АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1995, том 41, № 3, с. 410 - 414

УДК 534.24

ДИФРАКЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ЖЕСТКОМ ВЫТЯНУТОМ СФЕРОИДЕ В ПОДВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

© 1995 г. **В. А. Григорьев*, В. М. Кузькин****

**Воронежский государственный университет*
394693 Воронеж, Университетская пл., 1
***Институт общей физики РАН*
117942 Москва, ул. Вавилова, 38

Поступила в редакцию 01.04.94 г.

Численным моделированием проведено изучение дифракции низкочастотных акустических волн на жестком вытянутом сфероиде в подводном звуковом канале. Алгоритм расчета, основанный на приближении плавной изменчивости океанической среды, показал достаточную эффективность и перспективность при расчете дифрагированных полей в океанических волноводах. Результаты расчета позволили выявить характерные масштабы изменения возмущенного поля, которые находятся в удовлетворительном согласии с наглядными физическими представлениями.

Решение ряда задач по акустической диагностике океана стимулировало в последнее время интерес к проблеме дифракции низкочастотных волн на пространственно-локализованных неоднородностях в плоско-слоистых волноводах. Современное состояние теории дифракции на телах в волноведущих системах таково [1], что на практике в основном используются приближенные методы, позволяющие во многих практически важных случаях сравнительно просто проанализировать структуру дифрагированных полей в многомодовых волноводах.

В данной работе рассматриваются особенности пространственно-временной структуры звукового поля, рассеянного движущейся неоднородностью в направлении падающей волны (рассеяние "вперед") в регулярном плоско-слоистом многомодовом волноводе. В качестве модели рассеивателя выбран жесткий вытянутый в горизонтальной плоскости сфероид.

Пусть точечный источник расположен в точке $Q_0(0, z_0)$ с координатами $\mathbf{r} = (0, 0)$, $z = z_0$, рассеиватель – в точке $Q_s(\mathbf{r}_s, z_s)$ с координатами $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s)$, $z = z_s$, а приемники – в точках $Q_i(\mathbf{r}, z_i)$ с координатами $\mathbf{r} = (x, y)$, $z = z_i$, $i = 1, 2, \ldots I$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор в горизонтальной плоскости (x, y).

Суммарное звуковое поле $U(\mathbf{r}, z_i)$ в точках приема запишем в виде суммы первичного $U_0(\mathbf{r}, z_i)$ и дифрагированного $U_s(\mathbf{r}, z_i)$ полей

$$U(\mathbf{r}, z_i) = U_0(\mathbf{r}, z_i) + U_s(\mathbf{r}, z_i), \tag{1}$$

которые представим в виде конечной суммы нормальных волн дискретного спектра

$$U_0(\mathbf{r}, z_i) = \sum_m a_m \Psi_m(z_i) H_0^{(1)}(\xi_m r), \tag{2}$$

$$U_s(\mathbf{r}, z_i) = \sum_\mu b_\mu \Psi_\mu(z_i) H_0^{(1)}(\xi_\mu \Delta r). \tag{3}$$

Здесь $a_m = \frac{i}{4}\Psi_m(z_0)$ – коэффициент возбуждения m-й моды первичного поля; ξ_m и $\Psi_m(z)$ – соответственно собственные значения и нормированные собственные функции задачи Штурма–Лиувилля; $H_0^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого порядка;

$$b_\mu = \frac{i}{4}\Psi_\mu(z_s)\sum_m S_{\mu m}(z_s) U_{0m}(r_s, z_s) \tag{4}$$

– коэффициент возбуждения μ-й моды дифрагированного поля, $\Delta r = |r - r_s|$ – горизонтальное расстояние от рассеивателя до приемников.

