АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 6, с. 890 - 892

УДК 548.0:534.231.1

ОБРАЗОВАНИЕ ЗАРОДЫША ИЗОТРОПНОЙ ФАЗЫ В ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

© 1994 г. Л. С. Бежанова, А. Ц. Саркисян

Институт прикладных проблем физики АН Армении
375014 Ереван, ул. Гр. Нерсесяна, 25

Поступила в редакцию 20.10.93 г.

Проведен расчет критического радиуса зародыша $r_{кр}$ изотропной жидкости (ИЖ) в нематическом жидком кристалле (НЖК) при фазовом переходе НЖК ⟶ ИЖ в присутствии ультразвукового поля. Значения $r_{кр}$ определяли из условия $\partial(\Delta\Phi)/\partial r = 0$, где $\Delta\Phi$ – изменение термодинамического потенциала при фазовом переходе. В параметр $\Delta\Phi$, кроме членов, определяемых теплотой перехода и поверхностным натяжением, входят и члены, обусловленные упругой энергией НЖК и ультразвуковым полем.

Настоящая работа посвящена расчету критического радиуса зародыша изотропной жидкости (ИЖ) в нематическом жидком кристалле (НЖК) при фазовом переходе НЖК ⟶ ИЖ в присутствии ультразвукового поля.

Пусть фазовый переход НЖК ⟶ ИЖ происходит при постоянном внешнем давлении P_0. Тогда состояние системы можно описывать термодинамическим потенциалом Ф. Изменение этого потенциала вследствие фазового перехода НЖК ⟶ ИЖ в отсутствие ультразвукового поля можно представить в виде суммы трех слагаемых:

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{тепл} + \Delta\Phi_{упр} + \alpha\sigma. \qquad (1)$$

Здесь $\Delta\Phi$ обусловлено изменением состояния при $P_0 = 0$, $\Delta\Phi_{упр}$ связано с изменением энергии деформации и объема системы, α – коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела НЖК и ИЖ, σ – площадь поверхности зародыша.

Введем следующие обозначения: T – фактическая температура НЖК фазы, T_c – температура перехода в ИЖ фазу при $P_0 = 0$,

$$\Delta\Phi_{тепл} = -\frac{q}{T}(T - T_c)V,$$

q – теплота перехода при $T = T_c$, рассчитанная на единицу объема, V – объем жидкого зародыша.

Для $\Delta\Phi_{упр}$ можно записать:

$$\Delta\Phi_{упр} = \Delta F_{упр} - P_0V_0 + PV, \; P = P_0 + 2\alpha/r, \qquad (2)$$

где $\Delta F_{упр}$ – изменение упругой части свободной энергии системы при переходе НЖК ⟶ ИЖ, r – радиус зародыша.

Разложив в ряд плотность свободной энергии F НЖК по степеням параметра порядка для $\Delta F_{упр} = F - F_0$, получим

$$\Delta F_{упр} = \frac{1}{2}AS_{\alpha\beta}S_{\alpha\beta} + \frac{1}{3}BS_{\alpha\beta}S_{\beta\gamma}S_{\gamma\alpha} + \frac{1}{4}CS_{\alpha\beta}S_{\alpha\beta}S_{\gamma\delta}S_{\gamma\delta},$$

$$S_{\alpha\beta} = S\left(n_\alpha n_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{3}\right),$$

где F_0 – плотность свободной энергии изотропной фазы, $S_{ij}(i, j = \alpha, \beta \ldots)$ – тензор параметра порядка, n_α, n_β – x, y, z компоненты директора, $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера, S – параметр ориентационного порядка.

При $V_0 = V$ выражение (2) можно записать в виде

$$\Delta\Phi_{упр} = \Delta F_{упр} + 2\alpha V/r.$$

Для вещества объемом V в предположении, что зародыш имеет шарообразную форму, выражение (1) имеет вид

$$\Delta\Phi = -\frac{4}{3}\pi r^3\frac{q}{T}(T - T_c) + \frac{4}{3}\pi r^3\rho\Delta F_{упр} + \frac{20}{3}\pi\alpha r^2. \qquad (3)$$

Критический радиус r определим из условия

$$\partial(\Delta\Phi)/\partial r = 0. \qquad (4)$$

Чтобы установить влияние ультразвука на критический радиус, необходимо (3) дополнить соответствующими слагаемыми, обусловленными полем ультразвука в ЖК.

