АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 2, с. 220 - 224

УДК 534.26

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ С НЕСИММЕТРИЧНОЙ ВНУТРЕННЕЙ ВСТАВКОЙ

© 1994 г. И. В. Вовк, В. Н. Олейник

Институт гидромеханики АН Украины

252057 Киев, ул. Желябова, 8/4

Поступила в редакцию 25.05.93 г.

Методом частичных областей решена задача об излучении звука бесконечной тонкой цилиндрической пьезокерамической оболочкой со связанной через внутренний слой жидкости несимметричной вставкой. Исследованы частотные и направленные характеристики системы для некоторых типов вставок.

Управление частотными и направленными характеристиками излучателей продолжает оставаться важной проблемой акустики. Одним из возможных путей ее решения является использование различных пассивных элементов. В частности, для управления резонансной частотой излучателя, выполненного в виде электроупругой цилиндрической оболочки, внутренний объем последней заполняют жидкостью и размещают соосно с оболочкой цилиндрическую вставку [1, 2]. Изменяя диаметр вставки и акустические свойства ее поверхности, можно в определенных пределах повышать (или понижать) резонансную частоту такой системы по сравнению с резонансной частотой оболочки в вакууме. Размещение с некоторым шагом акустически мягких кольцевых перегородок в зазоре между оболочкой и жесткой цилиндрической вставкой также позволяет эффективно понизить резонансную частоту системы [2 - 4]. Существует ряд работ, в которых исследуется влияние на резонансную частоту оболочки вставок некоторых других конфигураций [5, 6]. Следует отметить, что в радиально симметричной (относительно оси цилиндрической оболочки) системе возбуждается только нулевая (пульсирующая) мода колебаний оболочки, в связи с чем излучение остается ненаправленным. Естественно предположить, что, нарушая радиальную симметрию системы (например, сдвигая вставку относительно оси оболочки), можно влиять не только на частотные, но и на направленные свойства излучателей подобного рода. Так, в работе [7] исследовано влияние частичного экранирования излучающей поверхности цилиндрической оболочки на ее акустические свойства. При этом вследствие асимметрии условий на внешней поверхности оболочки в ней возбуждались последующие моды (с номерами $n \geq 1$).

Ниже на конкретных примерах рассмотрены пути, позволяющие не только существенно снизить резонансную частоту излучателя в виде электроупругой оболочки без значительного уменьшения энергетической эффективности системы, но и обеспечить при этом относительно высокую направленность излучения акустической энергии.

Рассмотрим задачу об излучении звука бесконечной тонкой цилиндрической пьезокерамической оболочкой радиуса r_0 и толщины h (см. рис. 1). Снаружи оболочка окружена жидкостью с плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1. Внутри оболочки расположена вставка в виде сектора кругового цилиндра радиуса a_0, ось O_1 которого сдвинута относительно оси оболочки O на расстояние l. Угол раскрыва при вершине сектора равен $2(\pi - \theta_0)$. Ограничимся случаем, когда система симметрична относительно направления $\varphi = 0$. Область между оболочкой и вставкой заполнена жидкостью с плотностью ρ_2 и скоростью звука c_2.

Будем считать, что поверхности пьезокерамической оболочки электродированы и к обкладкам электродов приложен гармонический электрический сигнал

$$\Psi = \pm\Psi_0 e^{-i\omega t};\ r = r_{1,2}; \tag{1}$$

где Ψ – электрический потенциал, $r_{1,2} = r_0 \pm h/2$.

В дальнейшем, полагая $h/r_0 \ll 1$, при описании движения оболочки будем использовать теорию Кирхгофа–Лява. Обозначим перемещения срединной поверхности оболочки в окружном направлении через u, а в радиальном через w. Считая, что пьезокерамическая оболочка поляризована по толщине, на основании гипотез Кирхгофа–Лява и соотношений для пьезокерамических оболочек вращения [7] представим урав-

