_{mj} \to 0 \text{ при } \zeta \to -\infty \text{ и } \operatorname{Im}\,[n_a^2\,(\partial\theta_m/\partial\tau)^2 - \mu_m^2]^{1/2} > 0. \tag{8}$$

Переменные ξ и τ здесь играют роль параметров и $\mu_m^2 = (\nabla_\perp\theta_m)^2)$. Очевидно, $g_{m0} = B_{m0} = 0$, т. е. для ψ_{m0} имеем однородную задачу Штурма — Лиувилля. Задачи (5)—(8) для $j = 1, 2, \ldots$ — неоднородные. Функции g_{mj} и B_{mj} при $j \geq 1$ выражаются через $\psi_{m,j-1}$ и $\psi_{m,j-2}$ и их производные по медленным горизонтальным переменным и медленному времени. В частности, при $j = 1$

$$g_{m1} = -iq\,[2\,(\nabla_\perp\theta_m, \nabla_\perp\psi_{m0}) - 2n^2\,(\partial\theta_m/\partial\tau)\,(\partial\psi_{m0}/\partial\tau) +$$

$$+ (\Delta_\perp\theta_m - n^2\partial^2\theta_m/\partial\tau^2)\,\psi_{m0}], \qquad \Delta_\perp\theta_m\,(\nabla_\perp)^2\,\theta_m, \tag{9}$$

$$B_{m1} = iq\,(\nabla_\perp\theta_m, \nabla_\perp h)\,\psi_{m0}|_{\zeta=h}. \tag{10}$$

Поскольку в атмосфере ($\zeta < 0$) показатель преломления $n = n_a = \text{const}$, решением однородного уравнения (5), $j = 0$ при $\zeta < 0$, удовлетворяющим условию (8), будет

$$\psi_{m0}(\zeta, \xi, \tau) = \psi_{m0}(0, \xi, \tau)\exp(-ik_m\zeta), \tag{11}$$

где $\psi_{m0}(0, \xi, \tau) = \widetilde{\psi}_{m0}(\xi, \tau)$ — произвольная функция медленных переменных ξ и τ; $k_m = q\,[n_a^2\,(\partial\theta_m/\partial\tau)^2 - (\nabla_\perp\theta_m)^2]^{1/2}$ и ветвь корня фиксирована неравенством $\operatorname{Re}\,[n_a^2\,(\partial\theta_m/\partial\tau)^2 - (\nabla_\perp\theta_m)^2]^{1/2} > 0$ при $(\nabla_\perp\theta_m)^2 < n_a^2\,(\partial\theta_m/\partial\tau)^2$. Благодаря равенству (11) задачи Штурма — Лиувилля (5)—(8) для ψ_{mj} на полубесконечном интервале сводятся простым преобразованием к задачам Штурма — Лиувилля на конечном промежутке $0 \leq \zeta \leq h$. Такая редукция позволяет избежать регуляризации и довольно сложной процедуры вычисления несобственных интегралов, содержащих функции ψ_{mj}. В редуцированных задачах функции ψ_{mj} на промежутке $0 \leq \zeta \leq h$ по-прежнему удовлетворяют уравнению (5) и граничному условию (7), а условие (6) переходит в импедансное условие в точке $\zeta = 0$:

$$\varkappa d\psi_{mj}/d\zeta + ik_m\psi_{mj}|_{\zeta=0} = A_{mj} \tag{12}$$

(в задачах квантовой механики условие вида (12) называется энергозависящим). В дальнейшем для краткости задачу Штурма — Лиувилля (5), (12), (7) на конечном промежутке $0 \leq \zeta \leq h$, $j = 0, 1, \ldots$ будем обозначать символом (5, 12, 7).

Очевидно, $A_{m0} = 0$. Вычислим A_{m1}. В силу формул (9) и (11) правая часть уравнения (5) для ψ_{m1} при $\zeta < 0$ имеет вид многочлена первой степени по ζ:

$$g_{m1}|_{\zeta<0} = [a_{m1}(\xi, \tau) + \zeta b_{m1}(\xi, \tau)]\exp(-ik_m\zeta),$$

где

$$a_{ml}(\xi, \tau) = -iq\,[2(\nabla_\perp \theta_m, \nabla_\perp \tilde{\psi}_{m0}) - 2n_a^2(\partial\theta_m/\partial\tau)(\partial\tilde{\psi}_{m0}/\partial\tau) +$$

$$+ (\Delta_\perp \theta_m - n_a^2 \partial^2\theta_m/\partial\tau^2)\,\tilde{\psi}_{m0}], \tag{13}$$

$$b_{ml}(\xi, \tau) = -q\tilde{\psi}_{m0}\,[2(\nabla_\perp \theta_m, \nabla_\perp k_m) - 2n_a^2(\partial\theta_m/\partial\tau)(\partial k_m/\partial\tau)]. \tag{14}$$

Следовательно, при $\zeta < 0$ имеем $\psi_{ml} = \nu_{ml}(\zeta, \xi, \tau)\exp(-ik_m\zeta)$, причем $\nu_{ml}(\zeta, \xi, \tau)$ представляет собой полином второй степени по ζ:

$$\nu_{ml}(\zeta, \xi, \tau) = \nu_{ml}^{(0)}(\xi, \tau) + \zeta\nu_{ml}^{(1)}(\xi, \tau) + \zeta^2\nu_{ml}^{(2)}(\xi, \tau).$$

Если функция ψ_{ml} при $\zeta < 0$ известна, то, как нетрудно убедиться,

$$\varkappa d\psi_{ml}/d\zeta + ik_m\psi_{ml}|_{\zeta=+0} = d\psi_{ml}/d\zeta + ik_m\psi_{ml}|_{\zeta=-0} = \nu_{ml}^{(1)}(\xi, \tau)$$

и (см. импедансное условие (12)) $A_{ml} = \nu_{ml}^{(1)}(\xi, \tau)$.

