АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 39 1993 Вып. 5

УДК 551.467

© 1993 г. В. И. Мендус, Г. А. Постнов

ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗВУКА, ИЗЛУЧАЕМОГО ВОЗДУШНЫМ ПУЗЫРЬКОМ

Методом Кирхгофа получено аналитическое выражение для некогерентной компоненты лучевой интенсивности излучения одиночного воздушного пузырька вблизи неровной поверхности океана и оценен интервал углов рассеяния, в котором оно применимо. Найдена аппроксимация коэффициента рассеяния, пригодная для широкого диапазона значений параметра Релея. Проведено численное сравнение интенсивности рассеянного шума, найденной по точной и приближенной формулам. Вычислена угловая зависимость лучевой интенсивности для разных частот и скоростей ветра.

В последнее время широко обсуждается предположение, что источником высокочастотных шумов океана служат затухающие колебания воздушных пузырьков, образующихся при обрушении волн (см., например, [1]). Поэтому расчет шумового поля, базирующийся на указанном предположении, должен включать в себя анализ взаимодействия точечного монопольного источника, каким можно считать колеблющийся пузырек, с взволнованной поверхностью океана. Специфика этой задачи связана с малой глубиной излучающих пузырьков. Надежная статистика распределения пузырьков по глубине отсутствует, но в [1] содержится указание, что при лабораторных исследованиях во всем диапазоне частот 0,5—50 кГц для большинства излучающих пузырьков выполняется условие $kz > 0{,}08$, где k — волновое число, z — глубина пузырька, отсчитываемая по вертикали от неровной поверхности. Поскольку можно предположить, что вертикальное распределение в момент образования пузырьков слабо зависит от их размеров, отсюда можно получить оценку для нижней частоты $z > 0{,}04$ м. В работе [2] содержится оценка $z \sim 0{,}1$ м, а в работе [3] — 0,01 м. Можно считать, что порядок глубины излучающих пузырьков определяется приведенными величинами. При таких z неприменимы известные формулы, в которых рассеяние на бесконечной неровной поверхности описывается поверхностным интегралом от коэффициента рассеяния (например, [4]). Для пассивно рассеивающих пузырьков z может достигать 1 м и более.

Среднюю по ансамблю лучевую интенсивность поля монополя J можно представить в виде суммы когерентной $J_к$ и некогерентной $J_н$ компонент. Если пренебречь взаимодействием поля с пузырьками, получим для единичной мощности источника

$$J_к = 1 + |V_э|^2 - 2\,|V_э| \cos\left(2k\bar{z}\sin\theta + \operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im} V_э}{\operatorname{Re} V_э}\right), \tag{1}$$

где θ — угол скольжения отраженного луча, $V_э$ — эффективный коэффициент отражения от неровной поверхности, $\bar{z}$ — глубина пузырька, отсчитываемая от средней плоскости. Согласно [5], условие применимости формулы (1) имеет вид

$$|(k\sigma)^4 \sin^2 2\theta + (k\sigma)^2 (3\sin\theta - 1)| \ll \frac{k(\bar{z} + Z)}{\sin\theta},$$

где σ^2 — дисперсия отклонений поверхности от средней плоскости, Z — глубина приемника. Поскольку для диапазона частот, в котором применима пузырьковая модель шумоизлучения kZ всегда можно считать большим, это условие выполняется всегда.

Известные в литературе [5] выражения для интенсивности некогерентной компоненты получены при ограничениях на z и θ, из которых наиболее жестким является условие $kz >> 1$, которое не выполняется для частот диапазона единиц кГц. Повторим вывод, проделанный в [4], не используя это условие. Рассеянное поле точечного источника в приближении Кирхгофа имеет вид

$$u_н = -\frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp(ik(\widetilde{R}+\widetilde{R}_1)}{\widetilde{R}\widetilde{R}_1}\right] d\mathbf{r},$$

