

УДК 543.2

## К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ С ЖЕСТКИМ ТЕЛОМ

© 1994 г. Ю. С. Билянский, М. В. Жирнов

Институт импульсных процессов и технологий Академии наук Украины

327018 г. Николаев, пр. Октябрьский, 43а

Поступила в редакцию 17.03.93 г.

Предлагается экономичный способ получения численного решения осесимметричной задачи дифракции нестационарных волн на жестких телах конечных размеров, помещенных в неограниченный объем идеальной жидкости. Общепринятая постановка задачи об определении поля давления отраженной волны включает в себя волновое уравнение в жидкости, условие непротекания для полного давления на поверхности тела и условие излучения на бесконечности, обеспечивающее единственность решения. В настоящей работе безграничная жидкость, окружающая тело, моделируется тонким слоем, на внешней границе которого задаются условия специального вида [1]:

$$B_m p_s = 0, \quad (1)$$

где  $p_s$  — давление в отраженной волне;  $B_m = \prod_{i=1}^m [c^{-1} \partial/\partial t + \partial/\partial r + (2i-1)/r]$ ,  $r$  — радиус-вектор граничной точки,  $c$  — скорость звука. В работе [1] показано, что  $B_m p_s = O(r^{-2m-1})$ . Легко убедиться, что для случая гармонической волны при  $m=1$  формула (1) представляет собой условие Зоммерфельда. При  $m=2$  условие (1) принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_s}{\partial t^2} + \frac{2}{c} \frac{\partial^2 p_s}{\partial r \partial t} + \frac{\partial^2 p_s}{\partial r^2} + \\ & + \frac{4}{r} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial p_s}{\partial t} + \frac{\partial p_s}{\partial r} \right) + \frac{2p_s}{r^2} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Совместное решение системы исходных уравнений, включающей соотношение (2), проводится с помощью явной конечно-разностной схемы "крест". Корректность условия (2) подтверждается сравнением численного и точного решений задачи об излучении волны сферической поверхностью, на которой задается давление  $p^* = f(t - r/c)/r$ , создаваемое точечным источником, смещенным на  $R/3$  от центра сферы, где  $R$  — ее радиус,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \quad x \geq 60; \\ x^2(x-60)^2(30-x), & \text{при } 0 < x < 60. \end{cases}$$

Как следует из рис. 1, численные (сплошные линии) и точные (штриховые) решения согласуются вполне удовлетворительно. Вместе с тем использование условия (2) приводит к образованию быстро затухающего "хвоста", небольшого по амплитуде. Применение условий типа (1) позволяет ограничиться малым числом узлов разностной сетки по направлению нормали к границе (в данном случае оно полагалось равным 5). Дальнейшее увеличение  $m$  в формуле (1), по-видимому, нецелесообразно, поскольку понижение погрешности решения становится неадекватным сложности аппроксимации граничного условия.

Эффективность изложенного способа расчета иллюстрируется решением хорошо изученной задачи о дифракции нестационарной волны на жесткой сфере. Давление в падающей волне задается распределением гауссова типа  $p_i = \exp\{1/2 \times [-c(t-t_r) - 3R]^2\}$ , где  $t_r$  — время прихода волны в заданную точку пространства. Результаты расчетов данным способом (сплошные линии) и методом граничных элементов [2] (пунктирные),

