АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 3, с. 362 - 366

УДК 548.0:534.2

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ В СЕГНЕТОКЕРАМИКЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© 1994 г. В. Н. Белый, С. Н. Курилкина

Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины

246699 Гомель, ул. Советская, 104

Поступила в редакцию 09.02.93 г.

Рассмотрены особенности распространения гауссово-эрмитовых ультразвуковых пучков в сегнетокерамике во внешнем однородном электрическом поле. Получены условия, при которых на акустических волновых поверхностях образуются электроиндуцированные катастрофы типа складки и сборки, в результате чего в изотропной сегнетокерамике возможно фокусирование либо каналирование ультразвукового излучения. Показано, что в направлении электроиндуцированной акустической оси коническая рефракция не наблюдается, однако внешнее поле приводит к перераспределению акустической энергии в поперечном сечении пучка.

Дифракция ультразвуковых пучков особенно проявляется на низких частотах при малых размерах излучателя и достаточно изучена для случая изотропной среды (см., например, [1, 2]). В последнее время исследовались распространение и фокусировка ультразвукового излучения в анизотропных, как негиротропных, так и гиротропных, кристаллах [3, 4]. Ниже рассматривается дифракция и распространение ультразвука в изотропных кристаллах с высокой диэлектрической проницаемостью (сегнетокерамика), акустические свойства которых под воздействием внешнего электрического поля могут вследствие электрострикции претерпевать существенные изменения [5, 6].

Как известно [3], поле ультразвукового излучения в кристалле в общем случае представимо в виде квазимонохроматической плоской волны

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \left\{ (2\pi)^{-3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{q} u(\mathbf{q}) \times \right. \\ \left. \times \exp i \left[(\mathbf{r} - \mathbf{u}\mathbf{q})\, t - \frac{1}{2} \mathbf{q} w \mathbf{q} \right] \mathbf{a} \right\} \exp i \left[\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t \right], \tag{1}$$

пространственно-временная зависимость амплитуды которой определяется групповой скоростью $\mathbf{u}$ и ее производной $w = \partial \mathbf{u}/\partial \mathbf{k}$. Здесь $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}_0$; $\mathbf{k}_0$, ω_0 – центральный волновой вектор пучка и соответствующая ему частота, $\mathbf{a}$ - вектор поляризации. Параметры волны (1) определяются из характеристического уравнения

$$\operatorname{Det} L = \frac{1}{3} \operatorname{Sp}(L\bar{L}) = 0, \tag{2}$$

где $L_{il} = \omega^2 \delta_{il} - \prod_{il}$, $\bar{L}$ – присоединенный тензор, Sp – след тензора, δ_{il} – символы Кронекера, $\prod_{il} = \Lambda^0_{il} + \Lambda'_{il}$, $\Lambda^0_{il} = c'_{ijkl} k_j k_k$ – тензор Кристоффеля [7] при отсутствии внешнего электрического поля $\mathbf{E}$, c'_{ijkl} – упругие постоянные кристалла, отнесенные к его плотности ρ. Добавка Λ'_{il} к тензору Кристоффеля во внешнем однородном электрическом поле является тензором второго ранга [5]

$$\Lambda'_{il} = G_i G_l / (4\pi k_i \varepsilon_{ij} k_j) - \beta_{il}/4\pi,$$

$$G_l = g'_{ijkl} E_j k_i k_k, \quad \beta_{il} = d_{mnikjl} E_m E_n k_k k_j,$$

где $g'_{ijkl} = g_{ijkl}/\rho$ и $d'_{mnikjl} = d_{mnikjl}/\rho$ – тензоры линейной и эффективной квадратичной электрострикции, отнесенные к плотности среды. Коэффициенты эффективной квадратичной электрострикции в матричной записи $d_{\mu\nu\rho}$ выражаются через термодинамический коэффициент $d^*_{\mu\nu\rho}$, линейный $c_{\mu\nu}$ и нелинейный $c_{\mu\nu\rho}$ упругие модули следующим образом [8]:

$$d_{mnijkl} = d^*_{mnijkl} + g_{mnpt} S_{ptqr} c_{ijklqr} + \\ + 2 g_{mnrt} S_{rtqk} c_{ijql}, \tag{3}$$

причем $S_{\mu\nu}$ – коэффициенты податливости.

