УДК 532.529

## О ДИНАМИКЕ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ

© 1994 г. В. Г. Ковалев

Институт импульсных процессов и технологий АН Украины 327018 Николаев, пр. Октябрьский, 43A Поступила в редакцию 27.07.93 г.

Получено уравнение пульсаций одиночного сферического пузырька газа в адиабатическом режиме, пригодное для возмущений давления до 1000 МПа. Сравнение расчетов по новому уравнению пульсаций и численного моделирования движения межфазной границы в точной гидродинамической постановке показало удовлетворительное совпадение результатов. Выполнено тестирование указанного уравнения на задаче коллапса пустой полости. Показано, что асимптотика скорости схлопывания, определяемая новым уравнением пульсаций, наиболее близка к известному точному решению.

В подавляющем большинстве работ, посвященных исследованиям динамики двухкомпонентных газожидкостных сред, рассматривается случай распространения в них достаточно слабых возмущений, избыточное давление которых не превышает 1 МПа. В настоящее время достаточно полно исследованы дисперсионные, нелинейные и диссипативные эффекты, возникающие при распространении в названных средах плоских акустических волн. Однако явления, обусловленные распространением интенсивных гидродинамических возмущений с давлениями порядка 10<sup>2</sup> - 10<sup>3</sup> МПа, в настоящее время не изучены. Одним из наиболее важных вопросов, возникающих при описании названных возмущений, является адекватный выбор уравнения пульсаций сферического газового пузырька. ed for a field of somer signals propagating

Как известно, в области возмущений малой интенсивности динамика газового пузырька достаточно хорошо описывается уравнением Рэлея, при выводе которого жидкость предполагается несжимаемой. Эффекты сжимаемости жидкости

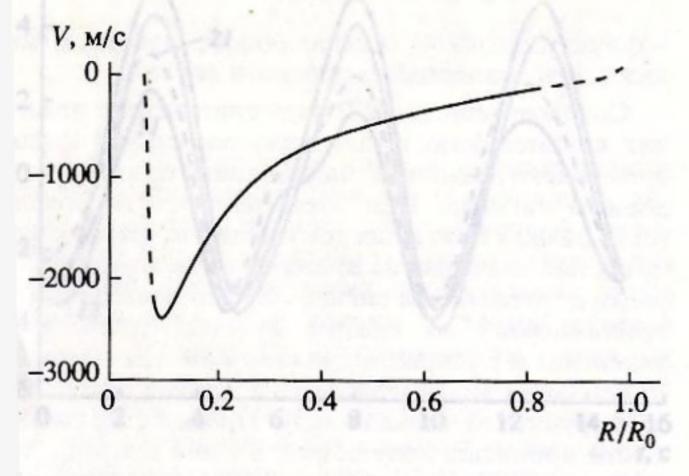


Рис. 1.

при слабых возмущениях описываются уравнением Херринга [1], уравнением, полученным в [2], и другими. Однако при взаимодействии пузырька с волной давления большой амплитуды названные уравнения определяют скорость стенки пузырька на стадии схлопывания, превышающую скорость звука в жидкости. Так, на рис. 1, где приведена фазовая диаграмма пульсации пузырька начального радиуса 1 мм при падении волны ступенчатого профиля, давление в которой равно 100 МПа, полученная при численном решении уравнения [1], максимальная скорость схлопывания достигает 2400 м/с. Очевидно, достижение таких скоростей схлопывания физически нереально.

Для получения уравнения пульсаций пузырька при действии волн высокой интенсивности прежде всего был рассмотрен вопрос описания газа в пузырьке. Начиная с Рэлея газовый пузырек рассматривался как система с сосредоточенными параметрами: газ сжимается в целом по адиабатическому закону. Представлялось естественным, что высокие скорости и давления приведут в первую очередь к необходимости уточнения физической модели газовой фазы.

Однако проведенное с помощью метода искусственной вязкости [3] исследование численной модели, в которой волновые процессы в газе рассматривались в точной нелинейной постановке, а динамика жидкости описывалась квазиакустическим приближением, показало, что несмотря на значительное отличие волновой картины в газе от равномерного распределения, присущего адиабатической модели с сосредоточенными параметрами, фазовые диаграммы адиабатической и численной моделей различаются крайне незначительно.

Для того чтобы понять причины малости названных отличий, был рассмотрен вопрос оценки относительного вклада членов, описывающих инерционные свойства жидкости и упругие свойства газа

$$\frac{2}{3}\dot{R}^2 \left(1 - \frac{4R}{3c_0}\right)$$
и  $\left(\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{3\gamma P_0}{\rho_0 c_0}\dot{R}\right) \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - P_B$ ,

 $R_0$  — текущий и равновесный радиус пузырька,  $P_0$ ,  $\rho_0$ ,  $c_0$  — невозмущенные давление, плотность жидкости и скорость звука в жидкости соответственно,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $P_{\rm B}$  — давление возмущения.