Найдем коэффициент $\nu_{ml}^{(1)}(\xi, \tau)$. Для этого подставим ψ_{ml} в виде $\psi_{ml} = (\nu_{ml}^{(0)} + \zeta v_{ml}^{(1)} + \zeta^2\nu_{ml}^{(2)})\exp(-ik_m\zeta)$ в уравнение (5) при $j = 1$ (см. также (9)). Тогда, сокращая обе части полученного равенства на $\exp(-ik_m\zeta)$, будем иметь $2\nu_{ml}^{(2)} - 2ik_m(\nu_{ml}^{(1)} + 2\nu_{ml}^{(2)}\zeta) = a_{ml} + \zeta b_{ml}$. Приравнивания коэффициенты при ζ^0 и ζ^1 в обеих частях этого равенства, получаем систему двух уравнений, из которой, в частности, следует соотношение

$$\nu_{ml}^{(1)}(\xi, \tau) = A_{ml} = -[a_{ml} + b_{ml}/(2ik_m)]/(2ik_m), \tag{15}$$

где a_{ml} и b_{ml} определяются формулами (13) и (14). Коэффициенты A_{mj} при $j \geq 1$ вычисляются аналогично.

Однородная задача Штурма — Лиувилля на конечном промежутке $0 \leq \zeta \leq h$ (5), (12), (7) имеет счетное множество резонансов (полюсов резольвенты) μ_m, $m = 0, 1, \ldots$, расположенных в первой четверти комплексной плоскости μ. (На спектральной плоскости $\lambda = \mu^2$ однородная задача имеет непрерывный спектр, занимающий полубесконечный интервал $-\infty < \lambda < n_a^2(\partial\theta/\partial\tau)^2$; дискретный спектр отсутствует.) При $n_w = \text{const}$ в первом приближении по $\varkappa$ резонансы μ_m совпадают с точками пересечения ветвей гипербол

$$\operatorname{Re}\mu \operatorname{Im}\mu = \varkappa\pi^2(m + 1/2)^2\,[(n_a^2 - n_w^2)(\partial\theta/\partial\tau)^2(qh)^2\pi^2(m + 1/2)^2]^{-1/2}, \quad \operatorname{Im}\mu > 0$$

и

$$\operatorname{Re}^2\mu - \operatorname{Im}^2\mu = n_w^2(\partial\theta/\partial\tau)^2 - \pi^2(m + 1/2)^2/(qh)^2, \quad \operatorname{Re}\mu > 0.$$

При уменьшении глубины h или параметра (мгновенной частоты) q резонансы перемещаются по первой гиперболе слева-направо и снизу-вверх.

Если $n_w^2(\partial\theta/\partial\tau)^2 - \pi^2(m + 1/2)^2/(qh)^2 \gtrsim 1$, то резонансы μ_m имеют малую мнимую часть, пропорциональную $\varkappa$, и соответствуют распространяющимся нормальным волнам волновода $0 \leq \zeta \leq h$ с однородными граничными условиями на стенках $\psi|_{\zeta=0} = 0$, $d\psi/d\zeta|_{\zeta=h} = 0$.

При $\pi^2(m + 1/2)^2/(qh)^2 - n_w^2(\partial\theta/\partial\tau)^2 \gtrsim 1$ резонансы μ_m имеют малую положительную часть, пропорциональную $\varkappa$, и соответствуют затухающим волнам.

Таким образом, в отличие от классического варианта метода горизонтальных лучей и вертикальных мод, где нормальная волна в старшем приближении по ε (т. е. при $j = 0$) совпадает с собственной функцией дискретного спектра, нестационарная нормальная волна u_m, распространяющаяся в водном слое и возбуждаемая источником, движущимся в атмосфере, в старшем приближении

по ε представляет собой нетривиальное решение однородного уравнения (5) при $j=0$, соответствующее резонансу $\mu = \mu_m$ с мнимой частью, пропорциональной $\varkappa$ или $\sqrt{\varkappa}$.

Пусть $f_m(\zeta) = f_m(\zeta, \xi, \tau)$ — нетривиальное решение однородной задачи Штурма — Лиувилля, отвечающее резонансу μ_m. Решение $f_m(\zeta)$ будем называть резонансной функцией. Очевидно,

$$\psi_{m0}(\zeta, \xi, \tau) = \mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau) f_m(\zeta, \xi, \tau). \tag{16}$$

Множитель $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$, зависящий от медленных переменных, будет определен в дальнейшем.

