АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 4, с. 626 - 632

УДК 534.231.1

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ СТРУКТУРА ПОЛНОГО ЗВУКОВОГО ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА В МЕЛКОМ МОРЕ

© 1994 г. В. Д. Крупин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 30.11.93 г.

Дан обзор методов анализа полного звукового поля гармонического источника в стратифицированном море. Выполнено сопоставление результатов расчета полей на основе метода "обобщенных" нормальных мод (ОНВ), метода Юинга–Джардетского–Пресса и равномерного по частоте асимптотического метода. При помощи метода ОНВ обнаружено, что на первых 5 критических частотах боковая волна наряду с нормальными модами играет большую роль в формировании структуры звукового поля.

В течение последних четырех десятилетий значительное число работ [1 - 17] было посвящено анализу точного решения фундаментальной задачи о звуковом поле точечного гармонического излучателя в стратифицированном океане с разнообразными геоакустическими моделями дна. Несмотря на то что в этих работах были сравнительно давно получены альтернативные точные, приближенные и асимптотические представления для полного поля, современные исследования распространения [8] низкочастотного звука в океане требуют тщательного и эффективного численного анализа точных представлений поля с целью выяснения роли различных волновых компонент в формировании его интерференционной структуры.

Приведем краткий обзор численных и приближенных аналитических методов анализа полного звукового поля, причем основное внимание уделим сравнительно новому эффективному методу "обобщенных" нормальных мод [15, 16]. Эффективность последнего обусловлена тем, что достаточно хорошая точность вычислений поля достигается посредством суммирования сравнительно небольшого числа дискретных аппроксимирующих элементов – "обобщенных" нормальных мод. Высокая точность метода и его равномерная справедливость на всех частотах, и в частности при прохождении частоты через критические частоты океанического волновода, подтверждается сопоставлением вычисленных на основе этого метода горизонтальных разрезов полного поля с опубликованными результатами, полученными другими методами. Анализируются результаты расчетов полей на первых 5 критических частотах и обращается внимание на то, что боковая волна на нескольких первых таких частотах (или вблизи них) играет наряду с нормальными модами весьма существенную роль в формировании уровня и интерференционной структуры как ближнего так и дальнего звукового поля, на расстояниях от источника, во много раз превышающих толщину водного слоя. Обсуждается вопрос применимости традиционного приближения нормальных мод с увеличением номера критической частоты.

Как известно, полное звуковое поле точечного источника для классических моделей вертикально-стратифицированного океана строго определяется как интегральное преобразование Ганкеля от функции Грина дифференциального уравнения второго порядка. Поскольку она является мероморфной и содержит точки ветвления, этот интеграл может быть полно представлен в виде суперпозиции мод дискретного (вычеты в полюсах) и непрерывного (контурные интегралы по берегам разрезов, проходящих через точки ветвления) спектров. Выбор линий разрезов приводит к альтернативным смешанным дискретно-непрерывным представлениям полного поля.

С.Л. Пекерис и Ю.Л. Газарян [1, 3] использовали в качестве разреза полубесконечную прямую линию, параллельную мнимой оси. Точное выражение для давления звукового поля в этом случае включает три компоненты: конечную сумму "собственных" мод, или распространяющихся мод; бесконечную сумму затухающих с расстоянием вдоль волновода "несобственных", или "вытекающих" мод; интеграл по берегу разреза – суперпозицию мод непрерывного спектра. "Собственные" и "несобственные" моды обычно называют нормальными модами, а интеграл по берегу разреза – боковой волной.

Наряду с пекерисовским разрезом также часто используется предложенный Юингом, Прессом и Джардетским так называемый *EJP*-разрез [5 - 7], который пробегает от точки ветвления к нулю вдоль вещественной оси и затем следует вдоль положительной мнимой оси на бесконечность.

В этом случае точное представление для звукового давления приводится к сумме только "собственных" мод и интеграла по *EJP*-разрезу, называемого непрерывным спектром мод. Из сравнения двух представлений звукового поля, соответствующих двум традиционным выборам разрезов, следует, что непрерывный спектр мод в смысле *EJP* включает в себя бесконечную сумму "несобственных" мод и боковую волну.