нения гармонических вынужденных колебаний оболочки в виде

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} - \frac{dw}{d\varphi} + \xi_p\beta^2\left(\frac{d^2u}{d\varphi^2} + \frac{d^3w}{d\varphi^3}\right) + k^2r_0^2u = 0;$$

$$\frac{du}{d\varphi} - w - \xi_p\beta^2\left(\frac{d^3u}{d\varphi^3} + \frac{d^4w}{d\varphi^4}\right) + k^2r_0^2w = \tag{2}$$

$$= -\frac{r_0}{h}(1+\nu)\,d_{31}\psi_0 - \frac{i\omega r_0^2}{h\rho c^2}\times$$

$$\times\,(\rho_1\Phi_1(r_1,\varphi) - \rho_2\Phi_2(r_2,\varphi));$$

где

$$k = \omega/c;\ \beta^2 = h^2/12r_0^2;\ \xi_p = 1 + \frac{1+\nu}{2}\frac{k_p^2}{1-k_p^2};$$

Φ_1 и Φ_2 – акустические потенциалы для жидкостей вне и внутри оболочки, ρ, c, ν – плотность, скорость продольных волн и коэффициент Пуассона для пьезокерамики, d_{31} – пьезомодуль, k_p – планарный коэффициент электромеханической связи пьезокерамической оболочки.

Перемещения оболочки будем искать в виде

$$u(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin n\varphi;$$

$$w(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} W_n \cos n\varphi. \tag{3}$$

Акустические потенциалы Φ_1 и Φ_2 удовлетворяют уравнениям Гельмгольца с соответствующими волновыми числами:

$$\nabla^2\Phi_m + k_m^2\Phi_m = 0;$$

$$k_m = \omega/c_m;\quad m = 1;2. \tag{4}$$

Учитывая условие отсутствия на бесконечности источников излучения, запишем выражение для акустического потенциала во внешней области:

$$\Phi_1(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(k_1 r)\cos n\varphi. \tag{5}$$

При рассмотрении акустических полей во внутренней области оболочки воспользуемся методом частичных областей [2, 7]. В соответствии с ним разобьем область между оболочкой и вставкой на две подобласти, как показано на рис. 1 (подобласть I: $a > a_0$, $r < r_0$ и подобласть II: $0 < a < a_0$, $|\theta| < \theta_0$), обозначив в них выражения для акустического потенциала Φ_{21} и Φ_{22} соответственно.

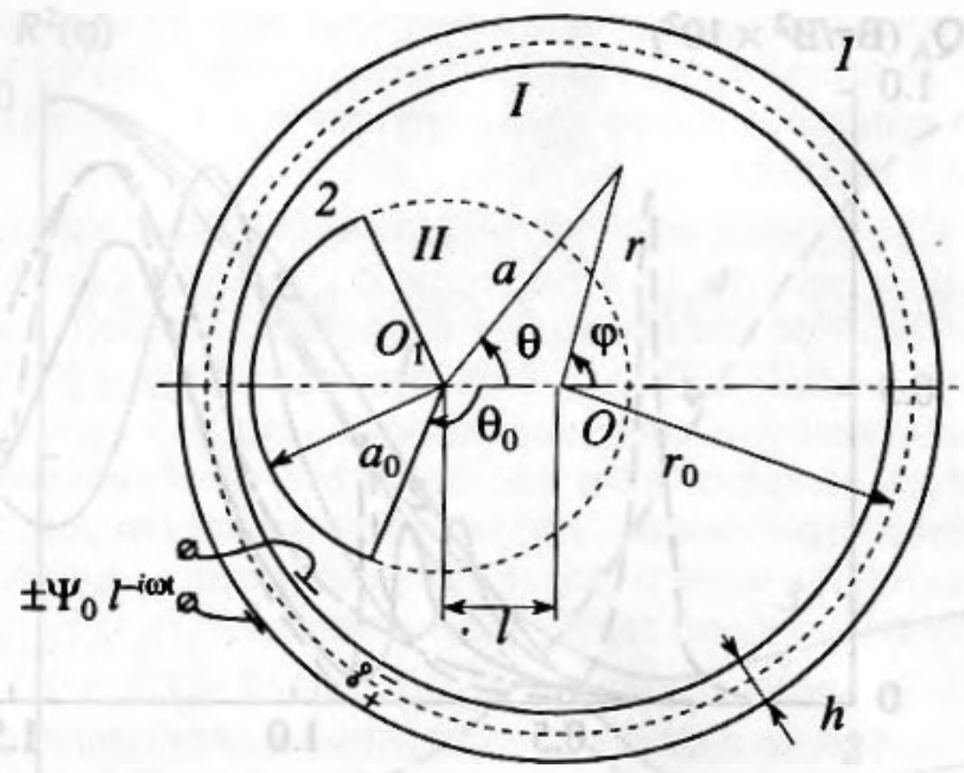

Рис. 1. Пьезокерамическая оболочка с внутренней вставкой: *1* – оболочка; *2* – вставка.