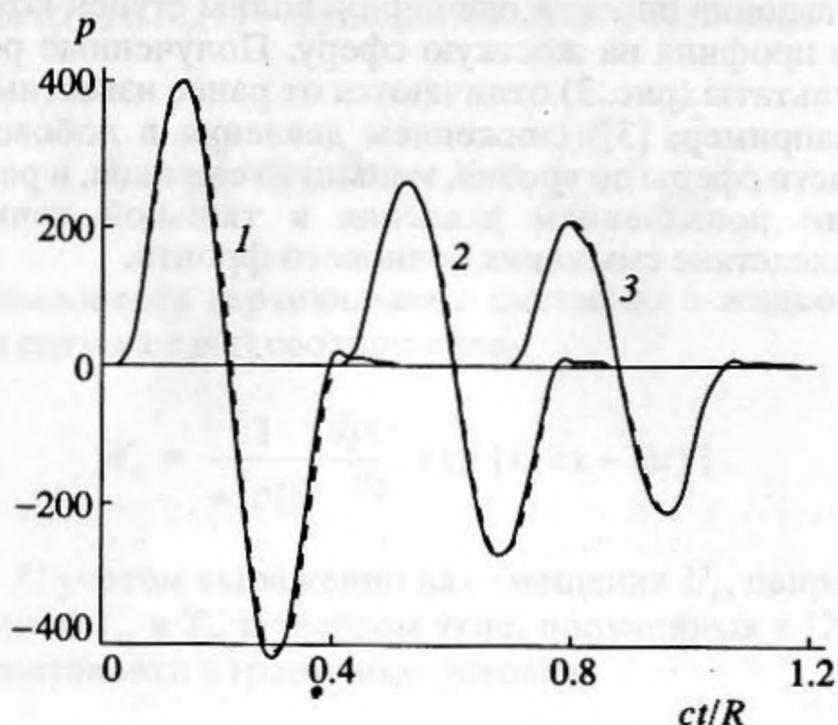


Рис. 1. Давление на среднем по радиальной координате слое: 1 —  $\theta = 0$ ; 2 —  $\theta = \pi/2$ ; 3 —  $\theta = \pi$ ;  $\theta$  — меридиональный угол.

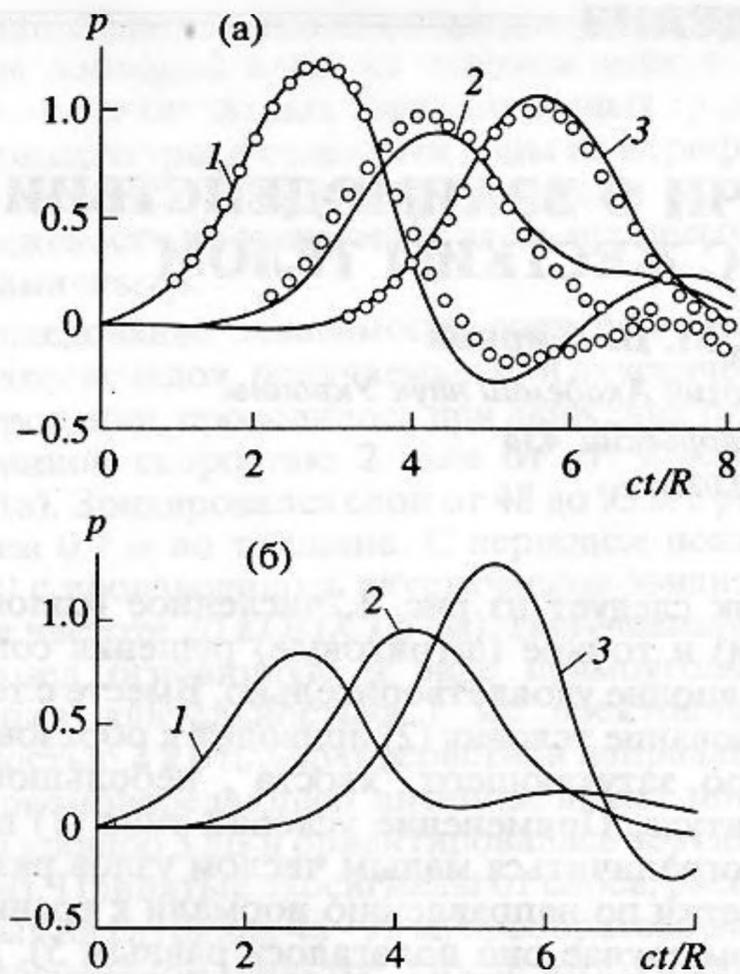


Рис. 2. Полное давление, индуцированное на поверхности сферы импульсом в форме гауссовой кривой  $\theta$ , град: 1 - 6, 2 - 102, 3 - 174.