Численная реализация указанных способов вычисления полного звукового поля в океане требует применения эффективных процедур поиска полюсов (собственных значений), собственных функций нормальных мод и вычисления интегралов по выбранным разрезам. Для численного определения всех собственных значений могут быть применены алгоритмы и программы, развитые, например, в работах [9 - 11]. После того как эти величины найдены и сохранены в памяти ЭВМ, без существенных затрат времени ЭВМ могут быть рассчитаны подробные пространственные распределения дискретной компоненты поля – суммы нормальных мод звукового давления в волноводе. Однако вычисление непрерывной компоненты поля требует значительных затрат времени ЭВМ и усилий программиста, связанных с необходимостью выполнения процедуры многократного интегрирования сложной быстроосциллирующей функции. Последняя в случае волновода с произвольным профилем скорости звука к тому же выражается через решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, которое должно многократно вычисляться для значений спектрального параметра в процессе численного интегрирования. Указанные сложные вычислительные операции должны выполняться на каждом шаге вертикального и горизонтального разрезов звукового поля, что затрудняет контроль погрешностей вычислений.

Важное достоинство *EJP*-представления состоит в том, что оно требует определения лишь вещественных полюсов и избавляет от вычислений комплексных полюсов и соответствующих вычетов, поскольку вклад последних заключен в интеграле по *EJP*-разрезу. Программа вычисления полного поля на основе этого представления была развита в работе [12] для модели океана с кусочно-линейными профилями квадрата показателя преломления. Однако непосредственное вычисление интеграла по *EJP*-контуру затруднительно, когда частота излучателя близка или совпадает с одной из критических частот волновода. При прохождении частоты через одну из критических частот происходит переход комплексных полюсов в вещественные полюсы, так что на критической частоте полюс попадает в концевую точку интеграла (точку ветвления) или оказывается вблизи нее. Кроме того, на достаточно высоких частотах вблизи участка *EJP*-контура вдоль вещественной оси может находиться большое число комплексных полюсов, вследствие чего подынтегральная функция является осциллирующей и характеризуется сильными вариациями. Эти обстоятельства сильно осложняют вычисления интеграла по *EJP*-контуру.

Для устранения этих вычислительных трудностей были развиты равномерные асимптотические выражения для *EJP*-интеграла, справедливые на критических частотах и в их окрестностях [13, 14]. В этих работах мероморфная подынтегральная функция представляется в виде ряда Миттаг–Леффлера, ассоциированного с комплексными полюсами "несобственных" мод, и преобразуется в сумму интегралов типа Лапласа, для каждого из которых на основе метода Франклина–Фридмана [13] выводятся равномерные сходящиеся асимптотические разложения. Указанный метод позволяет избежать процедуры непосредственного численного интегрирования, но по-прежнему требует вычисления комплексных полюсов.

В целях преодоления указанных выше трудностей вычисления непрерывного спектра мод, и в особенности на критических частотах или в их окрестностях, в работах [15, 16] был развит метод приближенного преобразования непрерывного спектра мод в дискретный. Этот метод основывается на аппроксимации давления полного звукового поля суммой "обобщенных нормальных" мод (ОНВ), которые выражаются через комплексные собственные значения и собственные функции обыкновенного дифференциального оператора второго порядка с некоторым эффективным краевым условием 3-го рода, моделирующим бесконечное донное полупространство. Выражения для ОНВ совпадают по внешнему виду с выражениями для нормальных волн в случае, когда дно в виде однородного полупространства заменено слоем толщины L с абсолютно жесткой нижней границей. При этом величина L формально полагается комплексной величиной, равной $L = |L|\exp(i\pi/4)$. Как было показано в работах [15, 16], абсолютная погрешность аппроксимации давления полного звукового поля суммой ОНВ убывает с ростом $|L|$ как $O(|L|^{-3})$, если частота отлична от критических частот волновода, и как $O(|L|^{-1})$, если частота равна какой-либо из критических частот волновода или близка к ней.

Приближенное дискретное представление звукового давления суммой ОНВ позволяет произвести вычисление полного поля на основе ранее разработанных эффективных и универсальных процедур численного поиска комплексных собственных значений и собственных функций спектральных задач с импедансными краевыми условиями 3-го рода, зависящими от спектрального параметра. Важно отметить, что метод ОНВ требует однократного численного определения и запоминания сравнительно небольшого числа [15, 16] собственных значений и собственных функций,