Равенство $\mu_m^2 = (\nabla_\perp \theta_m)^2$, поскольку μ_m зависит от $\partial\theta_m/\partial\tau$, является уравнением

$$\mu_m^2 (\partial\theta_m/\partial\tau) = (\nabla_\perp \theta_m)^2, \tag{17}$$

из которого определяется фазовая функция $\theta_m(\xi, \tau)$ нестационарной нормальной волны. Зависимость μ_m от производной $\partial\theta_m/\partial\tau$ существенно отличает нестационарное уравнение эйконала (17) от классического уравнения эйконала нормальной волны в методе горизонтальных лучей и вертикальных мод.

Запишем нестационарное уравнение эйконала (17) в форме, разрешенной относительно производной $\partial\theta_m/\partial\tau$. Для этого умножим уравнение (5), $j=0$ для резонансной функции $f_m(\zeta)$ на $f_m(\zeta)$ и проинтегрируем полученное равенство по ζ от 0 до h. Интеграл от первого слагаемого проинтегрируем по частям. Воспользовавшись однородными граничными условиями (12) и (7) для функции $f_m(\zeta)$, результат запишем в виде

$$-f_m(0) f_m'(0) - (N_m')^2 + q^2 (\partial\theta_m/\partial\tau)^2 M_m^2 - q^2 (\nabla_\perp \theta_m)^2 N_m^2 = 0, \tag{18}$$

где

$$M_m^2 = \int_0^h n_a^2 f_m^2(\zeta)\, d\zeta, \quad N_m^2 = \int_0^h f_m^2(\zeta)\, d\zeta, \quad (N_m')^2 = \int_0^h [f_m'(\zeta)]^2\, d\zeta \tag{19}$$

и $f_m'(\zeta) = df_m(\zeta)/d\zeta$. После несложных преобразований, в которых снова используется граничное условие (12), получаем

$$\partial\theta_m/\partial\tau + \mathcal{H}_m((\nabla_\perp \theta_m)^2, \xi, \tau) = 0. \tag{20}$$

Здесь

$$\mathcal{H}_m \equiv \{(\nabla_\perp \theta_m)^2 (N_m^2 - i\varkappa \mathring{N}_m^2) + q^{-2} [(N_m')^2 + i\varkappa (\mathring{N}_m')^2]\}^{1/2} [M_m^2 - i\varkappa \mathring{M}_m^2]^{-1/2}, \tag{21}$$

и введены обозначения

$$\mathring{M}_m^2 = [n_a^2 f_m'(0)]^2/(2k_m^3), \quad \mathring{N}_m^2 = [f_m'(0)]^2/(2k_m^3),$$

$$(\mathring{N}_m')^2 = [f_m'(0)]^2/(2k_m). \tag{22}$$

Функция $\mathcal{H}_m((\nabla_\perp \theta_m)^2, \xi, \tau)$ не зависит от $\partial\theta_m/\partial\tau \equiv \chi_m$, несмотря на то, что резонансная функция $f_m(\zeta)$, а следовательно интегралы M_m^2, N_m^2, $(N_m')^2$, а также величины $\mathring{M}_m^2$, $\mathring{N}_m^2$, $(\mathring{N}_m')^2$ зависят от этой производной. Действительно, умножая уравнение (5), $j=0$ для $f_m(\zeta)$ на $\partial f_m/\partial\chi_m$ и интегрируя полученное равенство по ζ от 0 до h, находим:

$$q^2 (\nabla_\perp \theta_m)^2 \partial N_m^2/\partial\chi_m + \partial (N_m')^2/\partial\chi_m = q^2\chi_m^2 \partial M_m^2/\partial\chi_m -$$

$$- 2f_m'(0) [\partial f_m(0)/\partial\chi_m].$$

Используя это равенство, а также соотношение (18), убеждаемся, что $\partial\mathcal{H}_m/\partial\chi_m = 0$.

Уравнение Гамильтона-Якоби (20) должно быть дополнено начальными данными, связывающими функцию $\theta_m(\xi, \tau)$ с фазовой функцией источника на траектории его движения. Если траекторию движения источника записать в параметрической форме $\tau = \alpha$, $\xi = \xi_0(\alpha)$, то равенство фазовых функций в источнике имеет вид

$$\theta_m(\xi, \tau)|_{\tau=\alpha,\, \xi=\xi_0(\alpha)} = \varphi(\alpha). \tag{23}$$

Получим теперь уравнение, которому должна удовлетворять функция медленных переменных $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$ в формуле (16) для старшего коэффициента разложения (4) — функции $\psi_{m0}(\zeta, \xi, \tau)$. Функция $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$ должна быть выбрана так, чтобы неоднородная задача Штурма — Луивилля (5), (12), (7) при $j = 1$ для $\psi_{m1}(\zeta, \xi, \tau)$ была разрешима. Получим условие разрешимости этой задачи.