где $\partial/\partial n$ — производная по нормали к поверхности, $\mathbf{r}$ — вектор на средней плоскости, проведенный из проекции источника, $\widetilde{R}_1$ — расстояние от точки поверхности до источника, $\widetilde{R}$ — расстояние от той же точки до приемника. Выполняя дифференцирование и считая приемник находящимся в дальней зоне, получим

$$\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp(ik(\widetilde{R}+\widetilde{R}_1))}{\widetilde{R}\widetilde{R}_1}\right] = -\frac{k\cdot\exp(ik(\widetilde{R}+\widetilde{R}_1))}{\widetilde{R}\widetilde{R}_1}\left(-i+\frac{1}{k\widetilde{R}_1}\right)(\mathbf{n}\nabla)(\widetilde{R}+\widetilde{R}_1).$$

Далее, выполняя стандартную процедуру разложения $\widetilde{R}$ и $\widetilde{R}_1$ в ряд Тейлора и ограничиваясь нулевым приближением в предэкспоненциальных членах и первым приближением в показателе экспоненты, получим

$$u_н = \frac{1}{4\pi\widetilde{R}}\int\left(\frac{i}{R_1}-\frac{1}{kR_1^2}\right)\left(\frac{q^2}{q_z}+\frac{k\overline{z}}{R_1}\right)\times\exp(i\,[k(R+R_1)-q_z\zeta(\mathbf{r})])\,d\mathbf{r},$$

где R и R_1 — расстояния от проекции точки поверхности на среднюю плоскость до приемника и источника, ζ — высота поверхности, q и q_z — модуль и вертикальная проекция разности волновых векторов, направленных по нормали к волновым фронтам падающей и рассеянной волн.

Средняя некогерентная компонента лучевой интенсивности запишется так: опуская, как и в (1), множитель R^{-2}

$$\begin{aligned} J_н = \frac{1}{4\pi^2}\int\int[(1+(kR_1)^{-2})(1+(kR_1')^{-2})]^{1/2}\times\left(\frac{q^2}{q_z}+\frac{k\overline{z}}{R_1}\right)\left(\frac{q'^2}{q_z'}+\frac{k\overline{z}}{R_1'}\right)\times \\ \times\exp\left(i\left[k(R_1'-R_1-\Delta R)+\operatorname{arctg}\frac{k(R_1'-R_1)}{1+k^2R_1R_1'}\right]\right)\times \\ \times\left\{\exp\left[-\frac{\sigma^2}{2}(q_z^2+q_z'^2)-q_zq_z'W(\rho)\right]-\exp\left[-\frac{\sigma^2}{2}(q_z^2+q_z'^2)\right]\right\}d\mathbf{r}d\mathbf{r}'. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\rho = \mathbf{r}-\mathbf{r}'$, W — функция корреляции поверхности, $\sigma^2 = W(0)$ — дисперсия высот поверхности, $\Delta R = \rho\mathbf{n}_s$, $\mathbf{n}_s$ — нормаль к фазовому фронту рассеянной волны,

$$R_1 = (\overline{z}^2+r^2)^{1/2},\ R_1' = (\overline{z}^2+r'^2)^{1/2}.$$

Функция $W(\rho)$ выражается через спектр волнения поверхности S формулой

$$W = \sqrt{g}/2\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{\infty} S((g\varkappa)^{1/2})\,K(\varkappa,\chi)\cos(\varkappa\rho\cos(\varphi-\chi))\,\varkappa^{-1/2}\,d\chi d\varkappa, \tag{3}$$

K — функция, характеризующая угловое распределение волнения, g — ускорение силы тяжести.

Формула (2) получена в приближении Кирхгофа. В [5] показано, что при малых значениях параметра Релея P она переходит в выражение для приближения малых возмущений. В [6] показано, что для рассеяния плоской волны на мягкой поверхности в приближении малых наклонов выражение (2) при $R \to \infty$ справедливо для любого значения P. Выполняя разложение поля точечного источника по плоским волнам, можно показать, что формула (2) в приближении малых наклонов верна при произвольных значениях P.

Ограничения на применение формулы (2) связаны в первую очередь с предположением, что поле в точке поверхности таково же, как на абсолютно мягкой плоскости, касательной к поверхности в этой точке. Это предполагает отсутствие самозатенений поверхности, откуда вытекает условие $\bar{z} >> \sigma$, $\omega = \min\{\theta, \psi\} >> s$, $\sin\psi = \bar{z}/R$, где ψ — угол скольжения падающего луча, s — среднеквадратичный наклон поверхности.

