АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 6, с. 989 - 991

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.134

# АНАЛИЗ ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННЫХ ИМПЕДАНСОВ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ПРОЕКТИРОВАНИИ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

© 1994 г. Ю. И. Бобровницкий

*Институт машиноведения РАН*
*101830 Москва, ул. Грибоедова, 4*

Поступила в редакцию 20.07.94 г.

Ряд задач современной линейной акустики приводит к необходимости рассчитывать и анализировать вибрационные и акустические поля в составных механических конструкциях, включающих в себя упругие структуры (пластины, оболочки) и объемы с воздухом и/или жидкостью. Таковы например задачи, связанные с оценкой ожидаемых уровней вибраций и шума в самолетах, автомобилях, производственных помещениях и т.п. Точные аналитические решения таких задач получены лишь в малом числе простых случаев [1]. Из приближенных методов наиболее часто применяются метод конечных элементов и граничных интегральных уравнений [2, 3], а также метод обобщенных координат [4]. Объемы вычислений в этих методах зависят от волновых размеров конструкции и как правило очень велики. Так, конечно-элементная модель легкового автомобиля в диапазоне частот до 300 гц, включая акустические объемы и внешнюю среду, содержит несколько десятков тысяч степеней свободы. Расчет такой модели – долгая и дорогостоящая процедура. Кроме того, физический смысл результатов расчета здесь далеко не очевиден, а выработка рекомендаций по улучшению акустической обстановки в конструкции затруднена.

В то же время, опираясь на ясные физические эффекты волнового взаимодействия отдельных подсистем, можно определить причины (условия) возникновения высоких уровней вибрации или акустического давления в составной конструкции. Один из таких эффектов, установленный для протяженных структур, взаимодействующих с акустическими средами, – явление волнового совпадения [5] – определяет условия максимального прохождения звука в системе. На основе этого эффекта, например, путем анализа дисперсионных кривых нормальных волн в оболочке (фюзеляже самолета) и внутреннего объема воздуха и их пересечений, т.е. волновых совпадений, становится понятным формирование звукового поля в салоне самолета [6]. Ниже аналогичный физический подход к анализу волнового взаимодействия между механическими системами используется в произвольных, не обязательно протяженных, конструкциях. Вначале изложим два новых математических результата. Для простоты рассмотрим механическую систему, состоящую из двух подсистем 1 и 2, взаимодействующих по контактной поверхности $S$. Подсистема 1 возбуждается некоторыми акустическими и/или вибрационными источниками, а в подсистеме 2 источников нет, и она возбуждается подсистемой 1 через контактную поверхность $S$. Нас интересует, как формируется поле в подсистеме 2 и при выполнении каких физических условий в подсистеме 2 образуются максимальные уровни вибрации или шума.

Первый математический результат касается представления поля в системе в виде двух слагаемых

$$u = u^0 + u^1, \quad v = v^0 + v^1, \tag{1}$$

где $u$, $v$ – поля скоростей подсистем 1 и 2. Первое слагаемое $u^0$ соответствует работе всех источников и неподвижной контактной поверхности $S$. При этом очевидно $v^0 = 0$, поскольку подсистема 2 возбуждается через $S$ и со стороны подсистемы 1 на $S$ действует распределенная сила $f_0$. Вторые слагаемые $u^1$ и $v^1$ соответствуют вынужденным колебаниям соединения подсистем 1 и 2 без источников под действием распределенной внешней силы, равной $f_0$ и приложенной к контактной поверхности $S$. Как легко доказать, представление (1) верно для полей в любых линейных системах. Частные его случаи хорошо известны, например, в теории рассеяния волн на упругих телах [7]. Таким образом, формирование поля $v^1$ в подсистеме 2 можно описать задачей о вынужденных колебаниях. Формально она записывается следующим образом.

Пусть $f(S)$ и $g(S)$ – это распределенные силы реакции, действующие соответственно на подсистемы 1 и 2. На контактной поверхности $S$ выполняются два условия: сумма сил реакции равна

внешней силе $f_0(S)$ и смещения подсистем на $S$ равны:

$$f(S) + g(S) = f_0(S), \quad u^1(S) = v^1(S). \qquad (2)$$

Внешняя сила $f_0$ считается известной из решения первой вспомогательной задачи для изолированной подсистемы 1, остальные величины в (2) подлежат определению. Второй математический результат касается решения задачи (2) с помощью техники, основанной на понятии обобщенного импеданса. Обобщенный импеданс $\alpha_j$ первой подсистемы относительно поверхности $S$ и соответствующая собственная форма $u_j(S)$ определяются следующим образом [8]. Подействуем на поверхность $S$ внешней силой такой формы $f_j(S)$, которая вызывает отклик $u_j$ такой же формы: $f_j = \alpha_j u_j(S)$. Тогда отношение силы к скорости одинаково для всех точек поверхности $S$ и называется обобщенным импедансом, а $u_j$ – собственной формой. Число обобщенных импедансов счетно, собственные формы образуют полную ортогональную систему функций, и по ним можно раскладывать все величины в (2).