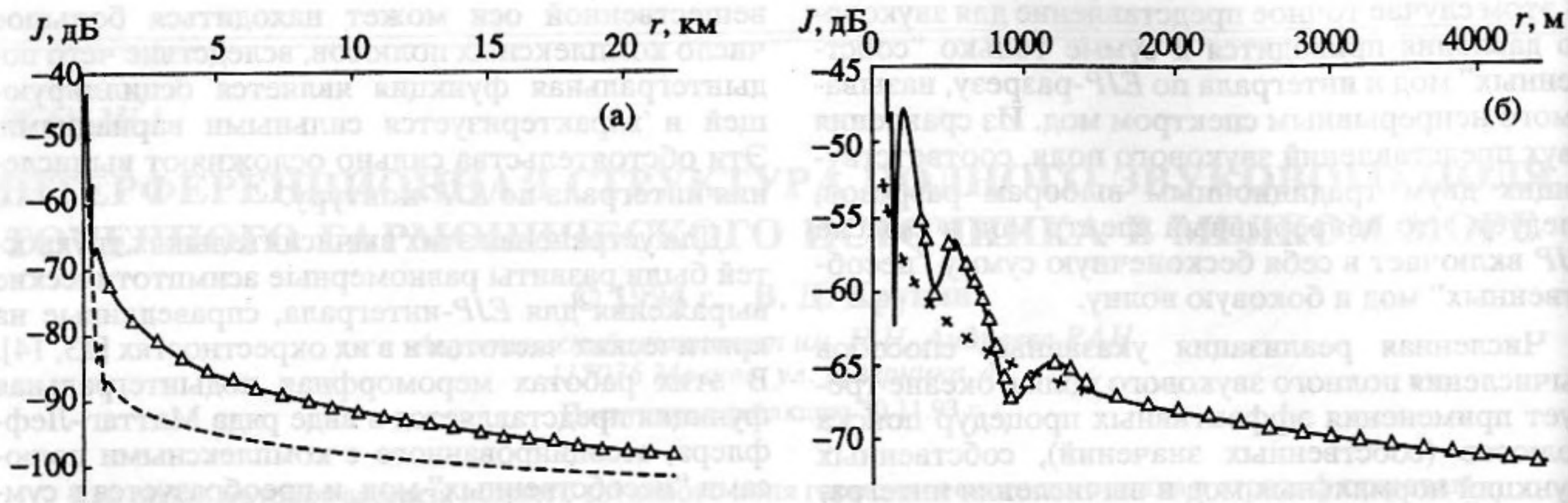

Рис. 1. Горизонтальные разрезы интенсивности звукового поля: а – 50 Гц; б – 100 Гц; (—) – метод ОНВ (полное поле); (Δ) – метод *EJP* (полное поле); (- - - -) – метод нормальных мод; (×) – 1-я собственная мода.

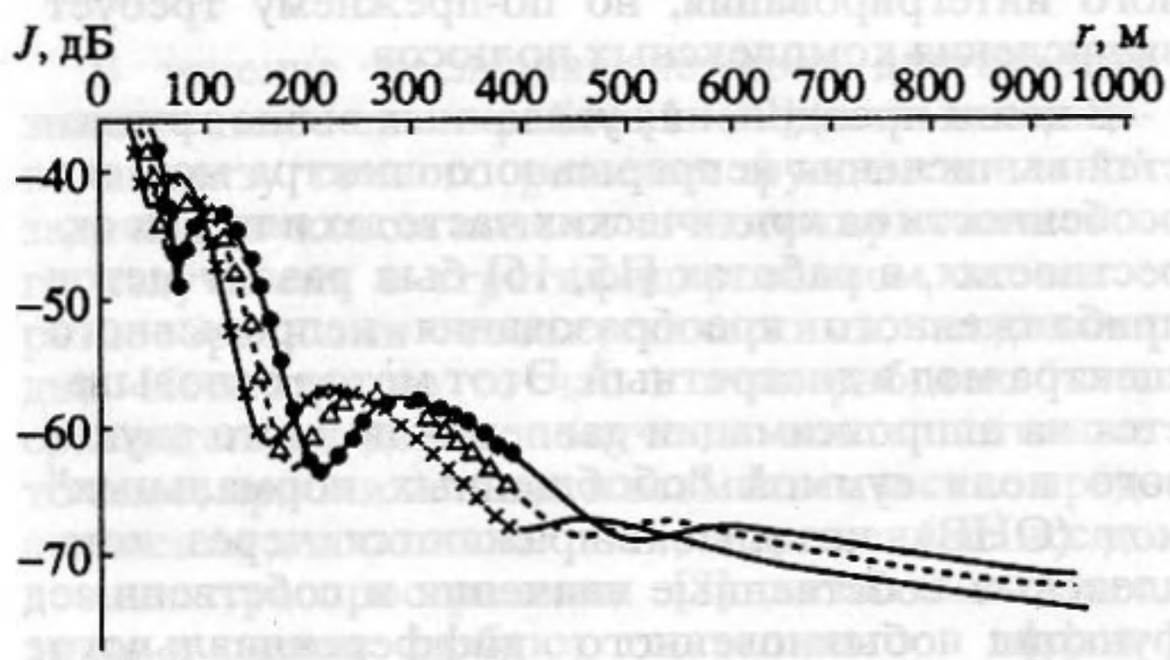

Рис. 2. Горизонтальные разрезы интенсивности полного звукового поля в окрестности 1-й критической частоты: (—), (- - - -) – метод ОНВ; (×) – 48.38 Гц; (Δ) – 1-я критическая частота 54.274 Гц; (●) – 60 Гц, равномерный асимптотический метод.