На общей границе подобластей I и II должно выполняться естественное условие сопряжения акустических полей

$$\Phi_{21} = \Phi_{22};\quad \frac{\partial\Phi_{21}}{\partial a} = \frac{\partial\Phi_{22}}{\partial a};\quad a = a_0;\quad |\theta| < \theta_0. \tag{6}$$

Будем считать цилиндрическую часть поверхности вставки акустически жесткой:

$$d\Phi_{21}/da = 0;\ a = a_0;\quad \theta_0 < \theta < 2\pi - \theta_0. \tag{7}$$

Выражение для Φ_{21} запишем в виде

$$\Phi_{21}(a,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty}\cos n\theta\,(B_nJ_n(k_2a) + D_nN_n(k_2a)); \tag{8}$$

а для Φ_{22}:

$$\Phi_{22}(a,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} F_nJ_{\mu_n}(k_2a)\cos\mu_n\theta. \tag{9}$$

В (5), (8), (9) использованы традиционные обозначения цилиндрических функций. Собственные числа μ_n в (9) в случае акустически жесткой секторной части поверхности

$$\partial\Phi_{22}/\partial a = 0;\ 0 < a < a_0;\ |\theta| = \theta_0; \tag{10}$$

имеют вид

$$\mu_n = \pi n/\theta_0; \tag{11}$$

а для акустически мягкой

$$\Phi_{22} = 0;\ 0 < a < a_0;\ |\theta| = \theta_0; \tag{12}$$

$$\mu_n = \frac{\pi(2n+1)}{2\theta_0}. \tag{13}$$

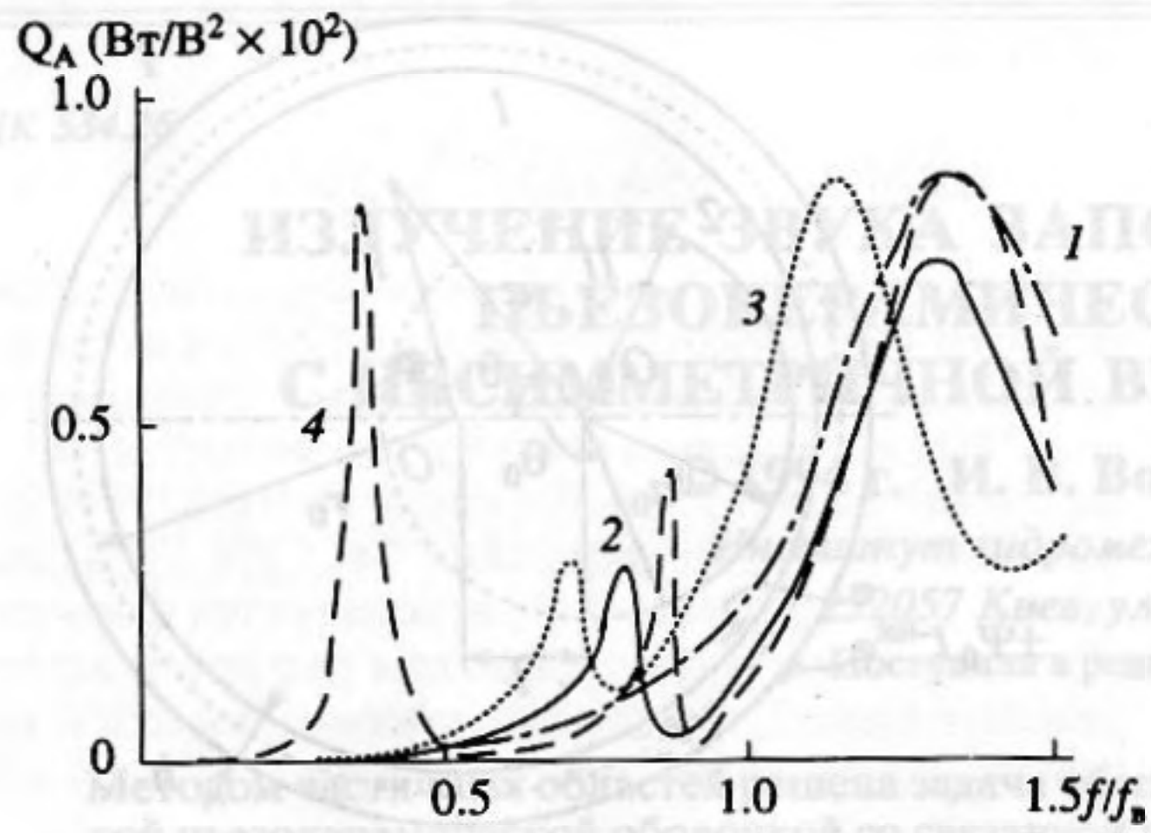

Рис. 2. Частотная зависимость излучаемой акустической мощности на единицу длины оболочки: *1* – для вставки с $\theta_0 = 0$; $l = 0$; *2* – для вставки с $\theta_0 = 0$; $l/r_0 = 1/4$; *3* – для вставки с $\theta_0 = \pi/2$; $l = 0$ (сектро с акустически жесткими гранями); *4* – для вставки с $\theta_0 = \pi/2$; $l = 0$ (сектор с акустически мягкими гранями).