Пусть $\hat{f}_m(\zeta) = \hat{f}_m(\zeta, \xi, \tau)$ — решение однородного уравнения (5) на промежутке $0 \le \zeta \le h$, линейно независимое с $f_m(\zeta)$ и удовлетворяющее условию $W[f_m, \hat{f}_m] = f_m\hat{f}_m' - f_m'\hat{f}_m = -1$. Пусть, далее, $\mathcal{K}_m(\zeta, s) = f_m(\zeta)\hat{f}_m(s) - f_m(s)\hat{f}_m(\zeta)$ — разрешающий оператор уравнения (5). Решение неоднородного уравнения (5) при $j = 1$, удовлетворяющее граничному условию (12), можно представить в форме

$$\psi_{m1}(\zeta, \xi, \tau) = A_{m1}[ik_m\hat{f}_m(0) + \varkappa\hat{f}_m'(0)]^{-1}\hat{f}_m(\zeta) + \int_0^\zeta \mathcal{K}_m(\zeta, s)\, g_{m1}(s)\, ds.$$

Потребовав, чтобы функция $\psi_{m1}(\zeta, \xi, \tau)$ удовлетворяла также краевому условию (7) при $j = 1$, получаем условие разрешимости задачи (5, 12, 7) при $j = 1$:

$$A_{m1}[ik_m\hat{f}_m(0) + \varkappa\hat{f}_m'(0)]^{-1}\hat{f}_m(h) + \int_0^h [\partial\mathcal{K}_m(\zeta, s)/\partial\zeta|_{\zeta=h}]\, g_{m1}(s)\, ds = B_{m1}. \tag{24}$$

Преобразуем условие (24) так, чтобы оно не содержало решения $\hat{f}_m(\zeta)$. Для этого воспользуемся тем, что функция $f_m(\zeta)$ удовлетворяет однородному граничному условию (12) при $\zeta = 0$ и, значит,

$$[ik_m\hat{f}_m(0) + \varkappa\hat{f}_m'(0)]f_m'(0) = [ik_m\hat{f}_m(0) + \varkappa\hat{f}_m'(0)]f_m'(0) - [ik_m f_m(0) + \varkappa f_m'(0)]\hat{f}_m'(0) = ik_m.$$

Кроме того, поскольку $f_m'(h) = 0$, то

$$\partial\mathcal{K}_m(\zeta, s)/\partial\zeta|_{\zeta=h} = -f_m(s)\hat{f}_m'(h) = f_m(s)/f_m(h),$$

и условие разрешимости (24) принимает вид

$$A_m f_m'(0)/(ik_m) + B_m f_m(h) = \int_0^h g_{m1}(s)\, f_m(s)\, ds. \tag{25}$$

Введем трехмерный вектор $\mathbf{W}_m = (\mathbf{V}_m, 1)$, где $\mathbf{V}_m = \partial\mathcal{H}_m/\partial(\nabla_\perp\theta_m)$. Тогда условие разрешимости (25), если воспользоваться выражениями (9), (15) и (10) для g_{m1}, A_{m1} и B_{m1}, удается записать в дивергентной форме

$$\operatorname{div}(\mathcal{E}_m\mathbf{W}_m) + \gamma_m\mathcal{E}_m = 0. \tag{26}$$

$$\gamma_m = (\mathbf{V}_m, \nabla_\perp h)\, f_m^2(h)/(N_m^2 - i\varkappa \mathring{N}_m^2) - L_m^2/(M_m^2 - i\varkappa \mathring{M}_m^2),$$

$$\mathscr{E}_m = -(\partial\theta_m/\partial\tau)(M_m^2 - i\varkappa \mathring{M}_m^2)\, \mathscr{A}_{m0}^2, \qquad L_m^2 = \int_0^h (\partial n_w^2/\partial\tau)\, f_m^2(\zeta)\, d\zeta.$$

Обратимся к решению задачи Коши (20), (23) для функции $\theta_m(\xi, \tau)$. Уравнение (20) для функции $\theta_m(\xi, \tau)$ — нелинейное уравнение в частных производных первого порядка с комплексными коэффициентами, мнимые части которых пропорциональны малому параметру $\varkappa$. Поскольку метод характеристик не применим в своем классическом варианте к уравнению с комплексными коэффициентами, будем искать функцию $\theta_m(\xi, \tau)$ в виде ряда по степеням $i\varkappa$:

$$\theta_m(\xi, \tau) = \sum_{l=0}^{\infty} \theta_m^{(l)}(\xi, \tau)\,(i\varkappa)^l. \tag{27}$$

Ограничимся вычислением $\theta_m^{(0)}$ и $\theta_m^{(1)}$. Следующие приближения $\theta_m^{(l)}$, $l \geq 2$ могут быть построены на том же пути. Для того чтобы получить уравнения для $\theta_m^{(l)}(\xi, \tau)$, необходимо разложить по степеням $i\varkappa$ левую часть уравнения эйконала (20):

$$\mathscr{H}_m((\nabla_\perp \theta_m)^2, \xi, \tau) = \sum_{l=0}^{\infty} \mathscr{H}_m^{(l)}(i\varkappa)^l.$$

С этой целью предварительно получим разложение по степеням $i\varkappa$ резонансных функций $f_m(\zeta) = f_m(\zeta, \xi, \tau)$, которые входят в выражение $\mathscr{H}_m((\nabla_\perp \theta_m)^2, \xi, \tau)$ через M_m^2, N_m^2, $(N_m')^2$ и $\mathring{M}_m^2$, $\mathring{N}_m^2$, $(\mathring{N}_m')^2$.