Предположим далее, что эффекты многократного рассеяния малы и выполняется приближение плавнонеоднородной среды. Для этого тело должно быть удалено от границ волноведущей системы на расстояние h, превышающее его вертикальный размер $2d$, $h > 2d$ [2] и должны быть малы фазовые изменения нормальных волн в пределах его вертикального масштаба, $2d < 0.5(\lambda^2 L(z_s))^{1/3}$ [3]. Здесь λ – длина звуковой волны, $L(z_s) = c(z)/|dc/dz|\,|_{z=z_s}$ – характерный масштаб изменения скорости звука $c(z)$ на глубине расположения неоднородности. Если теперь для амплитуды рассеяния тела вращения в свободном пространстве воспользоваться асимптотическим выражением (4) в работе [4], то в рамках приближенного подхода [5] для матрицы рассеяния $S_{\mu m}$

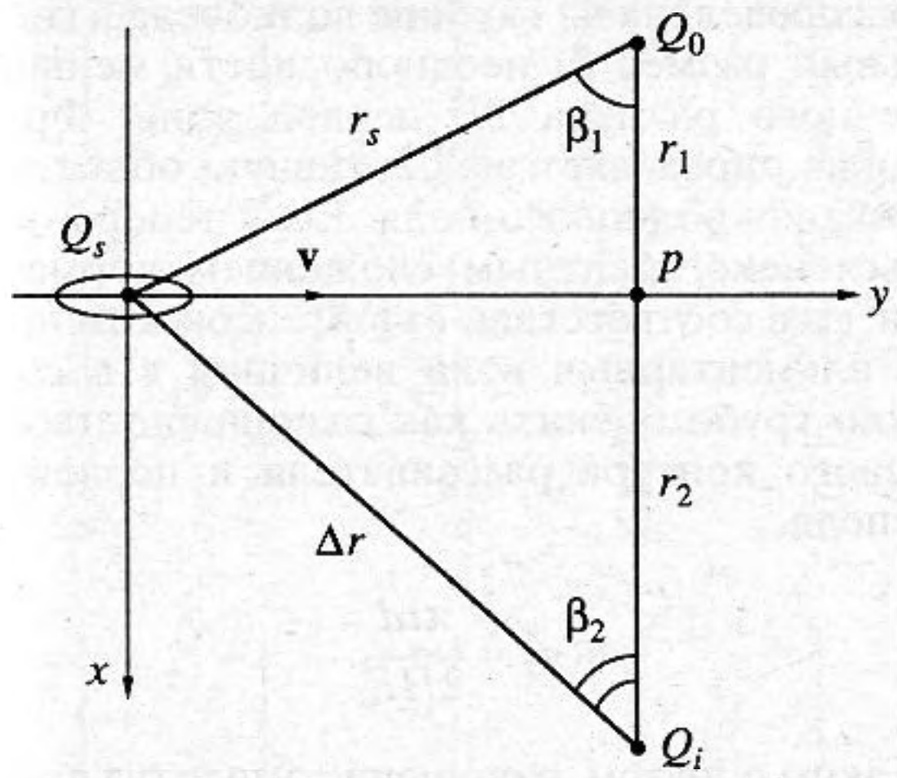

Рис. 1. Геометрия задачи.