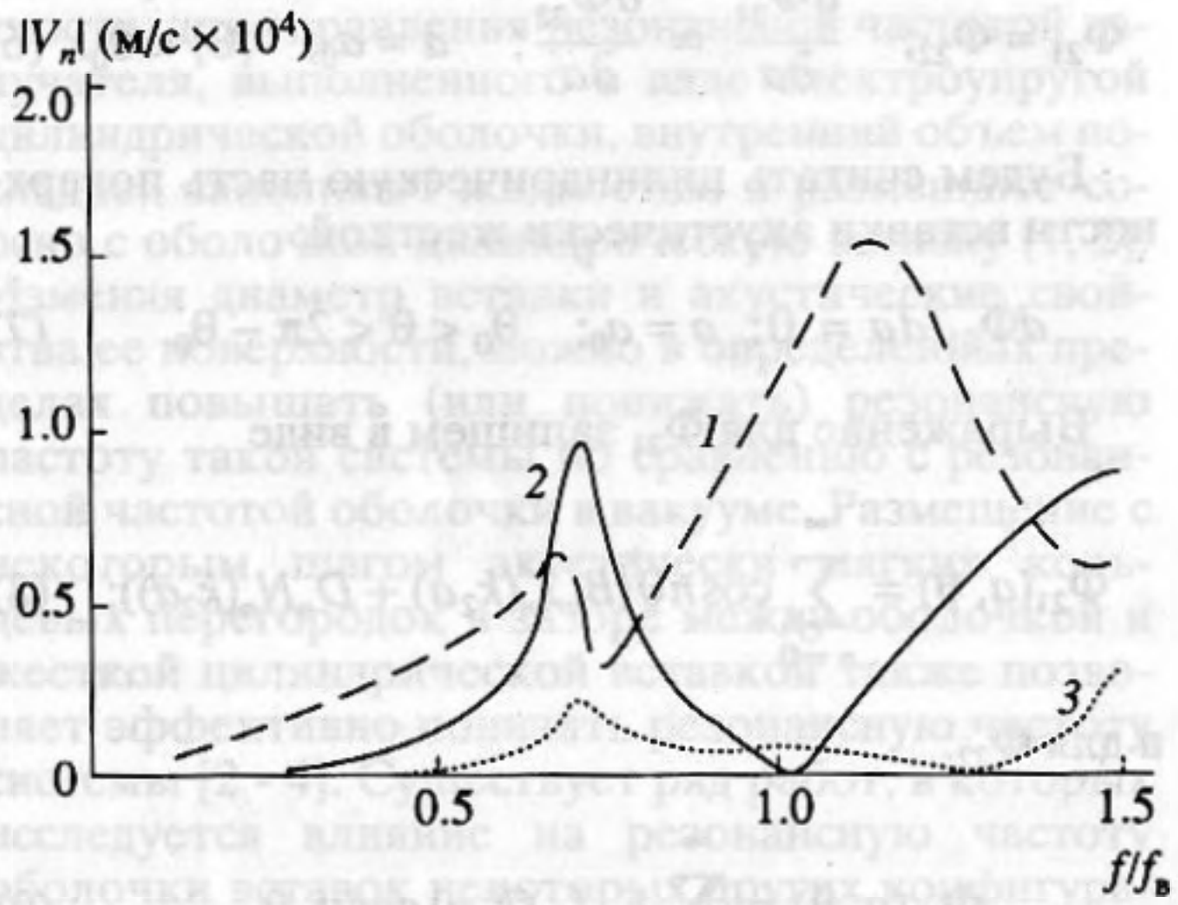

Рис. 3. Частотные зависимости амплитуд первых трех мод радиальной скорости оболочки: *1* - *3* соответствуют модам с $n = 0$; 1; 2.

На поверхностях пьезокерамической оболочки должны выполняться условия равенства нормальных скоростей жидкости и оболочки:

$$-i\omega w = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial r}; \quad r = r_1;$$
$$-i\omega w = -\frac{\partial \Phi_2}{\partial r}; \quad r = r_2. \tag{14}$$

Для осуществления дифференцирования Φ_2 по r следует выразить Φ_{21} в системе координат (r, φ), воспользовавшись теоремой сложения для цилиндрических функций [8]:

$$\Phi_{21}^*(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} \cos n\varphi J_{m-n}(k^2 l) \times$$
$$\times (B_m J_n(k_2 r) + D_m N_n(k_2 r)). \tag{15}$$

Подстановка (3), (5), (8), (9) в (2), (6), (7), (14) с учетом вида μ_n позволяет за счет полноты и ортогональности собственных угловых функций получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_n, B_n, D_n, F_n, U_n, W_n, являющуюся исходной для получения количественных данных об акустических свойствах излучателя.

Далее будут рассмотрены некоторые частные, но важные с точки зрения практики, варианты конфигурации вставки, а именно:

1) вставка в виде полного цилиндра ($\theta_0 = 0$); при этом частичная область II исчезает и необходимость в использовании выражения для поля Φ_{22} отпадает;

2) вставка в виде сектора ($\theta_0 \neq 0$) при $l = 0$; в этом случае системы координат (r, φ) и (a, θ) совпадают, а (15) превращается в тривиальное тождество.