Происхождение двух последних слагаемых в (3) связано с тем, что поле $\mathbf{E}$ через "наведенный" пьезоэффект вызывает статическую деформацию кристалла, которая, в свою очередь, через физическую и геометрическую упругую нелинейность приводит к изменениям макроскопических электромеханических параметров. Отметим, что тензор d^*_{mnijkl} имеет внутреннюю симметрию $[V^2]\,[[V^2]]^2$ [7]. Тем не менее тензор d_{mnijkl} для механически свободного кристалла может быть несимметричен по индексам k и l, что обусловлено конечной деформацией кристалла в поле **E** за счет наведенного обратного пьезоэффекта. Однако для рассматриваемых сегнетокерамик учет асимметрии d_{mnijkl} по последней паре индексов приводит к тому, что углы неортогональности между собственными векторами тензора $\prod_{il}$ составляют малую (порядка нескольких минут) величину [9]. Поэтому в дальнейшем пренебрегается малой несимметричной добавкой и используется симметричный акустический тензор L_{il}.

С учетом известного соотношения [10] $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = \bar{L}/\mathrm{Sp}\bar{L}$

$$u_i = \prod\nolimits_{jl,i} a_j a_l/2\omega,$$
$$w_{ik} = \left\{\prod\nolimits_{jl,ik} a_j a_l + \prod\nolimits_{jl,i} (a_j a_l)_{,k} - 2u_i u_k\right\}/2\omega. \tag{4}$$

Здесь знак после запятой означает дифференцирование по соответствующей компоненте волнового вектора. В бездисперсной недиссипирующей среде тензор w_{ik} оказывается двумерным и, как следует из (4), определяется как непосредственной зависимостью групповой скорости от волнового вектора, так и зависимостью векторов поляризации волн, изменение которых при корректном рассмотрении следует учитывать в экспоненте интеграла (1).

Рассмотрим сначала распространение слаборасходящихся пучков. В этом случае изменением векторов поляризации волн в пучке можно пренебречь и, считая последний поляризованным, как центральная волна, вынести вектор поляризации из-под интеграла (1). Тогда для пучков, в которых зависимость амплитуд монохроматических волн от волнового вектора в системе координат с осями, совмещенными с собственными векторами симметричного тензора w_{ik}, представляется в виде произведения $u(\mathbf{q}) = \mathrm{A}(0)\prod_{j=1}^{2}\exp[-\sigma_j^2 q_j^2/4]\, H_{n_j}(b_j q_j)$,

$H_{n_j}(x_j) = (-1)^{n_j}\exp(x_j^2)\dfrac{d^{n_j}}{dx_j}\exp(-x_j^2)$ – полиномы Эрмита, образующие полную ортонормированную систему функций и, следовательно, наиболее адекватно описывающие поле произвольного ультразвукового пучка). В результате интегрирования (1) получаем следующее выражение для амплитуды поля $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ ультразвукового пучка

$$u(\mathbf{r}, t) = \mathrm{A}(0)\prod_{j=1}^{2}(2\pi w_j')^{-1/2}(1 - 2b_j^2/w_j')^{n_j/2} \times$$
$$\times H_{n_j}(r_j'/\rho_j)\exp - \sum_{j=1}^{2} r_j'^2/2w_j', \tag{5}$$