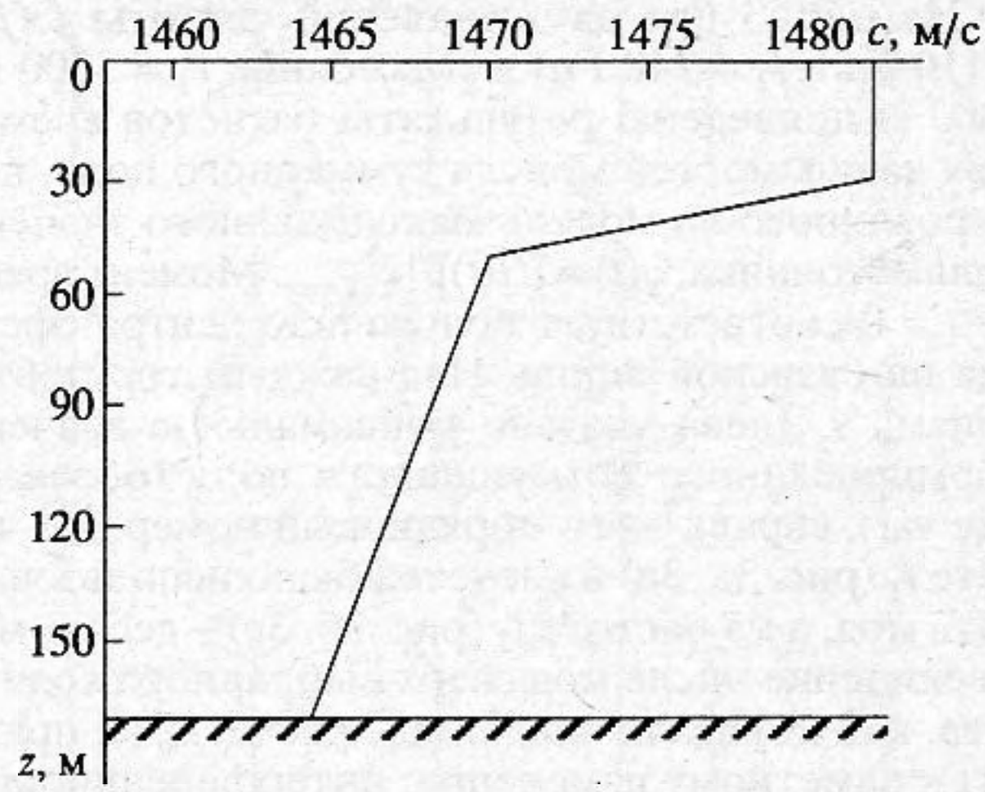

Рис. 2. Распределение скорости звука $c(z)$ по глубине волновода.

волноводных мод жесткого сфероида нетрудно получить

$$S_{\mu m}(z_s) = \begin{cases} 2\varepsilon^2 [\mathrm{Re}\{\xi_m\}\,\mathrm{Re}\{\xi_\mu\}\cos\beta_1\cos\beta_2 + \\ \quad + \gamma_m\gamma_\mu \operatorname{ctg}\varphi_m \operatorname{ctg}\varphi_\mu] \times \\ \quad \times \dfrac{\sin(\Omega_{m\mu} l) - (\Omega_{m\mu} l)\cos(\Omega_{m\mu} l)}{\Omega_{m\mu}^3}, \\ \quad \text{если } z_s > \bar{z}_{m,\mu}; \\ 0, \quad \text{если } z_s \le \bar{z}_{m,\mu}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\gamma_m = [(\omega/c(z_s))^2 - (\mathrm{Re}\{\xi_m\})^2]^{1/2}$ – вертикальная компонента локального бриллюэновского вектора m-й моды; $\varphi_m = \int\limits_{\bar{z}_m}^{z_s} \gamma_m(z)dz + \delta_m$ – набег фазы в вертикальной плоскости, $\bar{z}_m$ – точка заворота m-й моды или поверхность волновода, δ_m – каустический сдвиг фазы; $\Omega_{m,\mu} = \mathrm{Re}\{\xi_m\}\sin\beta_1 - \mathrm{Re}\{\xi_\mu\}\sin\beta_2$; β_1 и β_2 – азимутальные углы, определяющие ориентацию рассеивателя относительно горизонтальной базисной линии, соединяющей источник и приемники (рис. 1); $\varepsilon = d/l$ – отношение малой и большой полуосей сфероида.

Для численных расчетов был выбор регулярный плоскослоистый волновод глубиной $H = 170$ м, ограниченный сверху свободной поверхностью $z = 0$, а снизу – поглощающим жидким дном со следующими параметрами: отношение плотности грунта и воды $p = 1.8$, комплексный показатель преломления в дне $n = n_0(1 + i\alpha)$, $n_0 = 0.88$, $\alpha = 0.015$. Профиль скорости звука $c(z)$ показан на рис. 2. Точечный монохроматический источник частоты f расположен на глубине $z_0 = 150$ м, а приемники – на горизонтах $z_i = (84.4 + i7.2)$ [м], $i = 0, 1, \ldots, 9$. Сфероид ($d = 7.5$ м, $l = 75$ м) на глубине $z_s = 70$ м движется со скоростью $V = 3$ м/с по направлению нормали к базисной линии. Расстояние между источником и точками приема $r = 13\,850$ м.