Численный анализ проводился для оболочки с $h/r_0 \simeq 0.107$ при $r_0 = 7.5 \times 10^{-2}$ м; изготовленной из пьезокерамики ЦТБС-3 ($\rho = 7.2 \times 10^3$ кг/м^3, $c = 3.4 \times 10^3$ м/с; $\nu = 0.3$; $k_p^2 = 0.34$; $d_{31} = -1.6 \times 10^{-10}$ Кл/Н). При расчете было принято, что $\rho_1 = \rho_2 = 10^3$ кг/м^3, а $c_1 = c_2 = 1.5 \times 10^3$ м/с. Соотношение a_0/r_0 полагалось равным 2/3. Бесконечная система алгебраических уравнений решалась методом редукции.

Для оценки эффективности рассматриваемой системы была получена частотная зависимость полной излучаемой акустической мощности на единицу длины оболочки (рис. 2). Здесь по оси абсцисс отложены частоты, отнесенные к частоте резонанса пульсирующей моды оболочки в вакууме $f_в$. Кривая *1* соответствует $\theta_0 = 0$, $l = 0$ (соосная цилиндрическая вставка). Как указывалось выше, этот случай хорошо изучен. В системе имеется один резонанс, соответствующий пульсирующей моде, и связанный с ним пик мощности. Его смещение вверх по отношению к резонансу оболочки в вакууме объясняется влиянием импеданса внутреннего слоя жидкости, имеющего на этих частотах упругий характер. Для систем с нарушенной радиальной симметрией ситуация существенно изменяется. Так, на кривой *2* для случая сдвинутого цилиндра появляется еще один пик мощности в области $f/f_в \simeq 0.78$. Подобный же эффект наблюдается и для случаев секторных вставок с акустически жесткими и мягкими гранями (кривые *3* и *4* соответственно). Как видно из рисунка, в этих случаях новый пик мощности еще больше сдвинут в низкочастотную область. Осо-

бенно существенный сдвиг (до полутора октав по сравнению с частотой $f_в$) наблюдается при наличии секторной вставки с акустически мягкими гранями.