Это условие не выполняется для приведенных выше оценок глубин излучающих пузырьков. Для таких глубин расчет по формуле (2) возможен в двух предельных случаях:

а) когда происходит эффективное проникновение излученного поля в область геометрической тени за счет дифракции (низкие частоты и малые скорости ветра),

б) когда можно пренебрегать дифракционным полем (высокие частоты). В последнем случае область интегрирования в (2) определяется геометрическим местом точек касания лучей, выпущенных из источника, с поверхностью. При этом $\bar{z} = \zeta + z$ и для расчета по ансамблю поверхностей и глубин пузырька должно быть проведено усреднение по ζ и z.

В данной работе мы ограничимся рассмотрением случая а). Для определения пределов применимости (2) рассмотрим модельную задачу о дифракции на цилиндре. Пусть источник располагается под круговым цилиндром радиуса a на расстоянии z по нормали к его поверхности под углом ω с нормалью в нижней точке сечения цилиндра; пусть ω — случайная величина, равномерно распределенная в интервале $(0, s)$. Тогда условие применимости (2) будет $1 - \bar{q}(s) << 1$, где q — множитель ослабления интенсивности луча, отходящего от цилиндра по касательной с наклоном s, черта означает усреднение по ω. При этом если ослабление на участке поверхности, ближайшем к источнику, будет мало, то это тем более справедливо для удаленных затеняющих участков поверхности. Используя асимптотическую (верхнюю) оценку функции Фока, запишем множитель ослабления в виде

$$q \sim \exp\left[-\left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3}\left(\omega + s - \sqrt{2z/a}\right)\right]$$

Отсюда, производя усреднение по ω, получаем

$$\left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3}\left(1{,}5s - \sqrt{2z/a}\right) << 1, \quad s \geq \sqrt{2z/a}$$

$$1 - \sqrt{2z/a} + \left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3}\left(\sqrt{2z/a}/2s - 1\right) << 1, \quad s < \sqrt{2z/a}$$

Здесь a имеет смысл среднеквадратичного радиуса кривизны волн, a и s находятся из спектра волнения поверхности по известным формулам и зависят от скорости ветра v. Видно, что предельное значение частоты резко зависит от z. Так, при $v = 5$ м/с и $z = 0{,}03$ м $f \leq 3$ кГц, а при $z = 0{,}05$ м $f \leq 25$ кГц.

Другие ограничения связаны с отбрасыванием квадратичных по ζ членов в показателе экспоненты в (2) и линейных членов в предэкспоненциальном множителе. Согласно [5], они имеют вид

$$k\zeta^2 \sin^2\psi << R_1; \quad \zeta \sin\psi << R_1.$$

Поскольку можно предположить, что слой пузырьков в общем повторяет рельеф поверхности, то в качестве оценки ζ при $r < l$ можно использовать величину $\sigma r/l$. Тогда после выкладок получим

$$s \cdot \sin 2\psi << 1; \quad ks^2\bar{z} \cdot \sin\psi \cdot \cos^2\psi << 1, \quad \text{если } \psi \leq \bar{z}/l,$$

$$\sigma \cdot \sin 2\psi << \bar{z}; \quad k\sigma^2 \cdot \sin^3\psi << \bar{z}, \quad \text{если } \psi > z/l.$$