после чего без существенных затрат времени ЭВМ могут быть рассчитаны пространственные распределения полного звукового поля в волноводе с произвольными шагами по дистанции и глубине. В целом, метод ОНВ является эффективным по сравнению с предыдущими методами, требующими для вычисления непрерывного спектра мод многократного интегрирования сложных и быстроосциллирующих функций.

На рис. 1 - 4 приводится и обсуждается ряд примеров численных расчетов интерференционной структуры полного звукового поля точечного излучателя в мелководных волноводах по программе [17] для ЭВМ БЭСМ-6, в которой был реализован метод ОНВ. На рисунках представлены зависимости уровня интенсивности J в децибелах: $J = 20\lg|p(r)/p_0|$ (p – давление звукового поля в точке приемника); p_0 – звуковое давление в свободном пространстве на расстоянии 1 м), от горизонтального расстояния r между излучателем и приемником.

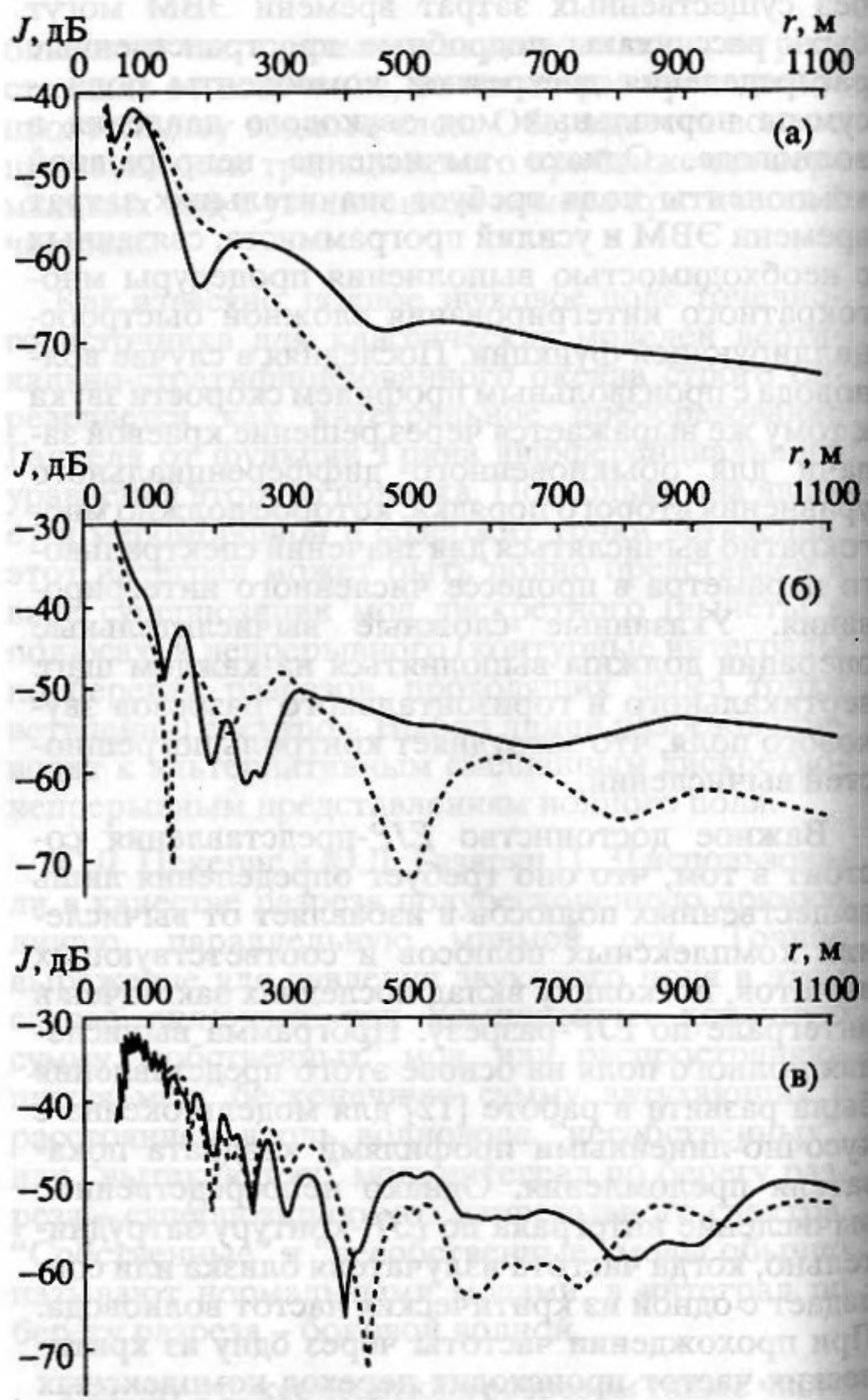

Рис. 3. Горизонтальные разрезы интенсивности ближнего звукового поля: а – 1-я критическая частота 54.274 Гц; б – 2-я критическая частота 162.823 Гц; в – 5-я критическая частота 488.469 Гц; (—) – метод ОНВ (полное поле); (- - - -) – метод нормальных мод.

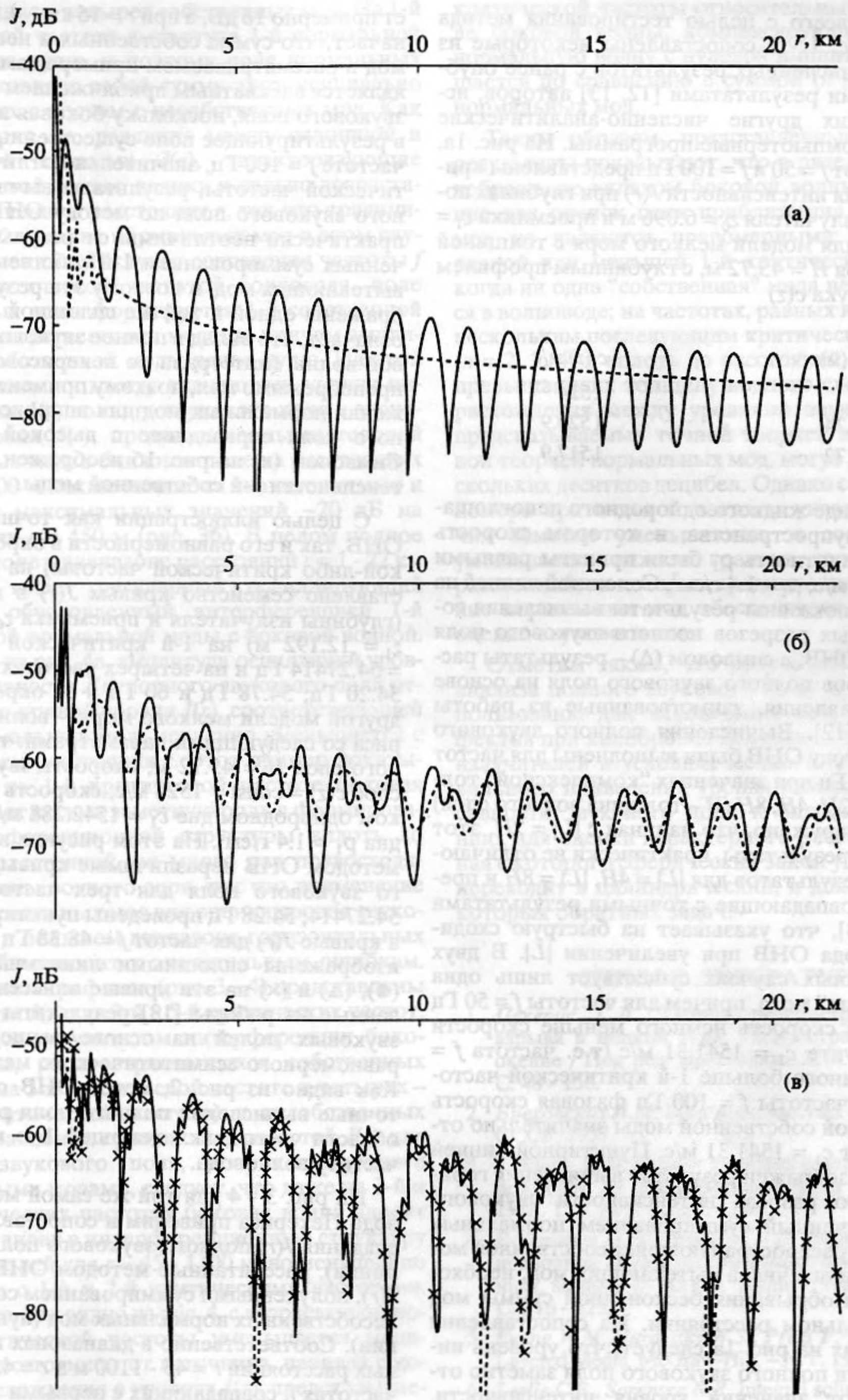

Рис. 4. Горизонтальные разрезы интенсивности звуковых полей: а – 2-я критическая частота; б – 3-я критическая частота; в – 5-я критическая частота; (—) – метод ОНВ (полное поле); (- - - -) – метод нормальных мод; (×) – поле четырех собственных мод.