где $r_j' = r_j - u_j t$, $w_j' = \sigma_j^2/2 + i w_j t$, $\rho_j = [2w_j' - (w_j'/b_j)^2]^{1/2}$. Выражением (5) описывается распространение обобщенных гауссово-эрмитовых пучков ультразвукового излучения. В частном случае при $n = 0$ $H_0(x) = 1$, и пучок является гауссовым. В свою очередь, при $b_j = (\mathrm{Re}\, w_j')^{1/2}$ пучки излучения описываются гауссово-эрмитовыми полиномами, а при $b_j = (w_j')^{1/2}$ – эрмитовыми функциями $h_{n_j}(x) = H_{n_j}(x)\exp - x^2/2$. При более общей зависимости амплитуд монохроматических волн от волнового вектора $u(\mathbf{q}) = \mathrm{A}(0)\prod_{j=1}^{2}\exp[-\sigma_j^2 q_j^2/4]\exp(2b_j q_j)$ для амплитуды пучка получаем следующее выражение:

$$u(\mathbf{r}, t) = \mathrm{A}(0)e^2\prod_{j=1}^{2}\sum_{n_j=0}^{\infty}\frac{1}{n_j!}(2\pi w_j')^{-1/2} \times$$
$$\times (1 - 2b_j^2/w_j')^{n_j/2} H_{n_j}\left(\frac{r_j'}{\rho_j}\right)\exp - \sum_{j=1}^{2} r_j'^2/2w_j'. \tag{6}$$

Как видно из (5), (6), расходимость пучка ультразвукового излучения определяется собственными значениями тензора w_{ik}, являющимися главными кривизнами поверхности волновых векторов: пучок сходится или расходится в зависимости от того, отрицательны или положительны главные кривизны w_a. Для изотропной сегнетокерамики в отсутствие внешнего электрического поля, как следует из (4), последние всегда положительны, и коллимированный гауссов пучок на выходе из среды становится расходящимся. При наложении внешнего электрического поля (для определенности полагаем, что $\mathbf{E}\|[100]$) среда приобретает симметрию класса 6 mm, причем имеется единственное направление вырождения поперечной и квазипоперечной ветвей, параллельное вектору **E** [6]. Наиболее сильное изменение поверхность волновых векторов претерпевает в плоскости (001). Поэтому представляется целесообразным рассмотреть случай падения ультразвукового пучка в указанной плоскости. Как следует из (4), в этом случае $w = w_1\mathbf{e}_\tau \cdot \mathbf{e}_\tau + w_2\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{e}_3$ где $\mathbf{e}_\tau = [\mathbf{s}_0\mathbf{e}_3]$, $\mathbf{s}_0$ – единичный вектор, коллинеарный направлению групповой скорости центральной волны пучка. При этом очевидно, что главная кривизна w_2 для сегнетокерамики положительна, в то время как w_1 может быть как положительной, так и отрицательной либо равной нулю. Так, для чисто поперечной волны ω_s кривизна $\omega_1^s = \tilde{c}_{44}\tilde{c}_{66}/\omega_s^3$, $\tilde{c}_{44} = c_{44}' - d_5'E^2/4\pi$, $\tilde{c}_{66} = c_{44}' - d_6'E^2/4\pi$, $d_5 \equiv d_{144}$,

$d_6 \equiv d_{155}$ и, следовательно, не зависит от направления распространения пучка в плоскости (001), а определяется константами вещества и величиной приложенного поля. В случае кристаллов, для которых $d_5 < d_6$, в области значений E, удовлетворяющих условию

$$\frac{d_5' E^2}{4\pi} < c_{44}' < \frac{d_6' E^2}{4\pi}, \tag{7}$$

главная кривизна w_1 оказывается отрицательной. Тогда сечение поверхности волновых векторов плоскостью (001) образовано совокупностью гиперболических точек, и следовательно, при распространении ультразвукового излучения в произвольном неособенном направлении в плоскости, образованной центральным волновым вектором пучка и вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E}$, при выполнении условия (7) в соответствии с (5), (6) имеет место фокусировка чисто поперечных волн. С использованием численных значений параметров для сегнетокерамики на основе $BaTiO_3$ [5] область гиперболических точек сечения плоскостью (001) полости чисто поперечных волн поверхности волновых векторов образуется при $E > 30.2$ кВ/см.