Положим

$$f_m(\zeta, \xi, \tau) = \sum_{l=0}^{\infty} f_m^{(l)}(\zeta, \xi, \tau)\,(i\varkappa)^l, \qquad \mu_m^2 = \sum_{l=0}^{\infty} \lambda_m^{(l)}(i\varkappa)^l.$$

Функция $f_m^{(0)}(\zeta) = f_m^{(0)}(\zeta, \xi, \tau)$, очевидно, является собственной функцией следующей задачи Штурма — Лиувилля:

$$d^2 f_m^{(0)}/d\zeta^2 + q^2\,[n_w^2(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)^2 - \lambda_m^{(0)}]\, f_m^{(0)} = 0, \qquad 0 \leq \zeta \leq h, \tag{28}$$

$$f_m^{(0)}|_{\zeta=0} = 0, \qquad df_m^{(0)}/d\zeta|_{\zeta=h} = 0. \tag{29}$$

Для функции $f_m^{(1)}(\zeta) = f_m^{(1)}(\zeta, \xi, \tau)$ имеем неоднородную задачу Штурма — Лиувилля. Величина $\lambda_m^{(1)}$ находится из условия разрешимости этой неоднородной задачи. Проделывая те же вычисления, что и при выводе условия разрешимости (25), получаем

$$\lambda_m^{(1)} = \Big\{ k_{m0}^{-1}\,[df_m^{(0)}(0)/d\zeta]^2 + 2q^2(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)(\partial\theta_m^{(1)}/\partial\tau) \times$$

$$\times \int_0^h n_w^2\,[f_m^{(0)}(\zeta)]^2\, d\zeta \Big\} \Big\{ q^2 \int_0^h [f_m^{(0)}(\zeta)]^2\, d\zeta \Big\}^{-1},$$

где $k_{m0} = q\,[n_a^2(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)^2 - \lambda_m^{(0)}]^{1/2}$ и $\lambda_m^{(0)}$ — собственные значения задачи (28), (29). При этом для функции $f_m^{(1)}$ приходим к равенству

$$f_m^{(1)}(\zeta) = k_{m0}^{-1}\,[df_m^{(0)}(0)/d\zeta]^2\, \hat{f}_m^{(0)}(\zeta) - q^2 \int_0^\zeta [f_m^{(0)}(\zeta)\hat{f}_m^{(0)}(s) -$$

$$- f_m^{(0)}(s)\,\hat{f}_m^{(0)}(\zeta)]\,[2n_w^2(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)(\partial\theta_m^{(1)}/\partial\tau) - \lambda_m^{(1)}]\, f_m^{(0)}(s)\, ds,$$

в котором $\hat{f}_m^{(0)}(\zeta)$ — решение уравнения (28), линейно независимое с $f_m^{(0)}(\zeta)$ и удовлетворяющее условию $W[f_m^{(0)}, \hat{f}_m^{(0)}] = -1$.

Разложим затем в ряды по степеням $i\varkappa$ интегралы M_m^2, N_m^2, $(N_m')^2$ и величины $\mathring{M}_m^2$, $\mathring{N}_m^2$, $(\mathring{N}_m')^2$ и вычислим $\mathcal{H}_m^{(l)}$, $l = 0, 1$. Приравнивая нулю коэффициенты при $\varkappa^0$ и $i\varkappa$ в левой части уравнения эйконала (20), для функций $\theta_m^{(0)}(\xi, \tau)$ и $\theta_m^{(1)}(\xi, \tau)$ получаем уравнения с вещественными коэффициентами:

$$\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau + \mathcal{H}_m^{(0)}((\nabla_\perp \theta_m^{(0)})^2, \xi, \tau) = 0, \tag{30}$$

$$\partial\theta_m^{(1)}/\partial\tau + \mathcal{H}_m^{(1)}(\nabla_\perp \theta_m^{(0)}, \nabla_\perp \theta_m^{(1)}, \xi, \tau) = 0, \tag{31}$$

где

$$\mathcal{H}_m^{(0)} = [(\nabla_\perp \theta_m^{(0)})^2 N_{m0}^2 + q^{-2}(N_{m0}')^2]^{1/2}(M_{m0}^2)^{-1/2}, \tag{32}$$

$$\mathcal{H}_m^{(1)} = N_{m0}^2(\nabla_\perp \theta_m^{(0)}, \nabla_\perp \theta_m^{(1)})/(M_{m0}^2\mathcal{H}_m^{(0)}) + Q_m^{(1)}$$

и $Q_m^{(1)}$ дается формулой

$$Q_m^{(1)} = \{(\nabla_\perp \theta_m^{(0)})^2)(N_{m1}^2 - \mathring{N}_{m0}^2) + q^{-2}[(N_{m1}')^2 + (\mathring{N}_{m0}')^2]\} \times$$

$$\times (2M_{m0}^2\mathcal{H}_m^{(0)})^{-1} - (M_{m1}^2 - \mathring{M}_{m0}^2)\mathcal{H}_m^{(0)}(2M_{m0}^2)^{-1}. \tag{33}$$