Для того чтобы лучше понять причину такого поведения рассматриваемой системы, обратимся к рис. 3, на котором изображены частотные зависимости первых трех мод радиальной скорости оболочки для случая вставки в виде жесткого сектора при $\theta_0 = \pi/2$ (как показывают расчеты, более высокие моды колебаний возбуждаются слабее и их амплитуды в большинстве случаев малы по сравнению с первыми тремя). Видно, что в отличие от радиально симметричной системы, в которой при выбранном способе электрического нагружения возбуждается только одна собственная форма колебаний (для которой существует один резонанс системы и один соответствующий ему пик мощности), в системе с нарушенной симметрией появляются последующие моды, сравнимые по амплитуде с пульсирующей. Это означает, что в данном случае происходит эффективное перераспределение энергии, "закачиваемой" в систему на пульсирующей моде, между последующими формами колебаний. При этом особенно неожиданной является сильная "раскачка" оболочки на осциллирующей моде в области низких частот. Дело в том, что, как известно, при связанных продольно-изгибных колебаниях цилиндрической оболочки для каждой формы колебаний (начиная с $n = 1$) существуют две собственные частоты, соответствующие принципиально разным напряженно-деформируемым состояниям оболочки и принадлежащие двум ветвям решений дисперсионного уравнения – низкочастотной и высокочастотной. Для низкочастотной ветви $w \gg u$, а окружные напряжения в срединной поверхности оболочки малы (квазиизгибные колебания). Высокочастотная же ветвь отвечает состояниям со значительными окружными напряжениями вдоль срединной поверхности ($w \ll u$, квазипродольные колебания) [9]. Частоты, принадлежащие верхней ветви, лежат значительно выше частоты пульсирующего резонанса $f_в$ и соответствующие им формы колебаний существенного влияния в области $f/f_в < 1$ оказывать не могут. Для низкочастотной же ветви при выбранном значении h/r_0 в исследуемом диапазоне лежит несколько собственных частот, причем собственная частота колебаний оболочки при $n = 1$ формально равна нулю. Физически это соответствует колебаниям оболочки как единого целого, при которых она не испытывает упругих деформаций. В этом случае для всех частот механический импеданс оболочки имеет характер массы. Именно взаимодействие массы оболочки, присоединенной массы внешней жидкости и слоя жидкости внутри оболочки, выступающего на этих частотах как упругость, и создает предпосылки для появления в системе специфического резонанса с относительно низкой частотой, отсутствующего в спектре собственных