Развиваемое в (5), (6) приближение применимо, если последующими членами в разложении частоты в ряд по волновому вектору можно пренебречь. При $c_{44}' = d_5' E^2/4\pi$ либо $c_{44}' = d_6' E^2/4\pi$ кривизна w_1 оказывается равной нулю, и следовательно, рассматриваемое сечение поверхности волновых векторов образовано параболическими точками. Тогда интегрирование (1) с учетом последующего члена в разложении частоты ω по $\mathbf{k}$ приводит к функции Эйри, описывающей распространение ультразвукового излучения в направлениях, соответствующих складкам волновой поверхности [11]. В этом случае амплитуда поля на оси пучка пропорциональна $l^{-5/6}$ (l – пройденный в кристалле путь), и следовательно, имеет место более медленное его расплывание. Таким образом, воздействие на сегнетокерамику внешнего электрического поля обусловливает возможность как фокусирования, так и каналирования чисто поперечных волн в произвольном направлении в плоскости (001), содержащей векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{k}_0$. Последнее для сегнетокерамики на основе титаната бария имеет место при $E = 30.2$ кВ/см.

В случае направлений, для которых и вторая производная групповой скорости оказывается равной нулю, в разложении частоты в ряд по волновому вектору следует учесть последующий член. Тогда в результате интегрирования (1) приходим к функции Пирси, описывающей распространение ультразвукового излучения в направлениях, соответствующих сборкам волновой поверхности [11]. При этом амплитуда поля убывает вдоль оси пучка по закону $\sim l^{-3/4}$ и, так же как в случае параболических точек, имеет место каналирование излучения, однако расплывание пучка по сравнению с последними более быстрое. Для чисто поперечных волн сборка волновой поверхности появляется для направлений

$$\operatorname{tg}^2\varphi = -a/b,$$

$$a = \tilde{c}_{11} - \tilde{c}_{66} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon}(2g_{44} + g_{12})^2,$$

$$b = \tilde{c}_{66} + \tilde{c}_{22} - 2\tilde{c}_{44} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon} g_{44}^2, \tag{8}$$

$$\tilde{c}_{66}(\tilde{c}_{44}) = 0; \quad \tilde{c}_{11} = c_{11} - \frac{d_1}{4\pi}E^2,$$

$$\tilde{c}_{22} = c_{11} - \frac{d_3}{4\pi}E^2, \quad d_1 \equiv d_{111}, \quad d_3 \equiv d_{122},$$

где φ – угол между волновой нормалью центральной волны пучка и полем $\mathbf{E} \parallel x_1$. В случае сегнетокерамики на основе $BaTiO_3$ $\varphi = 8°20'$.

Для квазипоперечных волн, как следует из (4) с учетом (2), при распространении ультразвукового излучения в направлении [010] кривизна

$$w_1^{qs} = \frac{1}{\omega_{qs}}\left\{\tilde{c}_{66} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon}(g_{12} + g_{44})^2 - \frac{\left[\tilde{c}_{12} + \tilde{c}_{66} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon} g_{44}(g_{12} + g_{44})\right]^2}{\tilde{c}_{66} - \tilde{c}_{22} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon} g_{44}^2}\right\} \tag{9}$$

при условии

$$\tilde{c}_{66} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon}(g_{12} + g_{44})^2 = \left[\tilde{c}_{12} + \tilde{c}_{66} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon} g_{44}(g_{12} + g_{44})\right]^2 \Big/ \left[\tilde{c}_{66} - \tilde{c}_{22} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon} g_{44}^2\right], \tag{9a}$$

где $\tilde{c}_{12} = c_{12}' - d_2' E^2/4\pi$, $d_2 \equiv d_{112}$, оказывается равной нулю, и следовательно, в указанном направлении, которому на поверхности волновых векторов соответствует параболическая точка, а на волновой поверхности – складка, имеет место каналирование квазипоперечных ультразвуковых волн. Для сегнетокерамики на основе титаната бария условие (9а) выполняется при $E = 30.5$ кВ/см. При дальнейшем увеличении внешнего электрического поля кривизна w_1^{qs} становится отрицательной и, в соответствии с (5), (6), наблюдается фокусировка излучения. При этом область, ограниченная параболическими точками, расширяется вблизи [010].