При ультразвуковых колебаниях поведение жидкого кристалла по пропусканию звука похоже

на твердое тело, и плотность упругой свободной энергии содержит члены [1]:

$$F_{уз} = \frac{1}{2}C_{11}(U_{xx}+U_{yy})^2 + \\ + C_{13}(U_{xx}+U_{yy}) + \frac{1}{2}C_{33}U_{zz}^2, \quad (5)$$

где C_{ij} – упругие постоянные, U_{ij} – тензор деформации. Директор выбран вдоль оси z. При частоте ультразвука ω, удовлетворяющей условию $\omega\tau \ll 1$ (τ – максвелловское время релаксации), U_{ij} можно выразить через тензор напряжений σ_{ij} с помощью соотношений $\sigma_{ij} = 2\mu U_{ij}$ [2], где модуль сдвига $\mu = \eta/\tau$ (η – объемная вязкость НЖК). К правой части (3), добавляя $\Delta F_{уз} = 4\pi r^3\rho F_{уз} - 4\pi r^2 G\Delta t$, где $G = \frac{U_0^2}{2}\left(\frac{\omega\rho\eta}{2}\right)^{1/2}$ диссипация энергии в изотропной жидкости в единицу времени, отнесенная к единице площади колеблющейся плоскости, которая возбуждает ультразвуковое колебание в среде, Δt – время образования зародыша, получим

$$r_{кр} = \frac{10\alpha + 6G\Delta t}{3\,[\,(T-T_c)\,q/T + \rho\,(F_{уз}+F_{упр})\,]}. \quad (6)$$

Рассмотрим фазовый переход в "сэндвиче" с гомеотропной ориентацией НЖК. Причем верхние и нижние пластинки "сэндвича" под влиянием ультразвука периодически сближаются. Тогда система уравнений движения в НЖК имеет следующий вид [3 - 5]:

$$\rho\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial U_k}, \quad (7)$$

$$[\mathbf{n}\,(\gamma_1\mathbf{N} + \gamma_2\hat{A}\mathbf{n})\,] = [\mathbf{n}\varphi]_y,$$

где $\mathbf{n}$ – директор ($n_x = \sin\theta$, $n_y = 0$, $n_z = \cos\theta$); ρ – плотность; P – давление; $\hat{A}\mathbf{n}$ – вектор с компонентами $A_{ij}n_i$; $\varphi = \partial\mathcal{F}/\partial\mathbf{n}$, $\mathcal{F}$ – франковская энергия (определяемая пространственными производными компонент директора); U_k – компоненты вектора смещений; $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ и $\gamma_2 = \alpha_6 - \alpha_5$, α_2, α_3, ... – постоянные Лесли, индексы принимают значения x и z, суммирование подразумевается по одинаковым индексам; σ_{ki} – тензор вязких напряжений, написанный с учетом объемной вязкости [1, 5]

$$\sigma_{ki} = \alpha_2 n_k N_i + \alpha_3 N_k n_i + \alpha_4 A_{ki} + \alpha_5 n_k n_j A_{ij} + \\ + \alpha_6 n_i n_j A_{jk} + \mu_1 A_{jj}\delta_{ki} + \mu_2 A_{jj} n_k n_i,$$

$$A_{mj} = \frac{1}{2}(\partial v_j/\partial U_m + \partial v_m/\partial U_j), \quad (8)$$

$$\mathbf{N} = \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + \frac{1}{2}[\mathbf{n}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{v}],$$

μ_1, μ_2 – коэффициенты объемной вязкости. Во втором из уравнений (7) опущены инерциальные члены, ввиду их малости в интересующем нас мегагерцовом диапазоне частот.

Из (8) для диагональных элементов тензора вязких напряжений получим:

$$\sigma_{xx} = (\alpha_2+\alpha_3)\sin\theta\,[\partial n_x/\partial t - \\ - \frac{1}{2}\cos\theta(\partial v_x/\partial z - \partial v_z/\partial x)] + \\ + [\alpha_4 + \mu_1 + (\alpha_5+\alpha_6+\mu_2)\sin^2\theta]\frac{\partial v_x}{\partial U_x},$$

$$\sigma_{yy} = 0, \quad (9)$$

$$\sigma_{zz} = (\alpha_2+\alpha_3)\cos\theta\,[\partial n_z/\partial t + \\ + \frac{1}{2}\sin\theta(\partial v_x/\partial z - \partial v_z/\partial x)] + \\ + [\alpha_4 + \mu_1 + (\alpha_5 + \alpha_6\mu_2)\cos^2\theta]\frac{\partial v_z}{\partial U_z}.$$

Рассмотрим два случая: 1) тонкий слой гомеотропно ориентированного жидкого кристалла в ячейке конструкции, не допускающей растекания вещества и не препятствующей однородному сжатию; 2) устройства, в которых нематический жидкий кристалл может при сжатии растекаться, но только в одном направлении (вдоль оси x). Для этих случаев в [6] система уравнений (7) решена.

Случай 1. Без учета малых поправок k параметров v_x, v_z, θ при допущении $k_{зв}h \ll 1$ ($k_{зв}$ – волновое число звуковой волны, h – толщина слоя жидкого кристалла) в [9] получено

$$v_x = \theta = 0,$$

$$v_z = \frac{2}{h}\left(z - \frac{h}{2}\right)\omega U_0\cos(\omega t)$$

(в звуковом поле $U = U_0\cos(\omega t)$). Из этого решения следует, что в (9) параметр $\sigma_{xx} = 0$, $\sigma_{zz} = \beta(\partial v_z/\partial U_z)$, где $\beta = \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \mu_1 + \mu_2$.