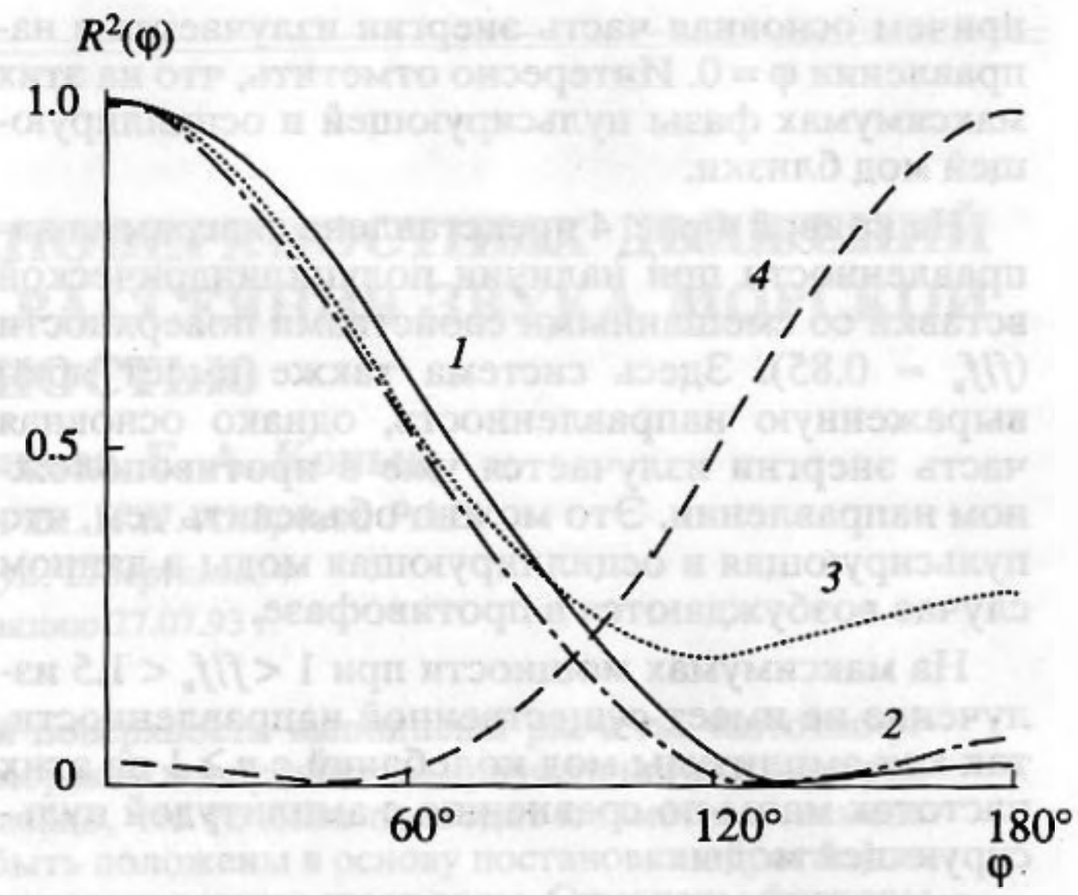

Рис. 4. Диаграмма направленности по мощности: *1* – для вставки с $\theta_0 = 0$; $l/r_0 = 1/4$, на частоте $f/f_в \simeq 0.78$; *2* – для вставки с $\theta_0 = \pi/2$; $l = 0$ (сектор с акустически жесткими гранями) на частоте $f/f_в$ 0.69; *3* – для вставки с $\theta_0 = \pi/2$; $l = 0$ (сектор с акустически мягкими гранями) на частоте $f/f_в \simeq 0.37$; *4* – для вставки с $\theta_0 = \pi/2$; $l = 0$ (сектор с акустически мягкими гранями) на частоте $f/f_в \simeq 0.85$.

частот оболочки в вакууме. Ясно, что, увеличивая общую податливость внутреннего слоя жидкости, можно добиться еще большего снижения частоты указанного выше резонанса системы. Этого можно достигнуть, например, выполнив часть поверхности вставки акустически мягкой. Именно этот факт и иллюстрируется кривой *4* на рис. 2.

Для вставки со смешанными акустическими свойствами поверхности следует отметить также появление еще одного максимума излучения в районе $f/f_в \simeq 0.85$ (рис. 2, кривая *4*). Его появление, по-видимому, обусловлено резонансными явлениями в слое жидкости между акустически мягкой частью поверхности вставки и расположенным против нее участком поверхности обо-лочки, поскольку на данных частотах толщина этого слоя близка к четверти длины волны в жидкости.

Как следует из анализа частотных зависимостей мод радиальных скоростей оболочки при различных размерах и свойствах вставки, пики мощности в области частот $1 < f/f_в < 1.5$ обусловлены преимущественным вкладом пульсирующей моды колебаний оболочки.

Перейдем к обсуждению направленных свойств системы в районах максимумов излучения. На рис. 4 представлены диаграммы направленности по мощности для случаев сдвинутой цилиндрической вставки (кривая *1*), акустически жесткого полуцилиндра (кривая *2*) и полуцилиндра со смешанными свойствами поверхности ($f/f_в \simeq 0.37$) – *3*. Как явствует из графиков, излучение здесь имеет существенную направленность,

причем основная часть энергии излучается в направлении $\varphi = 0$. Интересно отметить, что на этих максимумах фазы пульсирующей и осциллирующей мод близки.

На кривой *4* рис. 4 представлена диаграмма направленности при наличии полуцилиндрической вставки со смешанными свойствами поверхности ($f/f_в \simeq 0.85$). Здесь система также имеет ярко выраженную направленность, однако основная часть энергии излучается уже в противоположном направлении. Это можно объяснить тем, что пульсирующая и осциллирующая моды в данном случае возбуждаются в противофазе.