В результате численного моделирования было установлено, что на участке фазовой диаграммы, представленной сплошной линией (рис. 1), величина ускорения практически полностью опреде-

ляется членом 
$$\frac{3}{2} \dot{R}^2 \left( 1 - \frac{4 \dot{R}}{3 c_0} \right)$$
, иными словами, ди-

намикой жидкости. В точке минимума фазовой диаграммы влияние обоих членов уравнивается, а далее, на участке, представленном пунктирной линией, динамика пузырька определяется давлением газа. Это обстоятельство и объясняет слабость влияния типа модели газовой фазы на динамику пульсации пузырька. Следует, однако, подчеркнуть, что давление в газовой фазе при учете волновых процессов в отдельные моменты может быть в сотни раз выше равновесного адиабатического. Поэтому, например, в случае, когда пузырек содержит смесь газов, между которыми возможны химические реакции, кинетика которых зависит от давления и температуры, а внешнее давление используется для инициирования этих реакций, адиабатическое описание газовой смеси как системы с сосредоточенными параметрами следует считать неприемлемым.

Следующим этапом работы стало численное моделирование пульсации пузырька, в котором связь между радиусом пузырька и давлением газа описывалась в рамках системы с сосредоточенными параметрами адиабатическим соотношением, а динамика жидкости рассчитывалась по методу искусственной вязкости [3]. Результаты численного моделирования для начального радиуса пузырька и внешнего ступенчатого давления, равного 100 МПа, представлены на рис. 2 пунктиром. Как видно, скорость схлопывания пузырька, которую дают квазиакустические уравнения пульсации, действительно намного выше истинной. Расчет показывает, что даже при очень высоких давлениях (до 104 МПа) скорость схлопывания не превышает невозмущенной скорости звука в жидкости. problem of empty cavity collabse

Можно предположить, что физическая некорректность результатов квазиакустического подхода обусловлена тем обстоятельством, что он непригоден для описания макроскопических течений жидкости. Между тем очевидно, что в

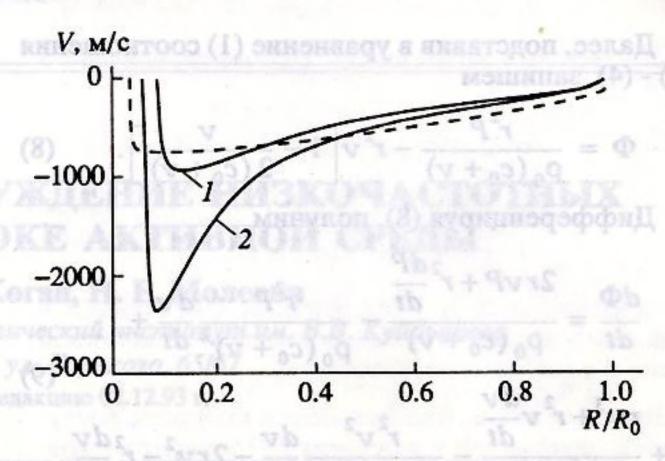


Рис. 2.

непосредственной окрестности стенки пульсирующего пузырька возникают течения со значительными скоростями. Поскольку в неподвижной системе координат, в которой описываются пульсации пузырька, скорость звука равна сумме скорости потока и невозмущенной скорости звука [4], примем, что потенциал скоростей жидкости вблизи стенки пузырька удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (c_0 + v)\frac{\partial}{\partial r}\right](r\varphi) = 0, \qquad (1)$$

где v – скорость жидкости;  $\phi$  – потенциал скоростей.

Тогда

$$\varphi = \frac{1}{r}\Phi(z), \quad z = t - \frac{r}{c_0 + v(r, t)}.$$
 (2)

Полагаем, что интеграл Коши-Лагранжа, получаемый из нелинейного уравнения динамики среды, имеет вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{P}{\rho_0} - \frac{v^2}{2}.\tag{3}$$

Кроме того, по определению

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial r}. \tag{4}$$

Запишем частные производные потенциала (2)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{1}{r} \left[ 1 + \frac{r}{\left( c_0 + v \right)^2} \frac{\partial v}{\partial t} \right] \frac{d\Phi}{dz}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\Phi}{r^2} + \frac{1}{r} \left[ \frac{r}{\left(c_0 + v\right)^2} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{c_0 + v} \right] \frac{d\Phi}{dz}.$$
 (6)

Домножив (6) на dr/dt, сложив (5) и (6) и подставив выражения (3), (4), получим уравнение

$$\frac{1}{r} \left( 1 - \frac{1}{c_0 + v} \frac{dr}{dt} \right) \frac{d\Phi}{dz} - \frac{\Phi}{r^2} \frac{dr}{dt} + \frac{1}{(c_0 + v)^2} \frac{d\Phi}{dz} \frac{dv}{dt} = v \frac{dr}{dt} - \frac{P}{\rho_0} - \frac{v^2}{2}.$$
(7)