По условиям задачи, как видно, приближенный подход [5] применим.

Приведенный выше алгоритм вычисления дифрагированного поля строго применим лишь к стационарным рассеивателям. При дифракции на движущихся телах необходимо учитывать эффект Допплера, но в данном численном эксперименте им можно пренебречь и рассматривать рассеиватель "замороженным", но с изменяющейся во времени ориентацией относительно направлений облучения и приема.

Действительно, как несложно показать, для энергонесущих низших мод, отвечающих малым углам скольжения, допплеровское смещение частоты можно оценить как

$$f_g \approx (2V/\lambda)\sin[(\beta_1 + \beta_2)/2]\cos[(\beta_2 - \beta_1)/2].$$

Неоднородность размером $2l$ вызывает дифракционное отклонение падающего на ее край луча на угол порядка $\lambda/2l$. При наблюдении рассеивающей неоднородности в главном лепестке дифрагированного поля длина волны связана с угловым сектором обзора соотношением $\max(\beta_1 + \beta_2) \sim \lambda/4l$, что дает $f_{g\max} \approx V/4l$. Подставив сюда исходные данные, для величины максимального допплеровского смещения частоты получим оценку $f_{g\max} \approx 10^{-2}$ Гц. Изменения частоты приводят к вариациям горизонтальных волновых чисел, равным $\delta\mathrm{Re}\{\xi_m\}_{\max} \approx 2\pi f_{g\max}/c(z_s)$, что составляет 4.5×10^{-6} м$^{-1}$. Ясно, что подобными поправками можно пренебречь и в расчетах дифрагированного поля пользоваться моделью "замороженной" локальной неоднородности.

На рис. 3 для двух значений частоты f (f_1 = = 110 Гц и f_2 = 240 Гц) и расстояний r_1 = 3700 м и 9300 м приведены результаты расчетов временных зависимостей модуля суммарного поля, нормированного на модель максимального значения поля источника, $q(t) = |U(t)|/|U_0|_{\max}$. Момент времени $t = 0$ соответствует положению центра сфероида на базисной линии. Над каждым горизонтом приема z_i слева указано максимальное значение нормированного возмущенного поля (обозначение var), справа – его порядковый номер. На частоте f_1 (рис. 3а, 3в) в расчетах было использовано пять мод, а на частоте f_2 (рис. 3б, 3г) – десять мод. Увеличение числа мод сверх выбранного количества, как показали численные расчеты, не приводит к заметному изменению интерференционной структуры звуковых полей.

Остановимся на некоторых характерных особенностях структуры диффрагированных полей.

Из рисунков видно, что длительность возмущения практически не зависит от глубины горизонта приема и, например, по нулевому уровню ($|U(t)| \approx |U_0|$ при $t \geq |T/2|$) на частотах f_1 и f_2 составляет соответственно 178 и 83 с на расстоянии r_1 = = 3700 м и 189 и 89 с на расстоянии r_1 = 9300 м.

Оценим длительность T возмущения. Максимальное горизонтальное смещение $D/2$ рассеивателя от базисной линии, для которого уровень дифрагированного поля в пределах ширины главного лепестка диаграммы направленности падает на порядок, можно оценить как $D/2 \approx F^2/2l$. Следовательно, длительность T составит

$$T \approx \frac{F^2}{lv}, \tag{6}$$

где $F = \sqrt{r_1 r_2 \lambda / r}$ – радиус первой зоны Френеля. Оценка (6) дает значения T = 165 и 75 с на расстоянии r_1 = 3700 м и 186 и 84 с на расстоянии r_1 = 9300 м, которые хорошо согласуются с величинами, полученными при помощи численных расчетов.