Прежде всего с целью тестирования метода ОНВ на рис. 1 - 2 сопоставлены некоторые из указанных численных результатов с ранее опубликованными результатами [12, 13] авторов, использовавших другие численно-аналитические методы и компьютерные программы. На рис. 1а, 1б для частот $f = 50$ и $f = 100$ Гц представлены кривые спадания интенсивности $J(r)$ при глубинах погружения излучателя $z_0 = 6.096$ м и приемника $z_1 = 12.192$ м для модели мелкого моря с толщиной водного слоя $H = 45.72$ м, с глубинным профилем скорости звука $c(z)$

z (м)	$c(z)$ м/с
0	1524
15.24	1520.9
45.72	1517.9

и с дном в виде жидкого однородного непоглощающего полупространства, в котором скорость звука c_1 и плотность ρ_1 были приняты равными $c_1 = 1541.31$ м/с; $\rho_1 = 1.4$ г/см^3. Сплошной линией на рис. 1а, 1б показаны результаты вычисления горизонтальных разрезов полного звукового поля по методу ОНВ, а символом (Δ) – результаты расчета разрезов полного звукового поля на основе *EJP*-представления, заимствованные из работы Стиклера [12]. Вычисления полного звукового поля по методу ОНВ были выполнены для частот $f = 50$ и 100 Гц при значениях "комплексной" толщины $|L| = 2H, 4H, 8H$ (H – толщина водного слоя) и было обнаружено, что начиная с $|L| = 2H$, этот метод дает результаты, практически не отличающиеся от результатов для $|L| = 4H$, $|L| = 8H$ и превосходно совпадающие с точными результатами работы [13], что указывает на быструю сходимость метода ОНВ при увеличении $|L|$. В двух рассмотренных случаях существует лишь одна "собственная" мода, причем для частоты $f = 50$ Гц ее фазовая скорость немного меньше скорости звука в грунте $c_1 = 1541.31$ м/с (т.е. частота $f = 50$ Гц немного больше 1-й критической частоты), а для частоты $f = 100$ Гц фазовая скорость единственной собственной моды значительно отличается от $c_1 = 1541.31$ м/с. Пунктирной линией на рис. 1а изображен результат вычисления горизонтального разреза интенсивности звукового поля, полученный суммированием нормальных мод: одной распространяющейся собственной моды и конечного числа вытекающих мод, необходимого для обрывания бесконечной суммы мод на минимальном расстоянии. Из сопоставления двух кривых на рис. 1а следует, что уровень интенсивности полного звукового поля заметно отличается от значений уровня интенсивности, предсказываемого теорией нормальных мод, даже на очень больших горизонтальных расстояниях, много больших толщины водного слоя: например, при $r = 1$ км различие в уровнях составляет примерно 16 дБ, а при $r = 16$ км – 4.5 дБ. Это означает, что сумма собственных и несобственных мод в рассматриваемом примере сама по себе не является адекватным приближением для полного звукового поля, поскольку боковая волна вносит в результирующее поле существенный вклад. На частоте $f = 100$ Гц, значительно отличной от критической частоты, результаты вычисления полного звукового поля по методу ОНВ на рис. 1б практически неотличимы от результатов, полученных суммированием 1-й собственной моды и вытекающих мод, и поэтому эти результаты изображены одной и той же сплошной линией. Это означает, что вклад в полное звуковое поле боковой волны (интеграла по пекерисовому разрезу) пренебрежимо мал, поэтому применение приближения нормальных мод для аппроксимации полного поля справедливо с высокой точностью. Символом (x) на рис. 1б изображен уровень интенсивности 1-й собственной моды.

С целью иллюстрации как точности метода ОНВ, так и его равномерности в окрестности (какой-либо критической частоты) на рис. 2 представлено семейство кривых $J(r)$ в водном слое (глубины излучателя и приемника $z_0 = 6.096$ м и $z_1 = 12.192$ м) на 1-й критической частоте $f = 54.27414$ Гц и на четырех частотах $f = 48.38$ Гц; 54.20 Гц; 54.78 Гц и 60 Гц в ее окрестности для другой модели мелкого моря – волновода Пекериса со следующими параметрами: толщина водного слоя $H = 45.72$ м; скорость звука в водном слое $c(z) = \text{const} = 1524$ м/с; скорость звука в жидком однородном дне $c_1 = 1542.288$ м/с; плотность дна $\rho_1 = 1.4$ г/см^3. На этом рисунке вычисленные методом ОНВ неразличимые кривые $J(r)$ полного звукового поля для трех частот $f = 54.20$; 54.27414; 54.28 Гц проведены пунктирной линией, а кривые $J(r)$ для частот $f = 48.38$ Гц и $f = 60$ Гц – изображены сплошными линиями. Символами (●), (Δ) и (×) на эти кривые нанесены заимствованные из работы [13] результаты вычислений звуковых полей на основе вышеупомянутого равномерного асимптотического метода [13, 14]. Как видно из рис. 2, метод ОНВ обеспечивает точные вычисления полного поля равномерно в области частот, включающей 1-ю критическую частоту волновода.