Интегралы M_{m0}^2, N_{m0}^2, $(N_{m0}')^2$ и величины $\mathring{M}_{m0}^2$, $\mathring{N}_{m0}^2$, $(\mathring{N}_{m0}')^2$ определяются формулами (19) и (22) с заменой $f_m(\zeta)$ на $f_m^{(0)}(\zeta)$ и k_m на k_{m0};

$$M_{m1}^2 = 2\int_0^h n^2 f_m^{(0)}(\zeta) f_m^{(1)}(\zeta)\, d\zeta, \qquad N_{m1}^2 = 2\int_0^h f_m^{(0)}(\zeta) f_m^{(1)}(\zeta)\, d\zeta,$$

$$(N_{m1}')^2 = 2\int_0^h (df_m^{(0)}/d\zeta)(df_m^{(1)}/d\zeta)\, d\zeta.$$

Подставляя разложение (27) в начальное условие (23), получаем начальные условия для уравнений (30) и (31):

$$\theta_m^{(0)}(\xi, \tau)|_{\tau=\alpha,\, \xi=\xi_0(\alpha)} = \varphi(\alpha), \tag{34}$$

$$\theta_m^{(1)}(\xi, \tau)|_{\tau=\alpha,\, \xi=\xi_0(\alpha)} = 0. \tag{35}$$

Поскольку уравнение (30) нелинейное, необходимо задать также значения производных $\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau$ и $\partial\theta_m^{(0)}/\partial\xi$:

$$\frac{\partial\theta_m^{(0)}}{\partial\tau}\Big|_{\tau=\alpha,\, \xi=\xi_0(\alpha)} = -\Omega_m, \qquad \frac{\partial\theta_m^{(0)}}{\partial\xi}\Big|_{\tau=\alpha,\, \xi=\xi_0(\alpha)} = K_m \mathbf{e}, \tag{36}$$

где $\mathbf{e} = (\cos\vartheta, \sin\vartheta)$ — единичный вектор. Начальные данные в правых частях равенств (36) должны удовлетворять условиям согласования

$$\Omega_m = \mathcal{H}_m^{(0)}(K_m^2, \xi(\alpha), \alpha), \qquad \Omega_m = K_m(\mathbf{e}, \mathbf{v}(\alpha)) - \dot{\varphi}(\alpha). \tag{37}$$

Здесь $\mathbf{v}(\alpha) = d\xi_0(\tau)/d\tau|_{\tau=\alpha} = d\xi_0(\alpha)/d\alpha$ — безразмерная скорость движения источника в момент времени $\tau = \alpha$. Равенства (37) определяют Ω_m и K_m как функции α и ϑ.

Решение вещественного уравнения Гамильтона — Якоби (30), удовлетворяющее условиям (34) и (36), уже можно построить методом характеристик. С этой целью рассмотрим характеристическую систему, отвечающую уравнению (30). Поскольку функция $\mathcal{H}_m((\nabla_\perp \theta_m)^2, \xi, \tau)$ не зависит от производной $\partial\theta_m/\partial\tau$, функция $\mathcal{H}_m^{(0)}((\nabla_\perp \theta_m^{(0)})^2, \xi, \tau)$ также не зависит от $\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau$, и характеристическая система записывается в виде

$$\frac{\partial\tau}{ds}=1,\quad \frac{d\xi_i}{ds}=\frac{\partial\mathcal{H}_m^{(0)}}{\partial p_i},\quad \frac{dp_0}{ds}=-\frac{\partial\mathcal{H}_m^{(0)}}{\partial\tau},\quad \frac{dp_i}{ds}=-\frac{\partial\mathcal{H}_m^{(0)}}{\partial\xi_i},\tag{38}$$

где $\mathcal{H}_m^{(0)}=\mathcal{H}_m^{(0)}(p^2,\xi,\tau)$. Начальные условия зададим следующим образом (см. равенства (36)):

$$\tau|_{s=0}=\alpha,\quad \xi|_{s=0}=\xi(\alpha),\quad p_0|_{s=0}=-\Omega_m,\quad \mathbf{p}|_{s=0}=K_m\mathbf{e}.\tag{39}$$

Если решения характеристической системы (38), удовлетворяющие начальным данным (39), известны,

$$\tau=s+\alpha,\quad \xi_i(s)=\xi_i(\alpha,\vartheta,s),\quad p_0(s)=p_0(\alpha,\vartheta,s),\tag{40}$$

$$p_i(s)=p_i(\alpha,\vartheta,s),\quad i=1,2,$$

то функция $\theta_m^{(0)}(\xi,\tau)$ в соответствии с методом характеристик (см., например, [6]) находится по формуле

$$\theta_m^{(0)}(\xi,\tau)=\varphi(\alpha)+\int_0^s[p_0(s)+\sum_{i=1}^2 p_i(s)\,d\xi_i(s)/ds]\,ds,\tag{41}$$

где интеграл вычисляется вдоль характеристики (40). Параметры α, ϑ, s называются пространственно-временными лучевыми (ПВЛ) координатами. Для нормальных волн разных номеров ПВЛ координаты α, ϑ, s различны, и поэтому они должны были бы содержать индекс m. Этот индекс опущен для сокращения записи.

С декартовыми координатами ξ_1, ξ_2 и временем τ ПВЛ координаты α, ϑ и s связаны первыми тремя уравнениями (40). Эти уравнения при фиксированных α и ϑ параметрически задают пространственно-временной луч.

При заданных ξ_1, ξ_2, τ система первых трех уравнений (40) может иметь одно или несколько решений $\alpha(\xi,\tau)$, $\vartheta(\xi,\tau)$, $s(\xi,\tau)$. Будем предполагать, что для каждого такого решения выполняется условие $D(\xi_1,\xi_2,\tau)/D(\alpha,\vartheta,s)\neq 0$, т. е. якобиан перехода от декартовых координат ξ_1, ξ_2 и времени τ к лучевым координатам α, ϑ, s не обращается в нуль. Если система первых трех уравнений (40) не имеет ни одного решения, то точка наблюдения ξ_1, ξ_2, τ лежит в незасвеченной области, или в области пространственно-временной геометрической тени.