Качество дифракционной картины в точке приема можно характеризовать, например, параметром $g = ||U| - |U_0||/|U_0|$, показывающим во сколько раз амплитуда возмущенного поля меньше амплитуды первичного поля. По данным рис. 3 величина g, усредненная по всем десяти горизонтам приема z_i, на частотах f_1 и f_2 составляет соответственно $\langle g \rangle = 2.1 \times 10^{-2}$ и 3.9×10^{-2} на расстоянии r_1 = 3700 м и 5.2×10^{-2} и 7.1×10^{-2} на расстоянии r_1 = 9300 м. При статистическом усреднении значение $||U| - |U_0||$ бралось по уровню 0.7.

Оценим усредненный параметр $\langle g \rangle$. Для случая $|U_s| \ll |U_0|$, представляющего практический интерес, значение g можно записать как $g \approx |U_s|/|U_0|$. Положим далее, что в пределах глубины волновода H интенсивность звукового поля равномерно распределена по глубине волновода и горизонтальный размер $2l$ неоднородности меньше поперечного размера $2F$ первой зоны Френеля, которая определяет эффективную область формирования волнового поля. Если теперь ограничиться некогерентным сложением нормальных волн, то в соответствии с гюйгенсовским принципом элементарных волн величину g в среднем можно грубо оценить как отношение площадей теневого контура рассеивателя и первой зоны Френеля

$$\langle g \rangle \approx \frac{\pi l d}{2HF}. \tag{7}$$

Таким образом, отношение амплитуд дифрагированного и первичного полей изменяется с расстоянием r и длиной волны λ как $1/\sqrt{r\lambda}$. Энергетическую оценку (7) можно несколько подправить, полагая, что синфазному сложению подвергаются все M нормальных волн, эффективно участвующих в формировании дифрагированного поля. С учетом этой корректировки для максимального значения отношения получим

$$\langle g \rangle_{\max} \approx \sqrt{M} \langle g \rangle. \tag{8}$$

В океанических волноводах действующий состав нормальных волн, вносящих основной вклад в звуковое поле, при прочих равных условиях существенно зависит от расстояния. Поэтому значительный выигрыш в величине дифрагированного поля, равный $\sqrt{M}$, может быть практически достигнут лишь на расстояниях r, соответствующих области усредненного закона спадания поля.

При расстоянии r_1 = 3700 м оценка (7) на частотах f_1 и f_2 соответственно равна значениям $2.7 \times \times 10^{-2}$ и 4.1×10^{-2}. Увеличение амплитуды возмущения на расстоянии r_1 = 9300 м по сравнению с расстоянием r_1 = 3700 м, по-видимому, обусловлено когерентным сложением нормальных волн. Оценка (8) в этом случае дает значения 5.8×10^{-2} и 1.2×10^{-1}. Оценки (7), (8), как видно, правильно предсказывают порядок величины $\langle g \rangle$.

Из рис. 3 видно, что варьирование глубины приема изменяет структуру возмущенного поля. Ясно, что аналогичный эффект имеет место и при изменениях горизонтальных расстояний. В связи с этим представляет определенный интерес задача об оценке размеров области пространства, в которой структура возмущенного поля устойчива по отношению к возмущениям условий приема. Это позволит, в частности, оценить число приемников, необходимых для надежной регистрации дифрагированного поля. Для решения этого вопроса были проведены соответствующие численные расчеты, которые позволили выявить следующее: характерный минимальный продольный