Были выполнены численные расчеты по формуле (2) для спектра волнения,

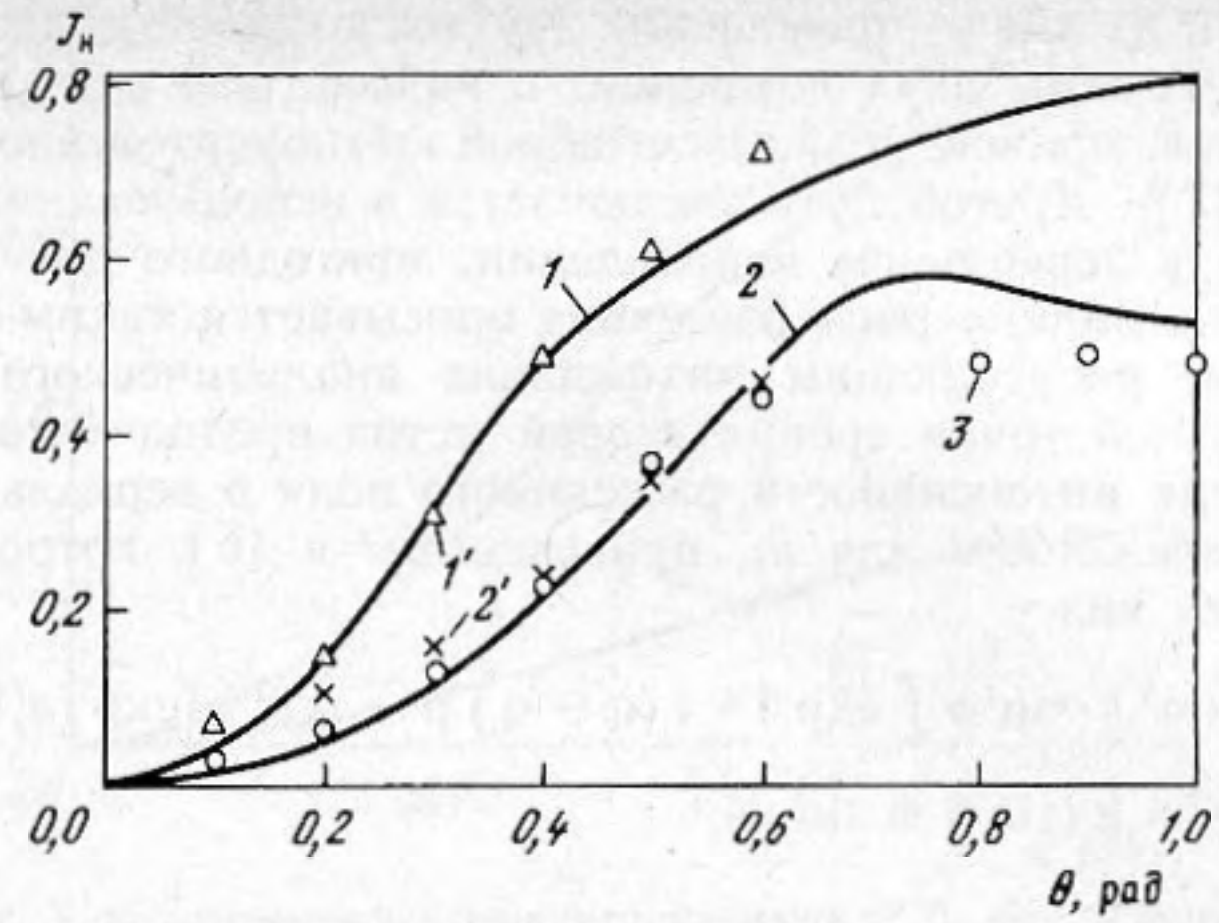

Рис. 1. Сравнение некогерентной интенсивности $J_н$, рассчитанной по формулам (2) и (6) (сплошные кривые) при $v = 5$ м/с: *1* — $f = 4$ кГц, *2* — $f = 2$ кГц; 1′ — $f = 4$ кГц; $z = 0{,}1$ м ; 2′ — $f = 2$ кГц, $z = 0{,}1$ м; *3* — $f = 2$ кГц, $z = 0{,}3$ м

описываемого формулой Неймана — Пирсона, предполагая, что угловое распределение волнения изотропно ($K = 1/2\pi$). В этом случае

$$W(\rho) = C/2g^{5/2} \int_0^\infty \varkappa^{-7/2} \exp\left[-\frac{2g}{v^2\varkappa}\right] J_0(\varkappa\rho)\, d\varkappa,$$

где J_0 — функция Бесселя, $C = 2{,}4$ м$^2 \cdot$ с$^{-5}$. Выбор пределов интегрирования по r производился из условия $z/R = 0{,}3$, а по ρ — до второго нуля функции W, что соответствует $\rho \sim 10l$. Контрольные расчеты показали, что при этом для $\theta \geq s$ погрешность составляет менее 5%.