Решение задачи (2) с помощью обобщенных импедансов приведено в работе [8] и имеет для подсистемы 2 следующий вид:

$$\mathbf{b} = (B + Q^T A Q)^{-1}\mathbf{f}. \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \ldots,]^T$, $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \ldots]^T$ – коэффициенты разложения поля $v^1$ и внешней силы $f_0$ по собственным формам $v_j$ подсистемы 2: $v^1 = \Sigma b_j v_j$, $f_0 = \Sigma f_j v_j$. Элементами диагональных матриц $A = \mathrm{diag}\,\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots\}$ и $B = \mathrm{diag}\,\{\beta_1, \beta_2, \ldots\}$ являются обобщенные импедансы подсистем 1 и 2 соответственно, матрица $Q$ описывает связь собственных форм $u_j$ и $v_k$ подсистем:

$$Q = \{q_{jk}\} = \{\frac{1}{S}\iint_S u_j(S)\, v_k(S)\, dS\}.$$

Решение (3) является основой для дальнейшего анализа. Норма вектора $\|\mathbf{b}\|$ характеризует здесь уровень искомого поля в подсистеме 2.

Рассмотрим предельный случай, когда собственные формы подсистем таковы, что в матрице $Q$ все элементы равны нулю кроме одного $q_{ik} \simeq 1$, т.е. тесно связаны только $j$-я форма подсистемы 1 и $k$-я форма подсистемы 2. Тогда из решения (3) следует, что отклик конструкции на воздействие равен

$$b_m = f_m/\beta_m, \quad m \neq k,$$
$$b_k = f_k/(\alpha_j + \beta_k), \qquad (4)$$

при этом внешняя сила в форме $v_k$ нагружена на сумму обобщенных импедансов $\alpha_j$ и $\beta_k$. Написав далее выражение для комплексного потока мощности, нетрудно из (4) получить следующий физический результат: наибольший обмен энергией между подсистемами и, соответственно, наибольшие уровни во второй подсистеме, при возбуждении по $k$-й форме будут на тех частотах, где выполняются два условия: 1) между $k$-й формой подсистемы 2 и $j$-й формой подсистемы 1 имеется большая связность ($q_{jk} \simeq 1$) – условие, аналогичное условию волнового совпадения, 2) сумма $j$-го обобщенного импеданса подсистемы 1 и $k$-го обобщенного импеданса системы 2 минимальна: $|\alpha_j + \beta_k| \longrightarrow \min$.

В общем случае каждая форма одной подсистемы связана с одной или несколькими формами другой подсистемы, а общий уровень поля подсистемы 2 определяется теми участками частотного спектра, где эта связность форм наибольшая и где суммы соответствующих обобщенных импедансов минимальны. В этом и состоит предлагаемый подход к физическому анализу полей составных конструкций, который, как показал опыт работы, чрезвычайно полезен для проектирования.

Предположим, что в одной из частей проектируемой конструкции – подсистеме 2 – уровни вибраций нужно сделать минимальными в заданном диапазоне частот. Процедура проектирования следующая.

Вычислив обобщенные импедансы и формы отдельных подсистем и проведя анализ их взаимодействия по изложенной выше схеме, находим наиболее виброактивные участки спектра и определяем, взаимодействием каких форм обусловлены высокие уровни. Выяснив это, нетрудно далее понять, как нужно изменить конструктивно подсистему 2 или 1, чтобы хотя бы одно из приведенных выше условий нарушалось в заданном частотном диапазоне.

Этот подход ранее использовался при анализе составных протяженных конструкций в работе [9], где в качестве взаимодействующих подсистем рассматривались упругие элементы и акустические объемы.

С помощью изложенного подхода была спроектирована несущая конструкция для прибора космической станции (проект "Марс"), чувствительного к механическим и акустическим нагрузкам [10]. Конструкция, удовлетворяющая требованиям по прочности, температурному режиму, вибрациям (помехи), оказалась в 10 раз легче применяемых для аналогичных целей устройств.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Morse P.M., Ingard K.U.* Thoretical acoustics. N.Y.: McGraw-Hill, 1968.
2. *Бреббиа К., Теллес Ж., Вроубел Л.* Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. 534 с.
3. *Колтон Д., Кресс Р.* Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987.
4. *Болотин В.В.* Случайные колебания упругих систем. М.: Наука, 1979.

5. *Лямшев Л.М.* Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1956. 140 с.
6. *Mathur G.P., Simpson V.F.* Structural-acoustic coupling in aircraft fuselage structures / Proc. of Second Int. Congress on Air- and Structure-borne sound and vibration. Auburn, USA. 1992. V. 1. P. 81 - 88.
7. *Хенл Х., Мауэ Ф., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 840 с.
8. *Бобровницкий Ю.И.* Расчет вибрационных и акустических полей инженерных конструкций // Докл. АН СССР. 1989. Т. 308. № 5. С. 1061 - 1065.
9. *Бобровницкий Ю.И.,Тютекин В.В.* Энергетические соотношения для составных волноводов // Акустич. журн. 1986. Т. 32. В. 5. С. 658 - 666.
10. Gamma Ray Spectrometer PGS for "Mars-96" / Proc. of 30th CASPAR Scientific Assembly. Hamburg, 14 - 20 July, 1994.