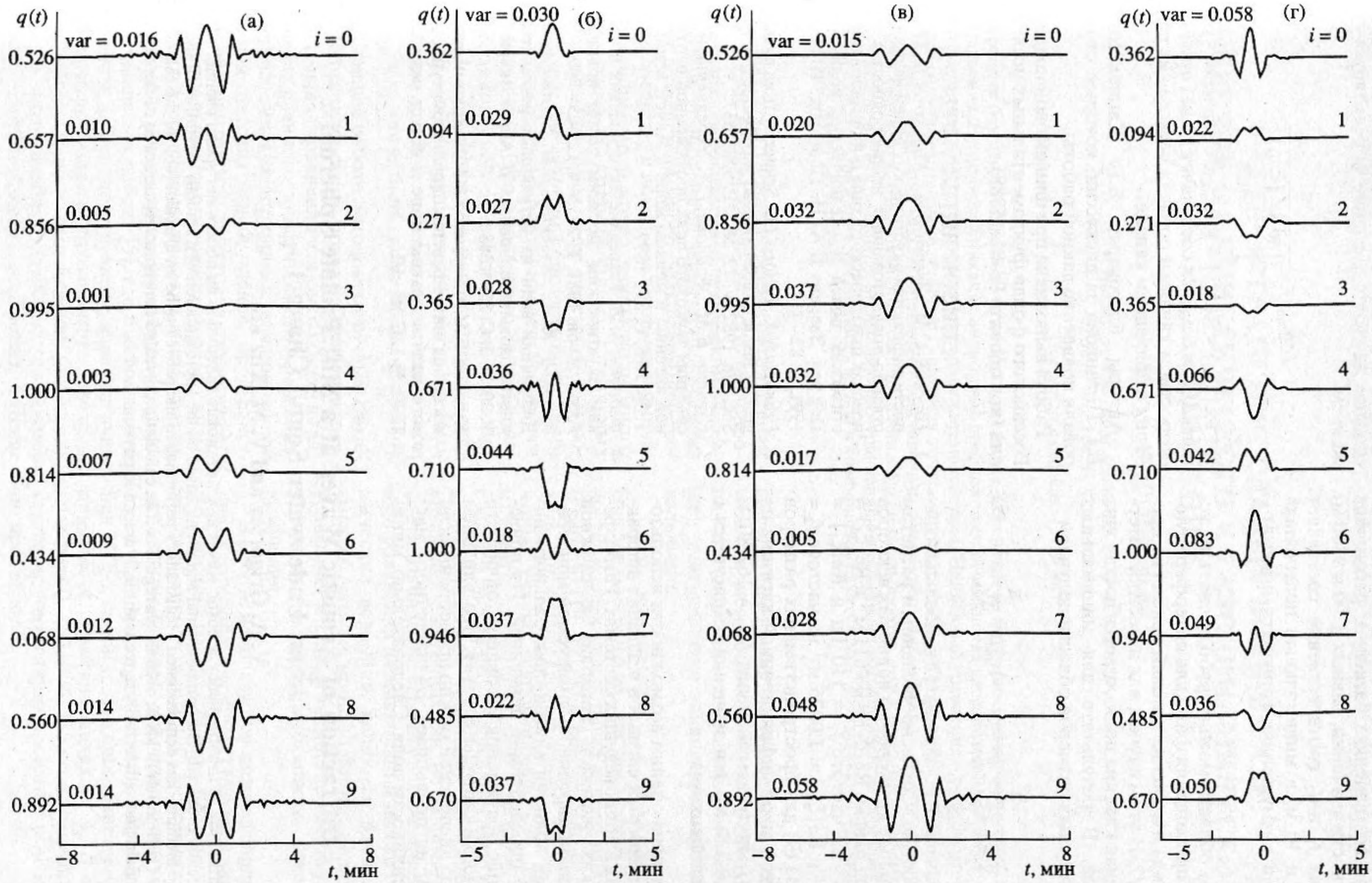

Рис. 3. Изменение поля со временем на горизонтах $z_i = (84.4 + i7.2)$ [м], $i = 0.1, \ldots, 9$: а – $f_1 = 110$ Гц, $r_1 = 3700$ м; б – $f_1 = 240$ Гц, $r_1 = 3700$ м; в – $f_1 = 110$ Гц, $r_1 = 9300$ м; г – $f_2 = 240$ Гц, $r_1 = 9300$ м.

размер (при возмущениях базисного расстояния r_1 в окрестности значений, равных 3700 и 9300 м) на частотах f_1 и f_2 соответственно составляет $\Lambda_{r\min} \approx 200$ и 10 м, а минимальный поперечный размер (при возмущениях горизонта приема) – $\Lambda_{z\min} \approx 6$ и 3 м.