В рассматриваемом случае $U_z = U\exp(\omega t - \kappa z)$. После несложных вычислений для σ_{zz} получим

$$\sigma_{zz} = \frac{2}{h}\left(\frac{h}{2} - z\right)\beta\omega\,[2\mathrm{ctg}(\kappa z - \omega t) - \\ - \cos(\kappa z)\,]\exp(\kappa z). \quad (10)$$

Расчеты показывают, что в (6) можно пренебречь членами $6G\Delta t$ и $\rho\Delta F_{упр}$. Тогда с помощью (5), (6), (10) для $r_{кр}$ получим

$$r_{кр} = \frac{10}{3}\alpha\left\{\frac{q(T-T_c)}{T} - \frac{3\rho C_{33}\tau^2\beta^2\omega^2}{2\eta^2h^2}\left(\frac{h}{2} - z\right)^2 \times \\ \times [2\mathrm{ctg}(\kappa z - \omega t) - \cos(\kappa z)]^2\exp(2\kappa z)\right\}^{-1}. \quad (11)$$

Величина критического радиуса зародыша изотропной фазы в присутствии ультразвукового поля в НЖК, как видно из полученного выражения, является сложной функцией от координаты z. Причем в плоскости $z = h/2$ ультразвук не влияет на $r_{кр}$. Вычислением критического радиуса зародыша при фазовом переходе НЖК ⟶ ИЖ у n-азоксианизона с помощью (11) получено $r_{кр} = 3.8 \times 10^{-5}$ см, в отсутствие ультразвука и $r_{кр} = 4.3 \times 10^{-5}$ см в ультразвуковом поле с частотой 4 МГЦ (необходимые параметры для вычисления взяты из [7 - 9]).

Случай 2. Решение системы (7) имеет более сложный вид (см. [7]). В этом случае отличны от нуля также и v_x, θ.

Вектор смещения имеет следующие компоненты:

$$U_z = U_0 \cos(\omega t) \exp(\omega t - \kappa z),$$

$$U_x = U_0 [\cos^2(\omega t) - \cos^2(\kappa z - \omega t) \exp(-2\kappa z)]^{1/2}.$$

Выражения для σ_{xx} и σ_{zz} из-за громоздкости приводить нецелесообразно. Однако расчеты критического радиуса зародыша ИЖ фазы с помощью этих выражений показывают, что $r_{кр}$ является сложной функцией от координат x и z, зависит от частоты и амплитуды ультразвука. В этом случае плоскость $z = h/2$ не является "нейтральной" по отношению влияния ультразвука на критический радиус зародыша.

Если вероятность образования критического зародыша записать в виде $W = \alpha \exp[-\Delta\Phi(r_{кр})/kT]$, то из вышеприведенных результатов следует, что в ультразвуковом поле она меньше вероятности спонтанного образования зародыша. Это согласуется с нашими экспериментальными исследованиями фазовых переходов ИЖК ⟶ ИК в ультразвуковом поле [10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stephen M.J., Straley J.P.* Physics of Liquid Crystals // Rev. Mod. Phys. 1974. V. 46. № 4. P. 617 - 704.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. 3-е изд. испр. и доп. М.: Наука, 1965. С. 202.
3. *Erikson I.L.* Continuum theory of Liquid Crystal of nematic type // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1969. V. 7. P. 153 - 164.
4. *Leslie F.M.* Some thermal effects in cholesteric liquid crystals // Proc. Roy. Soc. L. 1968. V. A307. № 1490. P. 359 - 372.
5. *Чабан И.А.* Виброгидродинамическая неустойчивость жидких кристаллов // Акуст. журнал. 1978. Т. 24. № 2. С. 260 - 270.
6. *Чабан И.А.* Акустогидродинамическая неустойчивость нематических жидких кристаллов // Акуст. журнал. 1979. Т. 25. № 1. С. 124 - 134.
7. *Блинов Л.М.* Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М.: Наука, 1978. С. 386.
8. *Капустин А.П.* Экспериментальные исследования жидких кристаллов. М.: Наука, 1978. С. 368.
9. *Jpma J.G.J., Vertogen G.* Short range order in nematic liquid crystals // Solid State Comm. 1976. V. 18. P. 475 - 478.
10. *Sarkissyan A.Ts., Pepoyan A.Z., Bezhanova L.S.* On ulrasound effect on the phase transition kinetics in certain liquid crystals. Summer European liquid crystals conference. August 19 - 25, 1991. Lituania, Vilnius. 1991. V. 2. P. F23.

Isotropic Phase Nucleus in a Liquid Crystal in the Ultrasonic Field

© 1994 г. L. S. Bezhanova and A. Ts. Sarkisyan

The critical radius r_{cr} of an isotropic liquid (IL) nucleus in a nematic liquid crystal (NLC) during the NLC ⟶ IL phase transition in the presence of an ultrasonic field was calculated. The values of r_{cr} were found from the condition $\partial(\Delta\Phi)/\partial r = 0$, where $\Delta\Phi$ is the variation of the thermodynamic potential under the phase transition. In addition to the terms governed by the heat of transition and surface tension, the parameter $\Delta\Phi$ involves contributions due to the elastic energy of NLC and to the ultrasonic field.