На рис. 1 приведены результаты расчета $J_н$ для некоторых z и k при $v = 5$ м/с, когда можно пренебрегать искривлением луча; интервалы θ определяются приведенными выше ограничениями. Поскольку расчет четырехкратного интеграла (2) требует очень больших затрат машинного времени, следует попытаться найти для расчета $J_н$ более простое выражение. Стандартный путь упрощения формулы (2) заключается в предположении, что $q' \simeq q$, $R' \simeq R$, пренебрежении $(kR)^{-2}$ и $k \sin\psi$ в предэкспоненциальном множителе и квадратичными по ρ членами в экспоненте. Согласно [5], это законно, если выполняется условие $kzs^2 >> \sin\psi$; для излучающих пузырьков на не очень высоких частотах это заведомо не выполняется, особенно при крутых углах. Тем не менее имеет смысл оценить погрешность, даваемую упрощенной формулой, путем сравнения с расчетом по формуле (2) при небольших частотах и углах θ, где можно ожидать максимальной погрешности и которые представляют наибольший интерес.

В результате указанных выше упрощений $J_н$ можно записать в виде

$$J_н = \int \overline{m}(\psi, \theta) \operatorname{ctg}\psi \cdot d\psi, \text{ где } \overline{m} = 2\int_0^\pi m(\psi, \theta, \varphi)\, d\varphi, \tag{4}$$

m — коэффициент рассеяния.

Трудность выбора выражения для m связана с тем, что в интервале частот, для которого справедлива пузырьковая модель шумов океана, величина P может меняться в широких пределах. В работе [6] для неровной поверхности с малыми наклонами получено выражение для m, пригодное при произвольном значении P, однако его непосредственное использование для упрощения выражения (2) мало эффективно, поскольку оно по-прежнему выражается четырехкратным интегралом и лишь для изотропной поверхности кратность интеграла снижается до трех. Поэтому целесообразно искать приемы, позволяющие представить $\overline{m}$ в

квадратурах. Один из них — применение двухмасштабной модели, когда m представляется в виде суммы двух компонент с параметром разделения масштабов, зависящим от углов, причем мелкомасштабной компонентой иногда пренебрегают (см., например, [7]). Другой путь заключается в использовании выражения для рассеянного поля в зеркальном направлении, пригодного для любого значения P, тогда как форма индикатрисы рассеяния описывается каким-либо приближенным выражением, допускающим нахождение аналитического выражения для $\overline{m}$. С вычислительной точки зрения второй метод предпочтительнее.

Для нахождения интенсивности рассеянного поля в зеркальном направлении воспользуемся выражением для m, приведенным в [6], которое для гауссовой поверхности имеет вид

$$m = (k^2/\pi q_z)^2 \sin^2\theta \cdot \sin^2\psi \int \exp\left[-i(\mathbf{q}-\mathbf{q}_z)\boldsymbol{\rho} - q_z^2\sigma^2\right]\left[\exp\left(q_z^2 W(\boldsymbol{\rho})\right) - 1\right] d\boldsymbol{\rho},$$

$$d\boldsymbol{\rho} = 2\pi\rho d\rho, \quad q_z = k(\sin\theta + \sin\psi).$$

Для зеркального направления $q = q_z = q_{z3}$; выбирая $W = \sigma^2 \exp\left[-\left(\frac{\rho^2}{2l^2}\right)\right]$, получим

$$\overline{m} = m_з \max \overline{D}_к, \tag{5}$$

$$m_з = \left(\frac{q_{z3} l^2}{2\pi}\right) \exp\left(-q_{z3}^2\sigma^2\right)\left[\mathrm{Ei}\left(q_{z3}^2\sigma^2\right) - 0{,}577 - 2\ln q_{z3}\sigma\right], \quad \mathrm{Ei}\, x = \int_{-\infty}^{x} \frac{\exp(t)}{t}\, dt,$$

$D_к$ — индикатриса рассеяния в приближении Кирхгофа,

$$D_к = (q/q_z)^4 \exp\left[-\frac{q^2 - q_z^2}{2s^2 q_z^2}\right].$$

Черта означает усреднение по углу φ. Выражение для $m_з$ было получено другим путем в работе [8].