На максимумах мощности при $1 < f/f_в < 1.5$ излучение не имеет существенной направленности, так как амплитуды мод колебаний с $n \geq 1$ на этих частотах малы по сравнению с амплитудой пульсирующей моды.

К изложенному выше можно добавить, что численные исследования, проведенные для широкого диапазона значений геометрических параметров вставки a_0, θ_0 и сдвига l, показывают, что амплитуда низкочастотного максимума излучаемой мощности растет с увеличением радиуса вставки a_0. При малых θ_0 поведение системы в области низких частот близко к поведению системы с цилиндрической вставкой. Если при этом l/r_0 близко к нулю, то амплитуды низкочастотных пиков незначительны и частотная зависимость излучаемой мощности мало отличается от случая радиально симметричной системы. С ростом l за счет усиления асимметрии системы амплитуды низкочастотных пиков увеличиваются. Подобная же тенденция наблюдается при увеличении θ_0 до значения $3\pi/4$. При дальнейшем увеличении θ_0 эффективность влияния вставки снижается и для вставки с акустически жесткой поверхностью случай $\theta_0 = \pi$ равносилен отсутствию вставки.

Таким образом, наличие внутри излучающей оболочки секторных вставок с различными акустическими свойствами существенно влияет на акустические параметры системы в целом. Основную роль в процессе излучения в рассматриваемом диапазоне частот играют первые две - три формы колебаний оболочки. Особый интерес представляет появление новых резонансов на частотах $f/f_в < 1$, отсутствующих в спектре собственных частот оболочки в вакууме, а также сравнительно высокая направленность излучения на них при волновом диаметре оболочки порядка 0.3 - 0.5 длины волны в жидкости.

В заключение отметим, что из литературы известен способ возбуждения колебаний оболочки на первой моде за счет разделения электродных покрытий и подачи на их части противофазных электрических сигналов [10]. При этом в оболочке возникают окружные механические напряжения различных знаков, приводящие к осцилляциям оболочки на верхней собственной частоте первой моды колебаний, лежащей в 1.41 раза выше резонанса пульсаций оболочки. В нашем же случае возбуждение осциллирующей моды достигнуто без разделения электродных покрытий за счет "захвата" энергии, закачиваемой в систему на нулевой моде, последующими формами колебаний. При этом появление нового резонанса излучателя на частоте ниже пульсирующего резонанса оболочки обусловливается взаимодействием между элементами системы, обладающими в данной полосе частот импедансами различного характера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Глазанов В.Е.* Экранирование гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1986. 148 с.
2. *Гринченко В.Т., Вовк И.В.* Волновые задачи распространения звука в упругих оболочках. Киев: Наук. думка, 1986. 240 с.
3. *Vovk I.V.* Nontraditional methods of resonant frequency control of low-frequency underwater acoustic transducers // Proc. of the European Conference on Underwater Acoustics. Luxembourg. 14 - 18 Sept. 1992. P. 631 - 634.
4. *Вовк И.В.* Излучение звука коаксиальными цилиндрическими оболочками // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 470 - 473.
5. *Глазанов В.Е., Рубанов И.Л.* Об экранировании внутренней полости цилиндрического излучателя радиальными экранами // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 169 - 171.
6. *Глазанов В.Е., Рубанов И.Л.* Входной импеданс радиально возбуждаемого несплошного цилиндрического слоя // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 2. С. 283 - 288.
7. *Гринченко В.Т., Сенченко И.В.* Излучение звука частично экранированными пьезокерамическими оболочками // Прикл. механика. 1982. Т. 18. № 2. С. 15 - 21.
8. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1966. 295 с.
9. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
10. Справочник по гидроакустике / Евтютов А.В., Колесников А.Е., Корепин Е.А. и др. Л.: Судостроение, 1988. 522 с.

Sound Emissions from a Water-Filled Piezoceramic Shell with an Unsymmetrical Insert

I. V. Vovk and V. N. Oleinik

The problem of the emission of sound by an infinitely thin cylindrical piezoceramic shell connected to an unsymmetrical insert through a layer of water is solved by the partial regions method. Spectral and directivity characteristics are evaluated for some insert geometries.