Лучевые координаты α, ϑ, s имеют следующий смысл: координата α—момент излучения поля нормальной волны, наблюдаемого в точке $\xi=(\xi_1,\xi_2)$ в момент времени τ, ϑ — угол между скоростью источника $\mathbf{v}(\alpha)$ в момент излучения $\tau=\alpha$ и горизонтальным лучом, выходящим из источника в момент излучения и приходящим в точку наблюдения (ξ_1,ξ_2), s — время распространения поля нормальной волны.

Перейдем к построению функции $\theta_m^{(1)}(\xi,\tau)$. Линейное уравнение (31), которому она удовлетворяет, можно свести к обыкновенному дифференциальному уравнению вдоль пространственно-временного луча. Действительно, так как вдоль пространственно-временного луча выполняется равенство $\nabla_\perp\theta_m^{(0)}=\mathbf{p}$, то

$$N_{m0}^2\nabla_\perp\theta_m^{(0)}/(M_{m0}^2\mathcal{H}_m^{(0)})=\partial\mathcal{H}_m^{(0)}/\partial\mathbf{p}=d\xi/ds$$

и, следовательно, уравнение (31) может быть записано в виде $d\theta_m^{(1)}/ds=-Q_m^{(1)}$, где $Q_m^{(1)}$ дается формулой (33). Интегрируя это уравнение и используя начальное условие (35) для $\theta_m^{(1)}$, получаем

$$\theta_m^{(1)}(\xi,\tau)=-\int_0^s Q_m^{(1)}ds.\tag{42}$$

Вектор $\mathbf{v}_m^G = \partial\mathcal{H}_m^{(0)}/\partial\mathbf{p}$ называется вектором групповой скорости нестационарной нормальной волны.

Для того чтобы завершить вычисление нестационарной нормальной волны в адиабатическом приближении, нам осталось найти функцию $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$ из уравнения переноса (26). Функцию $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$ также разложим в ряд по степеням $i\varkappa$. Старший коэффициент этого разложения обозначим $\mathcal{A}_{m0}^{(0)}(\xi, \tau)$. Так как $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$ определяет всего лишь предэкспоненциальный множитель адиабатического приближения, ограничимся вычислением старшего коэффициента $\mathcal{A}_{m0}^{(0)}(\xi, \tau)$.

Полагая в уравнения (26) $\varkappa = 0$, получаем вещественное уравнение переноса, которому должна удовлетворять функция $\mathcal{A}_{m0}^{(0)}(\xi, \tau)$:

$$\operatorname{div}(\mathscr{E}_{m0}\mathbf{W}_{m0}) + \gamma_{m0}\mathscr{E}_{m0} = 0, \tag{43}$$

где

$$\mathscr{E}_{m0} = -(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)\, M_{m0}^2\, (\mathcal{A}_{m0}^{(0)})^2, \qquad \mathbf{W}_{m0} = (\mathbf{v}_m^G, 1),$$

$$\gamma_{m0} = (\mathbf{v}_m^G, \nabla_\perp h)\, [f_m^{(0)}(h)]^2/N_{m0}^2 - L_{m0}^2/M_{m0}^2,$$

$$L_{m0}^2 = \int_0^h (\partial n_w^2/\partial\tau)\, [f_m^{(0)}(\zeta)]^2\, d\zeta.$$

Преобразовав $\operatorname{div}(\mathscr{E}_{m0}\mathbf{W}_{m0})$ обычным образом (см. [6]) к виду $\operatorname{div}(\mathscr{E}_{m0}\mathbf{W}_{m0}) = J_m^{-1}\partial(J_m\mathscr{E}_{m0})/\partial s$, где $J_m = |D(\xi_1, \xi_2, \tau)/D(\alpha, \vartheta, s)|$ — якобиан перехода от декартовых координат ξ_1, ξ_2 и времени τ к ПВЛ координатам α, ϑ, s, получаем новую форму записи уравнения (43) — в виде обыкновенного дифференциального уравнения вдоль пространственно-временного луча:

$$\partial(J_m\mathscr{E}_{m0})/\partial s + \gamma_{m0}(J_m\mathscr{E}_{m0}) = 0. \tag{44}$$

Проинтегрировав уравнение (44), приходим к равенству

$$J_m\mathscr{E}_{m0} = (\mathcal{B}_{m0}^{(0)})^2 \exp\left(-\int_0^s \gamma_{m0}\, ds\right), \tag{45}$$

в котором $(\mathcal{B}_{m0}^{(0)})^2 = (\mathcal{B}_{m0}^{(0)}(\alpha, \vartheta))^2$ — постоянная интегрирования. Из соотношения (45) следует искомая формула для $\mathcal{A}_{m0}^{(0)}$:

$$\mathcal{A}_{m0}^{(0)} = \mathcal{B}_{m0}^{(0)}(\alpha, \vartheta)\, [-(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)\, M_{m0}^2 J_m]^{-1/2} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{1}{2}\int_0^s [(\mathbf{v}_m^G, \nabla_\perp h)\, (f_m^{(0)}(h))^2/N_{m0}^2 - L_{m0}^2/M_{m0}^2]\, ds\right\}. \tag{46}$$

Множитель $\mathcal{B}_{m0}^{(0)}(\alpha, \vartheta)$ называется коэффициентом возбуждения нормальной волны в адиабатическом (главном по ε) и старшем по $\varkappa$ приближениях. Коэффициент возбуждения находится на основе принципа локальности из сравнения старшего члена разложения (4) с нестационарными нормальными волнами в точно решаемой задаче со стратифицированным водным слоем постоянной глубины и источником, движущимся в атмосфере равномерно и прямолинейно на заданной высоте.