Рассмотрим далее распространение ультразвуковых пучков в направлении индуцированной акустической оси, коллинеарной вектору напряженности приложенного поля **E** ‖ [100]. Тогда вектор поляризации продольной волны определяется акустическим тензором Π_{il} и его двукратным собственным значением, равным квадрату частоты ω_s^2 поперечных волн, согласно соотношению $a_i a_l = \bar{L}_{il}/(\omega_t^2 - \omega_s^2)$, где индексом t обозначаются продольные волны. Амплитуда продольной волны, как и в случае произвольных направлений, не совпадающих с акустической осью, представляется в виде (1), в котором групповая скорость и ее градиент определяются выражениями (4). Вектор же поляризации поперечных волн в соответствии с обычным соотношением $a_i a_l = \bar{L}_{il}/\mathrm{Sp}\,\bar{L}_{il}$, определяется неоднозначно и может иметь любое направление, ортогональное вектору поляризации продольной волны. В этом случае для определения продольной составляющей изменения волнового вектора w**qq** (и следовательно, собственных значений тензора кривизны поверхности волновых векторов) следует вместо (4) использовать соотношение, полученное путем дальнейшего дифференцирования характеристического уравнения (2):

$$w_{rs}q_r q_s = \frac{1}{4\omega\,\mathrm{Sp}\,L}\{\Omega_{rs}q_r q_s \pm \pm\left[(\Omega_{rs}q_r q_s)^2 - \Gamma_{rspq}q_r q_s q_p q_q\right]^{1/2}\}, \tag{10}$$

$$\Omega_{rs} = \delta_{ijk}\delta_{lmn}\delta_{jm}\left[\Pi_{il,rs}L_{kn} - \Pi_{jm,r}\Pi_{kn,s}\right],$$

$$\Gamma_{rspq} = 2\,\mathrm{Sp}\,L\,\delta_{ijk}\delta_{lmn}\times \times\left[\Pi_{il,rs}\Pi_{jm,pq}L_{kn} - 2\Pi_{il,rs}\Pi_{jm,p}\Pi_{kn,q}\right],$$

δ_{ijk} – символы Леви–Чивита. С учетом (2) соотношение (10) принимает вид

$$w_{rs}q_r q_s = \frac{q^2}{2\omega_s}\{a_+\cos^2\varphi_q + \tilde{b}\sin^2\varphi_q \pm \pm\left[(a_-\cos^2\varphi_q + \tilde{b}\sin^2\varphi_q)^2 + c^2\sin^2 2\varphi_q\right]^{1/2}\}, \tag{11}$$

где

$$a_\pm = \tilde{c}_{44} \pm \tilde{c}_{22} \pm a'^2/L_{11},$$

$$\tilde{b} = E^4(d'_2 + d'_6)^2/16\pi^2 L_{11},$$

$$c = -E^2(d'_4 + d'_5)/4\pi - E^2(d'_2 + d'_6)\,a'/4\pi^2 L_{11},$$

$$d_4 \equiv d_{123},$$

$$a' = \tilde{c}_{12} + \tilde{c}_{66} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon}(g_{12} + g_{44})(2g_{44} + g_{12}),$$

$$L_{11} = \tilde{c}_{66} - \tilde{c}_{11} + \frac{E^2}{4\pi\varepsilon}(2g_{44} + g_{12})^2,$$