На рис. 3 - 4 для той же самой модели волновода Пекериса приводим и сопоставляем кривые спадания $J(r)$ полного звукового поля (сплошные линии), рассчитанные методом ОНВ, с кривыми $J(r)$, полученными суммированием собственных и несобственных нормальных мод (пунктирные линии). Соответственно в диапазонах горизонтальных расстояний $r = 45$ - 1100 м и $r = 45$ м - 22 км на частотах f, совпадающих с первыми тремя критическими частотами $f = f_1 = 54.27435$ Гц, $f = f_2 = 162.82305$ Гц, $f = f_3 = 271.3717$ Гц, и с 5-й критической частотой $f = f_5 = 488.46916$ Гц. Символом (×) на рис. 4в изображены результаты, полученные

суммированием четырех собственных мод. На 1-й критической частоте амплитуда 1-й нормальной моды равна нулю, и поэтому поле нормальных мод представляет собой сумму экспоненциально затухающих с ростом r несобственных мод. Как видно из рис. 3а, различия между сплошной и пунктирной кривыми $J(r)$, характеризующие вклад боковой волны, велики и сильно возрастают с увеличением расстояния r, так что традиционное приближение нормальных мод в этом случае неприменимо. В случае совпадения частоты f со 2-й критической частотой волновода, поле нормальных волн формируется 1-й собственной модой и несобственными модами, причем амплитуда 2-й собственной моды равна нулю. На этой частоте различия между значениями уровня интенсивности $J(r)$ полного звукового поля и значениями уровня $J(r)$, предсказываемыми теорией нормальных мод, в ближнем поле на расстояниях $r = 45 - 1100$ м также являются значительными и достигают максимальных значений ~20 дБ на расстояниях $r \approx 450$ м (рис. 3б). В целом полное звуковое поле в диапазоне расстояний $r = 1 - 22$ км (рис. 4а) имеет регулярный осциллирующий характер, обусловленный интерференцией 1-й собственной нормальной моды с боковой волной. Как видно из рис. 4а, амплитуда осцилляций уровня интенсивности $J(r)$ полного звукового поля относительно кривой уровня $J(r)$, соответствующей полю нормальных мод, медленно уменьшается с увеличением расстояния r. Этот пример показывает, что на 1-й критической частоте боковая волна играет весьма заметную роль в формировании интерференционной структуры вплоть до больших расстояний, во много раз превосходящих толщины водного слоя, так что применение метода нормальных мод для оценки уровня звукового поля в большом диапазоне горизонтальных расстояний приводит к значительным ошибкам. На остальных графиках (рис. 3 - 4) представлены зависимости $J(r)$ для 3-й и 5-й критических частот, являющиеся результатом интерференции боковой волны, распространяющихся собственных мод (двух на 3-й критической частоте и четырех – на 4-й критической частоте) и несобственных мод. Из сравнения кривых зависимостей $J(r)$ для полного звукового поля, аппроксимируемого нормальными модами, следует, что даже на 3-й и 5-й критических частотах боковая волна вносит заметный вклад в интерференционную структуру ближних полей для $r \sim 45 - 1100$ м, но меньший по сравнению с 1-й и 2-й критическими частотами. Кроме того, как видно из рис. 4, с возрастанием номера критической частоты уменьшается минимальное расстояние r от источника, начиная с которого расхождения в уровнях $J(r)$, предсказываемых точной теорией и теорией нормальных мод, становятся незначительными и убывают с дальнейшим увеличением расстояния. Эта тенденция объясняется тем, что с возрастанием номера n критической частоты относительный вклад в поле боковой волны, компенсирующей $(n-1)$-ю нормальную волну с нулевой амплитудой, уменьшается по сравнению с суммой $(n-1)$-го числа нормальных мод.