Использование выражения (5) приводит к значительным погрешностям на частотах порядка 1 гГц при малых углах θ. Результат улучшится, если искать решение в виде интерполяционной формулы, учитывающей индикатрису рассеяния в приближении метода малых возмущений для гауссовой функции W. Выполняя асимптотическую оценку интегралов от индикатрис, где большие параметры s^{-1} и kl, получим

$$\overline{m} = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{(kl\sin\psi)^2}{(\cos\theta\cos\psi)^{1/2}} \exp\left(-q_{z3}^2\sigma^2\right)\left[\mathrm{Ei}\left(q_{z3}^2\sigma^2\right) - 0{,}577 - 2\ln q_{z3}\sigma\right] \times$$

$$\times \left\{ s(\sin\theta + \sin\psi)\cos^{-4}\frac{\theta-\psi}{2} \exp\left[\frac{\mathrm{tg}^2\frac{\theta-\psi}{2}}{2s^2}\right] \times \right.$$

$$\left. \times \left(1 - \exp\left(-q_{z3}^2\sigma^2\right)\right) + (kl)^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(kl(\cos\theta - \cos\psi)\right)^2 - q_{z3}^2\sigma^2\right] \right\}. \tag{6}$$

Результаты расчета $J_н$ по формуле (4), где $\overline{m}$ описывается формулой (6), показаны сплошными кривыми на том же рис. 1. Сравнение с точной формулой (2) показывает, что при $f = 4$ кГц и $z = 0{,}1$ м имеется хорошее совпадение; при $f = 2$ кГц удовлетворительное совпадение получается для $z = 0{,}3$ м, тогда как для $z = 0{,}1$ м ошибка значительно возрастает при уменьшении θ. С учетом того, что в низкочастотной части диапазона вклад некогерентной компоненты в суммарную интенсивность мал, можно считать применение формулы (6) допустимым.

Функция (5) получена для гауссовой функции корреляции поверхности, которая достаточно плохо аппроксимирует функцию W, соответствующую спектру волнения Неймана — Пирсона. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли уменьшить