Вычисление последующих коэффициентов $\mathcal{A}_{m0}^{(l)}(\xi, \tau)$, $l \geq 1$ в разложении $\mathcal{A}_{m0}(\xi, \tau)$ по степеням $i\varkappa$, очевидно, сводится к решению неоднородных линейных дифференциальных уравнений первого порядка вдоль пространственно-временного луча.

Формула $\psi_{m0}^{(0)}(\zeta, \xi, \tau) = \mathcal{A}_{m0}^{(0)}(\xi, \tau)\, f_m^{(0)}(\zeta, \xi, \tau)$, где $\psi_{m0}^{(0)}(\zeta, \xi, \tau)$ — коэффициент разложения $\psi_{m0}(\zeta, \xi, \tau)$ в ряд по степеням $i\varkappa$, а также равенства (41), (42),

(33), (46) приводят к следующему выражению для адиабатического приближения нормальной волны в старшем приближении по $\varkappa$ в амплитуде этой волны и в первом приближении по $\varkappa$ в ее фазе:

$$u_{m0} = \mathcal{B}_{m0}^{(0)}(\alpha, \vartheta)\,[-(\partial\theta_m^{(0)}/\partial\tau)\,M_{m0}^2 J_m]^{-1/2} \exp\Big\{-\frac{1}{2}\int_0^s [(\mathbf{v}_m^G, \nabla_\perp h) \times$$

$$\times (f_m^{(0)}(h))^2/N_{m0}^2 - L_{m0}^2/M_{m0}^2]\,ds\Big\} f_m^{(0)}(\zeta, \xi, \tau) \times$$

$$\times \exp\Big\{i(q/\varepsilon)\Big[\varphi(\alpha) + \int_0^s \Big[p_0(s) + \sum_{i=1}^{2} p_i(s)\,d\xi_i(s)/ds\Big]\,ds - i\varkappa\int_0^s Q_m^{(1)} ds\Big]\Big\}. \quad (47)$$

Суперпозиция $\sum_m u_{m0}$ дает в адиабатическом (главном по ε) приближении с указанной выше точностью по $\varkappa$ суммарное акустическое поле, порожденное движущимся в атмосфере источником, за вычетом боковой волны, которая в рассматриваемой задаче имеет в водном слое характер поверхностной волны, экспоненциально затухающей по глубине.

Во второй части работы будут получены коэффициенты возбуждения нормальной волны $\mathcal{B}_{m0}^{(0)}(\alpha, \vartheta)$, а также рассмотрено изменение различных характеристик нормальной волны во времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chapman D. M. F., Ward P. D.* The normal-mode theory of air-to-water sound thansmission in the ocean // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 87. № 2. P. 601—618.
2. *Chapman D. M. F., Thomson D. J., Ellis D. D.* Modelling air-to-water sound transmission using standart numerical codes of underwater acoustics//J. Acoust. Soc. Amer. 1992. V. 91. № 4. P. 1904—1910.
3. *Грудский С. М., Ривелис Е. А., Хоха Ю. В.* Акустическое поле в океаническом волноводе от источника, расположенного в воздухе//XI Всесоюз. акуст. конф. Секция А: Распространение и дифракция. М.: Изд. Акуст. ин-та, 1991. С. 31—34.
4. *Рабинович В. С., Ривелис Е. А., Хоха Ю. В.* Акустическое поле, создаваемое в океаническом волноводе движущимся воздушным источником // XI Всесоюз. акуст. конф. Секция А: Распространение и дифракция. М.: Изд. Акуст. ин-та, 1991. С. 55—57.
5. *Булдырев В. С.* Звуковое поле источника, движущегося в неоднородном слое, лежащем на однородном полупространстве // Зап. науч. сем. Л.: ЛОМИ АН СССР, 1986. Т. 156. С. 35—48.
6. *Бабич В. М., Булдырев В. С., Молотков И. А.* Пространственно-временной лучевой метод. Линейные и нелинейные волны. Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. 270 с.

Санкт-Петербургский
государственный университет,
Санкт-Петербургский
государственный морской технический университет

Поступила в редакцию
03.02.93

V. S. Buldyrev, N. S. Grigor'eva

ACOUSTIC FIELD GENERATED IN WATER LAYER OF VARIED DEPTH BY A SOURCE MOVING IN ATMOSPHERE. I. NONSTATIONARY NORMAL WAVES

The purpose of this paper is construction and investigation of nonstationary normal waves excited in the ocean of varied depth by a source moving in atmosphere. Sound velocity of atmosphere is assumed to be constant while in water it depends on depth, slow horizontal coordinates and slow time. The source radiates a signal with alternating amplitude and phase. It moves with the speed smaller than the speed of sound in the liquid. Excitation coefficients of nonstationary normal waves will be found out in the second part of the paper as well as variation of normal waves various characteristics in time will be considered there.