Размеры области можно грубо оценить из условия, что приращения фазы для интерферирующих мод из-за изменения условий приема не превышают $\pi/2$. В этом случае, как известно, интерференционная картина поля остается достаточно контрастной. В результате для минимальных пространственных размеров области получаем

$$\Lambda_{r\min} \approx \frac{\pi}{2(\mathrm{Re}\,\{\xi_1 - \xi_M\})}, \quad \Lambda_{z\min} \approx \frac{\pi}{4\gamma_M}, \tag{9}$$

где M – наивысший номер моды с наибольшей фазовой скоростью. Согласно численным расчетам горизонтальные компоненты волновых векторов крайних мод равны: $\mathrm{Re}\{\xi_1\} = 0.4611$ м$^{-1}$ и $\mathrm{Re}\{\xi_5\} = 0.4514$ м$^{-1}$ на частоте $f_1 = 110$ Гц и $\mathrm{Re}\{\xi_1\} = 1.0274$ м$^{-1}$ и $\mathrm{Re}\{\xi_{10}\} = 1.0076$ м$^{-1}$ на частоте $f_2 = 240$ Гц. Из (9) для пространственных размеров области устойчивой дифракционной картины на частотах $f_1(f_2)$ получаем значения $\Lambda_{r\min} \approx 162(80)$ м и $\Lambda_{z\min} \approx 7.8(3.8)$ м. Эти значения согласуются с численными оценками.

В заключение оценим возможности использования узкополосных сигналов в задачах дифракции на телах в волноведущих системах. Интерференция таких сигналов приводит к сложной дифракционной картине, формируемой монохроматическими волнами внутри спектрального интервала Δf, определяемой девиацией. Из приведенного выше обсуждения условий устойчивости дифракционной картины следует, что влиянием волноводной дисперсией можно пренебречь, если девиация Δf не превышает 1/4 частотного масштаба изменчивости поля. Следовательно, минимальное значение девиации определяется выражением

$$\Delta\omega_{\min} = \frac{\pi}{2\left| r\dfrac{\partial \mathrm{Re}\,\{\xi_{1M}\}}{\partial\omega}\right|}, \tag{10}$$

где $\mathrm{Re}\{\xi_{1M}\} = \mathrm{Re}\{\xi_1\} - \mathrm{Re}\{\xi_M\}$. Согласно [6] величина $\Delta f_{\min} = \Delta\omega_{\min}/2\pi$ составляет доли Герца в изоскоростном канале и порядка нескольких единиц Герца в придонном канале.

Авторы благодарят Б.Г. Кацнельсона и В.Г. Петникова за дискуссии, которые стимулировали появление данной работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-02-15888).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горский С.М., Зверев В.А., Хилько А.И.* Особенности дифракции акустических полей на пространственно-локализованных неоднородностях в волноводах океанического типа // Формирование акустических полей в океанических волноводах / Под ред. Зверева В.А. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1991. С. 82 - 114.
2. *Uzunoglu N.K., Fikioris J.G.* Scattering from an inhomogeneity inside a dielectric-slad wave guide // J. Acoust. Soc. Am. 1982. V. 72. № 5. P. 628 - 637.
3. *Кузькин В.М., Фролова Т.А.* Усредненный закон спадания звукового поля протяженной вертикальной антенны в мелком море // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 5. С. 891 - 897.
4. *Федорюк М.В.* Рассеяние акустических волн тонким акустическим жестким телом вращения // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 4. С. 605 - 609.
5. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М., Петников В.Г.* Дифракция волн на регулярных рассеивателях в многомодовых волноводах // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 339 - 343.
6. *Кузькин В.М., Петников В.Г.* Оценки частотного масштаба интерференционной структуры звукового поля в мелком море // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 88 - 92.

Diffraction of Acoustic Waves at a Stiff Prolate Spheroid in an Underwater Sound Channel

V. A. Grigor'ev and V. M. Kuz'kin

The diffraction of low-frequency acoustic waves at a stiff prolate spheroid in an underwater sound channel is numerically modeled. The computational algorithm, based on the approximation of a smooth variability of the oceanic medium, has demonstrated a satisfactory performance and proved to be an efficient tool for the calculation of diffraction fields in oceanic waveguides. The calculation revealed the characteristic scales of the disturbed field that satisfactorily agree with easily tractable physical models.