Таким образом, представленные численные результаты показывают, что в ряде случаев пренебрежение вкладом боковой волны и применение для оценок поля приближения нормальных мод не являются правомерными: на частоте, равной или меньшей 1-й критической частоты, когда ни одна "собственная" мода не возбуждается в волноводе; на частотах, равных или близких к нескольким последующим критическим частотам ($n = 2, 3, 4$) и вплоть до расстояний, значительно превышающих толщину водного слоя. При этом расхождения между уровнями звуковых полей, предсказываемых точной теорией и приближенной теорией нормальных мод, могут достигать нескольких десятков децибел. Однако с увеличением номера критической частоты указанные различия заметно уменьшаются, и соответственно уменьшается нижняя граница горизонтальных расстояний, на которых традиционное приближение нормальных мод обеспечивает приемлемые оценки звукового поля.

Отметим также, что результаты численного анализа полного звукового поля могут быть использованы для исключения волноводных эффектов при калибровке тональных или шумовых излучателей в условиях мелкого моря, для правильного приведения уровня измеряемой интенсивности звукового поля к ближнему расстоянию, для оценки характерного расстояния, начиная с которого сферический закон убывания поля переходит в цилиндрический, и для решения некоторых обратных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пекерис С.Л.* Теория распространения звука взрыва в мелкой воде. Распространение звука в океане / Под ред. Бреховских Л.М. М.: ИЛ, 1951. С. 48 - 156.
2. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: АН СССР, 1957.
3. *Газарян Ю.Л.* О поле точечного источника в слое, лежащем на полупространстве // Акуст. журн. 1958. Т. 4. № 3. С. 233 - 238.
4. *Войтович Н.Н., Шатров А.Д.* Разложение поля в подводном акустическом канале в ряд по нормальным волнам // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 4. С. 516 - 523.
5. *Ewing W.M., Jardetzky W.S., Press F.* Elastic waves in Layered Media. McGraw-Hill. – N.Y. 1957. P. 126 - 151.
6. *Leslie C.B., Sorensen N.R.* Integral solution of the Shallow water sound field // J. Acoust. Soc. Amer. 1961. V. 33. P. 323 - 329.
7. *Наполи Ф.Р., Давенпорт Р.Л.* Численные модели подводного распространения звука. Акустика

океана / Под ред. Дж. де Санто М.: Мир, 1982. С. 89 - 136.

8. *Bucker H.P.* Propagation in a liquid layer laying over a liquid halfspace (Pekeris cut) // J. Acoust. Soc. Amer. № 4. P. 906 - 908.
9. *Крупин В.Д.* Об одном явлении в волноводе с отрицательным градиентом скорости звука // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 4. С. 556 - 564.
10. *Крупин В.Д.* Вычисление звуковых полей в волноводах на основе метода фазовой функции // Вопросы судостроения. Сер. Акустика. 1977. № 9. С. 3 - 14.
11. *Крупин В.Д.* Численная реализация метода нормальных мод для расчетов звуковых полей в волноводах со слоистым поглощающим дном // Суд. промыш. Сер. Акустика. 1989. № 4. С. 82 - 89.
12. *Stickler D.C.* Normal–mode program with both the discrete and branch line contributions // J. Acoust. Soc. Amer. 1975. V. 57. № 4. P. 856 - 861.
13. *Stickler D.C.* Application of a technique of Franklin and Friedman to some problems in Acoustics // Mathematical Methods and Application of Scattering Theory. Proc. Conf., Washington, D.C., May 21 - 25, 1979; Lect. Notes Phys. Springer-Verlag, Berlin. 1980. 130. P. 71 - 80.
14. *Stickler D.C., Ammicht E.* Oniform asymptotic evaluation of the continuous spectrum contribution for the Pekeris model // J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 67. № 6. P. 2018 - 2024.
15. *Завадский В.Ю., Крупин В.Д.* Применение численных методов для расчета звуковых полей в волноводах // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 484 - 485.
16. *Крупин В.Д.* Численный анализ полного звукового поля в слоисто-неоднородном волноводе, представленного суммой мод дискретного и непрерывного спектров // Вопросы судостроения. Сер. Акустика. 1983. № 16. С. 72 - 88.
17. *Крупин В.Д.* Программа расчета звукового поля точечного гармонического излучателя в слоисто-неоднородном волноводе на основе метода обобщенных нормальных мод // Информационный листок о научно-техническом достижении № 81–2367. Л.: Всесоюзный научно-исследовательский ин-т межотраслевой информации, сер. ИЛВТ–13–11. 1982.

Interference Structure of the Full Field of a Harmonic Point Sound Source in a Shallow Sea

V. D. Krupin

This paper reviews techniques for calculating the full harmonic sound field of a point source in a layered ocean. Computation results of a generalized normal-mode technique (Ewing–Jardetzky–Press method) and a uniform asymptotic expansion technique are compared.