φ_q – угол, характеризующий поперечную составляющую вектора q в выбранной системе координат. Тогда изменение векторов поляризации вблизи индуцированной акустической оси определяется соотношением

$$(\mathbf{a}\cdot\mathbf{a}) = \frac{1}{2x}\begin{bmatrix} x \mp (a_-\cos^2\varphi_q + \tilde{b}\sin^2\varphi_q) & \pm 2c\sin\varphi_q\cos\varphi_q \\ \pm 2c\sin\varphi_q\cos\varphi_q & x \pm (a_-\cos^2\varphi_q + \tilde{b}\sin^2\varphi_q) \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$x = \left[(a_-\cos^2\varphi_q + \tilde{b}\sin^2\varphi_q)^2 + c^2\sin^2 2\varphi_q\right]^{1/2}$$

и должно учитываться при интегрировании (1). Как следует из (12), поворот волнового вектора около оси на угол φ_q сопровождается замедленным или ускоренным поворотом вектора поляризации. Эта неравномерность будет проявляться в неравномерности распределения излучения в пучке.

Таким образом, наиболее существенным следствием воздействия электрического поля на изотропные кристаллы с высокой диэлектрической проницаемостью является образование на волновой поверхности острых граней и, следовательно, возможность фокусирования и каналирования ультразвукового излучения. В направлении индуцированной акустической оси, так же как и вдоль осей симметрии четного порядка, явление конической рефракции не наблюдается, однако внешнее поле приводит к перераспределению акустической энергии в поперечном сечении пучка.

Авторы признательны А.Г. Хаткевичу за полезное обсуждение работы.

Настоящая работа субсидирована Фондом фундаментальных исследований Республики Беларусь согласно контракту № Ф 31/216.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б.* Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972. 344 с.
2. *Кононенко В.С.* Дифракционные поправочные формулы для ультразвуковых измерений // Акуст. журн. 1974. Т. 20. № 2. С. 269 - 273.
3. *Хаткевич А.Г.* Дифракция и распространение ультразвукового излучения в монокристаллах // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 1. С. 108 - 115.
4. *Хаткевич А.Г.*, Курилкина С.Н. Распространение пучков УЗ излучения в акустически гиротропных кристаллах // ФТТ. 1988. Т. 30. № 5. С. 1359 - 1363.
5. *Белый В.Н., Севрук Б.Б.* Особенности наведенной электрическим полем акустической анизотропии в кристаллах с большой диэлектрической проницаемостью // Кристаллография. 1983. Т. 28. № 5. С. 925 - 931.
6. *Белый В.Н., Севрук Б.Б., Хаткевич А.Г.* Воздействие внешнего электрического поля на акустические оси в центросимметричных кубических кристаллах // Кристаллография. 1986. Т. 31. № 1. С. 5 - 11.
7. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975. 530 с.
8. *Бражкин Ю.А., Коробов А.И., Лямов В.Е.* Влияние электрических полей на электрические свойства титаната стронция // ФТТ. 1981. Т. 23. № 5. С. 1545 - 1548.
9. *Волоцкий А.Е., Зайцев Б.Д., Федоренко В.А.* К вопросу о несимметричности тензора Грина–Кристоффеля в нелинейных электроакустических кристаллах // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 5. С. 951 - 953.
10. *Федоров Ф.И.* Теория упругих волн в кристаллах. М.: Наука, 1965. 396 с.
11. *Гилмор Р.* Теория катастроф: Пер. с англ. В 2 т. М.: Мир, 1984. Т. 1. 350 с.

Propagation of Ultrasonic Beams in Ferroelectric Ceramics under an External Electric Field

V. N. Belyi and S. N. Kurilkina

The propagation of Gaussian, ultrasonic beams in segnetoelectrics set in a homogeneous electric field is discussed. Conditions that give rise to electrically induced fold and cusp catastrophes on acoustic wave surfaces are found. For isotropic ferroelectric ceramics, these conditions results in either focusing or channeling of ultrasonic radiation. In the direction of the electrically induced acoustic axis, no conic refraction is observed; however, the external field results in a redistribution of acoustic energy over the cross-section of the beam.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 3, с. 367 - 376

УДК 534.222

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ В СТРУКТУРНОЙ ИНТЕНСИМЕТРИИ: ПОСТАНОВКА, СВОЙСТВА, ЧИСЛЕННЫЕ АСПЕКТЫ

© 1994 г. Ю. И. Бобровницкий

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

101830 Москва, ул. Грибоедова, 4

Поступила в редакцию 24.11.93 г.