приведенные на рис. 2а, получены для одинакового числа дискретных элементов, аппроксимирующих поверхность сферы. Следует отметить, что такое решение нуждается в уточнении - с увеличением числа разностных узлов по меридиональной координате оно сходится к показанному на рис. 2б.

Следующим примером, демонстрирующим возможности используемого подхода, служит решение традиционной в теории дифракции задачи о падении плоской единичной волны ступенчатого профиля на жесткую сферу. Полученные результаты (рис. 3) отличаются от ранее известных (например, [3]) снижением давления в лобовой части сферы до уровня, меньшего единицы, и резким повышением давления в тыльной точке вследствие смыкания волнового фронта.

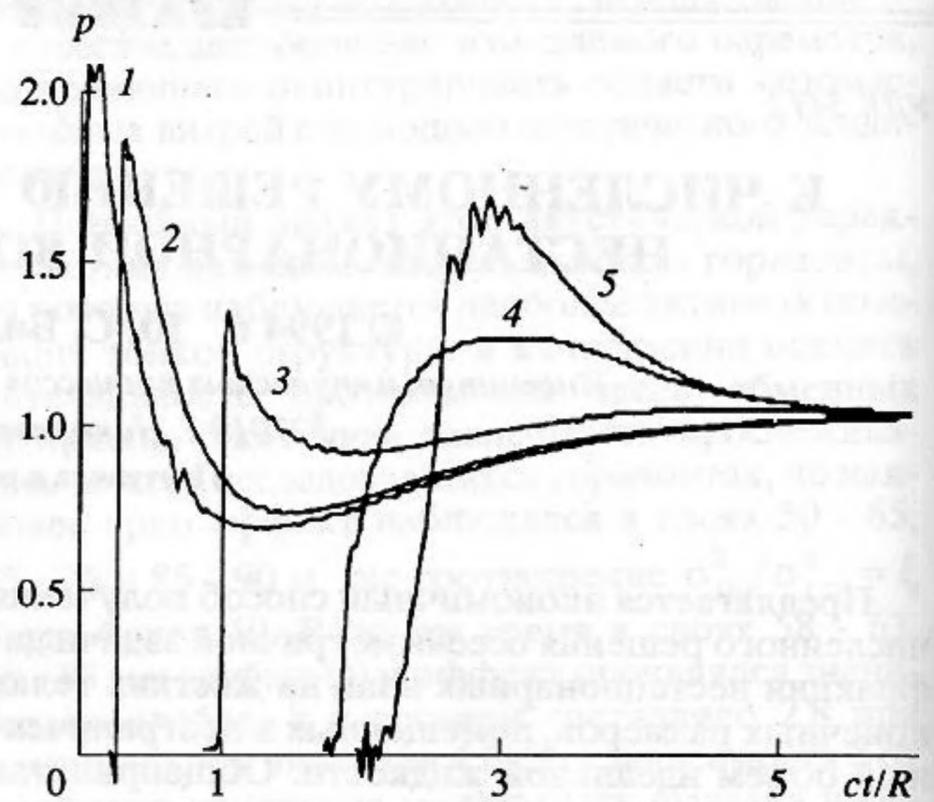


Рис. 3. Полное давление на поверхности сферы при действии плоской ступенчатой волны: 1 -  $\theta = 0$ ; 2 -  $\theta = \pi/4$ ; 3 -  $\theta = \pi/2$ ; 4 -  $\theta = 3\pi/4$ ; 5 -  $\theta = \pi$ .

Очевидно, что данная схема расчета может быть легко обобщена на случай взаимодействия волн давления с деформируемыми телами, а также на случай дифракции нестационарных волн на телах сложной конфигурации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bayliss A., Turkel E. Radiation Boundary Conditions for Wave-Like Equations // *Comm. Pure Appl. Math.* 1980. V. 33. P. 707 - 725.
2. Mitzner K.M. Numerical Solution for Transient Scattering From a Hard Surface of Arbitrary Shape-Retarded Potential Technique // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1967. V. 42. № 2. P. 391 - 397.
3. Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967.