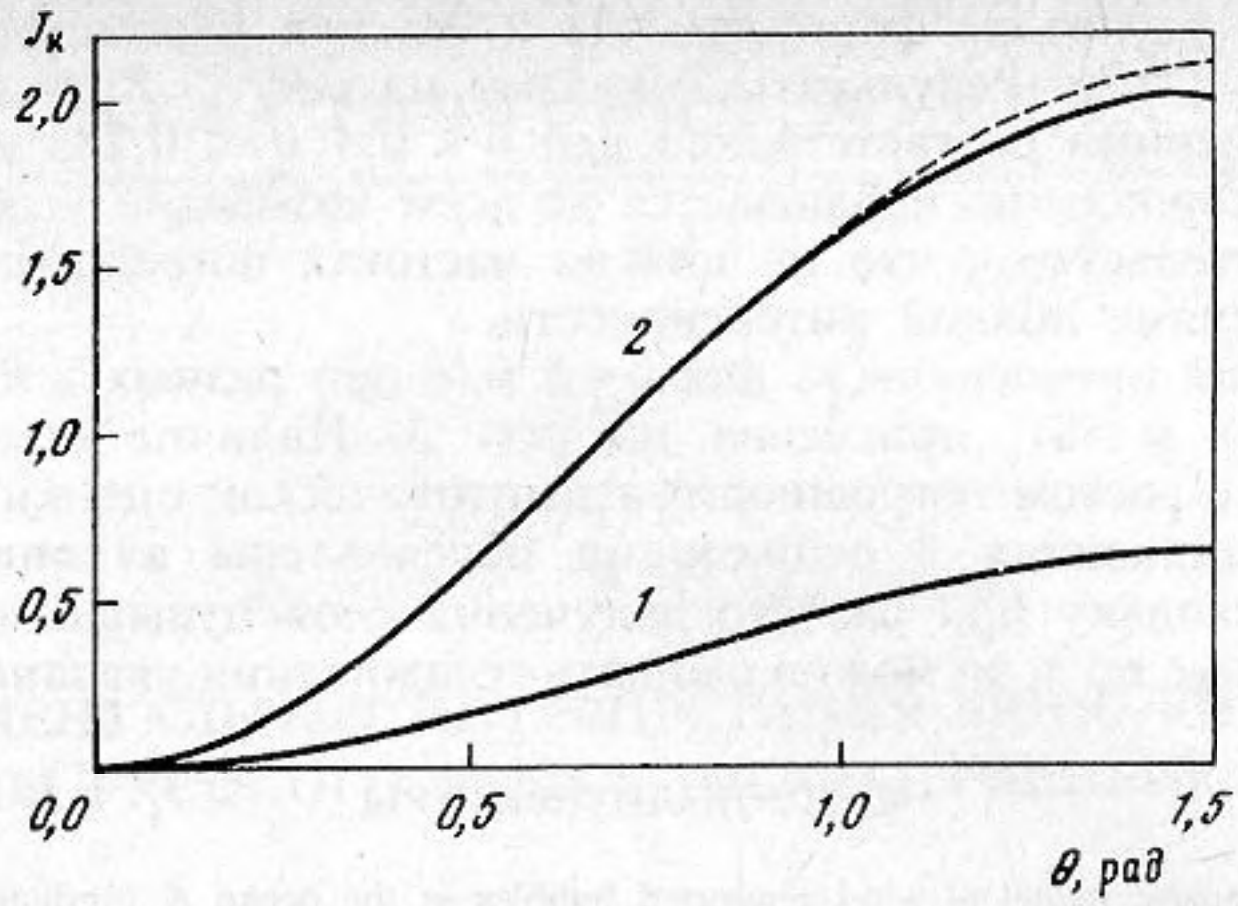

Рис. 2. Сравнение когерентной интенсивности $J_к$, рассчитанной по формулам (7) (сплошные кривые) и (8) (пунктир) при $v = 3$ м/с: *1* — $f = 1$ кГц; *2* — $f = 2$ кГц

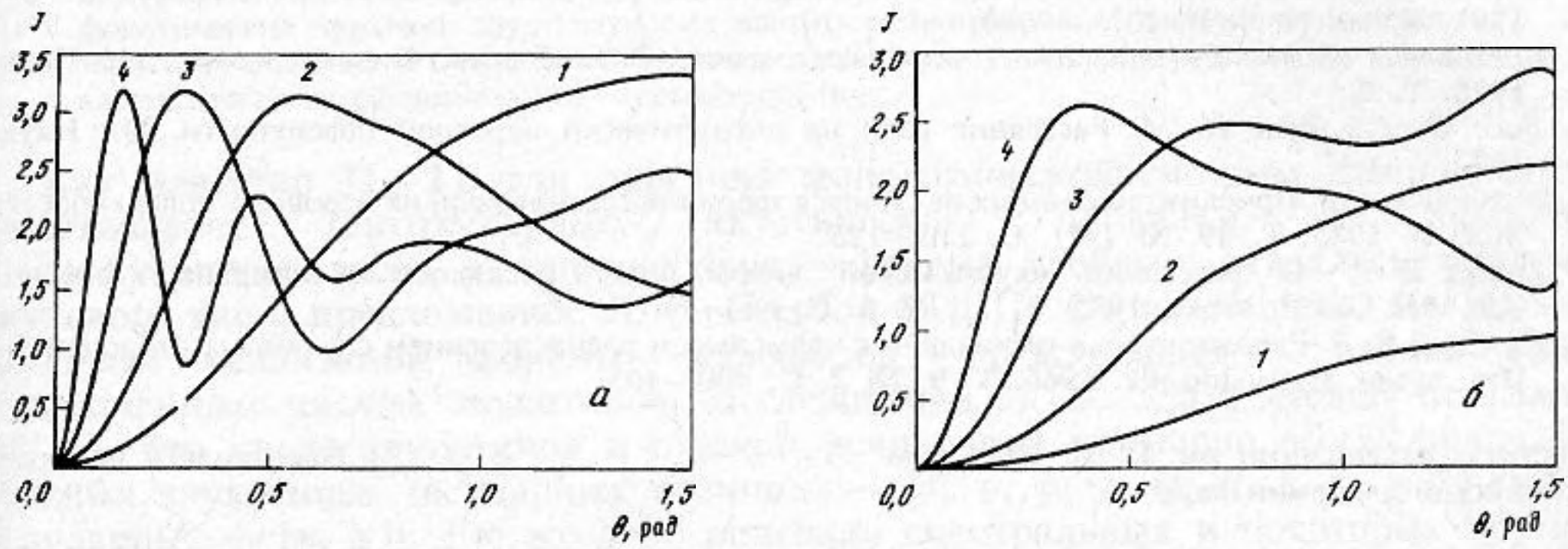

Рис. 3. Полная интенсивность $J = J_к + J_н$ рассеянного на поверхности поля: *а* — $z = 0{,}3$ м, *б* — $z = 0{,}1$ м; *1* — $f = 1$ кГц, *2* — $f = 2$ кГц, *3* — $f = 4$ кГц, *4* — $f = 8$ кГц

расхождение между кривыми по формулам (2) и (6), использовав лучшую аппроксимацию W? Были проведены контрольные расчеты с использованием формулы (5), где $m_э$ вычислялось для $W(\rho) = e^{-\alpha\rho}\cos\beta\rho$ (α, β — параметры подгонки). При этом существенного улучшения качества аппроксимации не произошло, но резко возросло время расчета на ЭВМ. Поэтому было сочтено целесообразным использовать формулу (6).