Предложен общий подход к структурной интенсиметрии, основой которого является математическая задача восстановления вибрационного поля в конструкции по известным амплитудам вибраций, измеренным на части ее поверхности. Дана строгая постановка задачи, исследованы ее математические и физические свойства. Результаты численного примера подтвердили реалистичность подхода.

1. Введение. Акустика в настоящее время переживает период интенсивного обновления. Одним из новых экспериментальных методов последнего десятилетия является метод интенсиметрии для измерения потоков акустической энергии (интенсивности звука). Сегодня локальный поток энергии в воздухе можно непосредственно измерить с помощью интенсиметра, компактного прибора, выпускаемого серийно многими фирмами (Брюль и Къер и др.). Без интенсиметра не обходится ни одно современное исследование, по крайней мере в индустриальной и строительной акустике, – столь широк круг задач его использования (см. [1 - 3]).

Структурная интенсиметрия, т.е. измерение плотности и потоков вибрационной энергии в упругих конструкциях, значительно сложнее интенсиметрии в воздухе или воде. Если в воздухе для определения потока энергии достаточно измерить давление и скорость частиц в данной точке поля с необходимой точностью, то в твердом теле нужно измерять компоненты тензора напряжений и вектора скорости – задача, практически почти нерешаемая. Кроме того, установка каких-либо датчиков внутри реальной конструкции часто невозможна или нежелательна, так что большая часть ее внутренних точек оказывается недоступной для прямых измерений. Тем не менее заманчивая перспектива получить прибор "структурный интенсиметр" с широкой областью практических приложений заставляет исследователей упорно "пробивать" эту проблему. В последнее время поток печатных работ на эту тему стал нарастать, а международные конгрессы по интенсиметрии в 1990 и 1993 гг. были посвящены исключительно проблеме измерения потоков вибрационной энергии в конструкциях [4, 5].

Анализ публикаций по структурной интенсиметрии (ссылки на работы, большей частью зарубежные, их около двухсот, можно найти в докладах [4, 5]) показывает, что значительный прогресс достигнут в области разработки экспериментальных методов, в частности с применением лазерной техники, обеспечивающих высокую точность измерений. Характерно также применение многоканальной аппаратуры для получения больших объемов входной информации, необходимой для адекватного описания вибрационных полей с большим количеством различных типов волн в конструкциях. Однако подавляющее большинство работ, начиная со статьи [6], считающейся пионерской, посвящены исследованию энергетических характеристик в тонких стержнях и тонкостенных конструкциях – однородных пластинках и оболочках. Малая толщина конструкций подразумевает линейное распределение смещений и напряжений и, следовательно, уменьшение размерности задачи, что позволяет распространить непосредственно на эти конструкции богатый опыт по измерению локальных параметров акустических полей в воздухе: данные, полученные на поверхности, однозначно определяют поле внутри конструкции. Задачу структурной интенсиметрии в тонких однородных стержнях, пластинках и оболочках можно считать в принципе решенной, в печати имеются примеры приложения этих результатов к исследованию строительных и транспортных конструкций (см. [4, 5]).

В то же время в промышленности, в машинном оборудовании, в энергетических установках и т.д. имеется большое число конструкций со сложной геометрией, которые нельзя считать тонкостенными и однородными. К ним "локальный" подход, принятый в интенсиметрии в воздухе и тонкостенных структурах, неприменим, хотя следует отметить попытки его применения и к сложным структурам. Так, в работе [7] введено понятие поверхностного потока энергии: путем измерения трех компонент тензора напряжений (например, с помощью тензометрических розеток) и двух тангенциальных компонент скорости