Далее, подставив в уравнение (1) соотношения (2) - (4), запишем

$$\Phi = \frac{r^2 P}{\rho_0 (c_0 + v)} - r^2 v \left[ 1 - \frac{v}{2 (c_0 + v)} \right].$$
 (8)

Дифференцируя (8), получим

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{2rvP + r^2 \frac{dP}{dt}}{\rho_0 (c_0 + v)} - \frac{r^2 P}{\rho_0 (c_0 + v)^2} \frac{dv}{dt} + \frac{rv^3 + r^2 v \frac{dv}{dt}}{c_0 + v} - \frac{r^2 v^2}{2(c_0 + v)^2} \frac{dv}{dt} - 2rv^2 - r^2 \frac{dv}{dt}.$$
(9)

Учитывая, что 
$$\frac{dz}{dt} = 1 - \frac{v}{c_0 + v} + \frac{r \frac{dv}{dt}}{\left(c_0 + v\right)^2}$$
, под-

ставим выражения (8), (9) в уравнение (7) и осуществим предельный переход на поверхность пузырька

$$r \longrightarrow R(t)$$
,  $\frac{dr}{dt} = \dot{R}$ ,  $\frac{dv}{dt} = \ddot{R}$ .

В результате получим уравнение колебаний пузырька в виде

$$R\ddot{R}\left\{1 + \frac{P}{\rho_0 (c_0 + \dot{R})^2} - \frac{\dot{R}}{c_0 + \dot{R}} \left[1 - \frac{\dot{R}}{2 (c_0 + \dot{R})}\right]\right\} =$$

$$= \frac{P}{\rho_0} \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_0 + \dot{R}}\right) + \frac{R\dot{P}}{\rho_0 (c_0 + \dot{R})} - (10)$$

$$- \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left[1 - \frac{\dot{R}}{3 (c_0 + \dot{R})}\right]; \quad P = P_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - P_B.$$

Представленное на рис. 2 сравнение фазовых диаграмм пульсации, полученных из уравнения (10) (кривая 1) и уравнения Херринга (кривая 2), показывает, что при давлении 100 МПа результаты, получаемые из указанных уравнений, значительно различаются. В то же время фазовая диа-

грамма 1 близка к результатам численного моделирования. Численное интегрирование уравнения (10) показывает, что даже при внешнем давлении выше 10<sup>4</sup> МПа скорость схлопывания пузырыка не превышает скорости звука в жидкости.

Как указано в [5], одним из методов оценки корректности уравнения пульсации газового пузырька является решение задачи коллапса пустой полости. Точное решение указанной задачи показывает, что скорость замыкания полости стремится к бесконечности, как  $(R_0/R)^{\beta}$ ,  $\beta = 0.765$ . Уравнение Рэлея приводит к значению  $\beta = 1.5$ . Уравнение Херринга дает величину  $\beta = 1.23$ . Уравнение, полученное в [2], приводит к значению  $\beta = 1.1$ . Уравнение (10) дает величину  $\beta = 0.65$ . Отметим также, что уравнение, основанное на гипотезе Кирквуда—Бете, приводит к величине  $\beta = 0.5$ . Следовательно, полученное уравнение (10) дает наиболее близкое к точному решение задачи коллапса пустой полости.

Таким образом, для построения математических моделей физических явлений в пузырьковых средах, сопровождающихся мощными гидродинамическими возмущениями, порождаемыми, например, подрывом взрывчатых веществ, электровзрывом и другими взрывными источниками, в качестве уравнения пульсации отдельных пузырьков необходимо использование уравнения (10).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Herring C. Theory of the pulsation of the gas bubbles produced by an underwater explosion // OSRD. 1941.
   № 236. P. 530 - 534.
- 2. Поздеев В.А., Бескаравайный Н.М., Ковалев В.Г. Импульсные возмущения в газожидкостных средах. Киев: Наук. думка, 1988. 116 с.
- Стернберг Г.М., Уолкер В.А. Расчет течения и распределения энергии при подводной детонации пентолитовой сферы // Подводные и подземные взрывы. М.: Мир, 1974. С. 121 151.
- 4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- Рождественский В.В. Кавитация. Л.: Судостроение, 1977. 248 с.

## On the Dynamics of Gas Bubbles in Liquid in an Intense Pressure Wave Field

## V. G. Kovalev

A pulsation equation for an individual spherical gas bubble in the adiabatic regime is derived. It is applicable to pressure perturbations up to 1000 MPa. Calculations by the new pulsation equation and numerical simulation of interphase boundary movement in an exact hydrodynamic formulation demonstrated reasonable agreement between the results. This equation was tested for the problem of empty cavity collapse. Collapse velocity asymptotics, defined by the new equation, were shown to be closest to a known exact solution.