При расчете когерентной компоненты величину $V_э$, входящую в формулу (1), удобнее находить из соотношения энергетического баланса для вертикальных компонент потоков энергии. При представлении $J_н$ в виде (4) $V_э$ запишется так

$$|V_э|^2 = 1 - \sin^{-1}\theta \int \overline{m}\cos\psi d\psi, \tag{7}$$

С учетом приведенных данных о погрешности выражения (6) применимость формулы (7) при малых θ неочевидна. Для контроля можно воспользоваться приведенной в [4] формулой, полученной для спектра волнения Неймана — Пирсона

$$V_э = 1\,(1 + i)\,1{,}6\cdot 10^{-6} v^4 k^{3/2}\sin\theta,\ v\ [\text{м/с}],\ k\ [\text{м}^{-1}], \tag{8}$$

которая справедлива при ограничениях [4]

$$\theta \ll (kl)^{-1/2};\ \sigma\,|k^2\sin^2\theta - (4\pi/l)\,k\cos\theta - 4\pi^2/l^2| \ll 1.$$

Был проведен расчет по формулам (7) и (8) для параметров волнения при $v = 3$ м/с, $f = 1$ и 2 кГц. Результаты показаны на рис. 2. Хотя формула (8) для этих частот применима соответственно для $\theta < 0{,}4$ и $< 0{,}28$, но, как видно из рис. 2, хорошее совпадение наблюдается во всем интервале углов. Это является еще одним свидетельством, что на низких частотах погрешность $J_н$ слабо сказывается на величине полной интенсивности.

Полная лучевая интенсивность для $v = 5$ м/с при разных z и f, рассчитанная по формулам (7) и (8), приведена на рис. 3. Наличие осцилляций вблизи $\theta = \pi/2$ связано с ростом погрешности асимптотической оценки $\overline{m}$ при больших θ. При других значениях θ осцилляции обусловлены влиянием когерентной компоненты. Поскольку при расчете излучения слоя пузырьков должно производиться усреднение по z, то можно ожидать сглаживания указанных осцилляций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hall M.* A comprehensive model of wind-generated bubbles in the ocean & prediction of effects of sound propagation at frequencies up to 40 kHz//J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. № 3. P. 1103—1117.
2. *Prosperetty A.* Bubble-related ambient noise in ocean//J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 84. № 3. P. 1042—1052.
3. *Loewen M., Melville W.* A model of the sound generated by breaking waves//J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 90. № 4. P. 2075—2080.
4. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Акустика океана//Океанология. Физика океана. М.: Наука, 1978. Т. 2.
5. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
6. *Воронович А. Г.* Приближение малых наклонов в теории рассеяния волн на неровных поверхностях// ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 1(7). С. 116—125.
7. *Копыл Е. А.* О рассеянии акустической волны, полого падающей на поверхность океана// Изв. АН СССР. ФАО. 1975. Т. 11. № 6. С. 664—667.
8. *Чаевский Е. В.* Рассеяние волн площадкой с нормальным распределением случайных отклонений// Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9. № 2. С. 400—403.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
Российской академии наук

Поступила в редакцию
29.06.92

V. I. Mendus, G. A. Postnov

INTENSITY OF SOUND RADIATED BY AN AIR BUBBLE

An analytical expression for the incoherent component of acoustic radiation ray intensity of a single air bubble near the rough surface of the ocean is derived by the Kirchgof method and the interval of scattering angles where it is valid, is evaluated. An approximation for the scattering coefficient valid in the wide range of the Rayleigh parameters is found out. A numerical comparison of scattered noise intensities computed according to exact approximate formulas is carried out. The angular dependence of ray intensity for different frequencies and wind velocities is computed.