АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1995, том 41, № 3, с. 465 - 469

УДК 534.26

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА КРУГОВОМ ЭКРАНЕ ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ЖЕСТКОЙ ПЛАСТМАССЫ

© 1995 г. К. В. Маляров

Центральный научно-исследовательский институт "Морфизприбор"

197376 С.-Петербург, Чкаловский пр., 46

Поступила в редакцию 15.02.94 г.

Для двумерной задачи численно определяется звуковое давление по дуге поверхности импедансного экрана, размещенного коаксиально внутри круговой цилиндрической оболочки из жесткой пластмассы в жидкости. Обсуждается влияние импеданса экрана, толщины слоя жидкости между ним и оболочкой на прохождение звука и переизлучение возникающей при этом волны Лэмба продольного типа.

Прохождение звука через пластины и оболочки в жидкости сопровождается образованием ряда эффектов, связанных с возбуждением упругих волн различных видов [1, 2]. Для пластин больших волновых размеров из жесткой пластмассы основное влияние оказывает симметричная (продольная) волна Лэмба. Вблизи углов ее пространственного совпадения рост толщинных колебаний может привести, в частности, к снижению звукового давления в прошедшей плоской волне до нуля [3]. Минимум в угловой зависимости поля сохраняется и на поверхности отражающего экрана, размещенного внутри сферической оболочки из пластмассы и отделенного от нее слоем жидкости [4]. В последнем случае существуют также дополнительные перепады звукового давления, обусловленные распространением волн по оболочке и жидкому промежутку между ней и экраном.

Результаты работы [4] получены при расчетах на ЭЦВМ для одной фиксированной геометрии, в которой отношение толщин оболочки и жидкого слоя к радиусу оболочки составляет соответственно 0.04 и 0.25. Вместе с тем неясно, каково влияние отдельных факторов на картину поля, поэтому требуется дальнейший анализ прохождения звука при других наборах параметров оболочки и экрана.

В данной работе для этой цели используется двумерная модель системы круговых цилиндрических слоев с внутренним коаксиальным импедансным экраном. Рассмотрение ограничивается радиусами оболочки более длины волны и интервалом малых относительных толщин жидкого слоя.

Зависимость звукового давления $P(\theta)$ на поверхности экрана от угла дуги θ при падении плоской монохроматической волны представляется рядом [4, 5]

$$p(\theta) = \frac{2iz}{\pi x}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{(-i)^n}{L_n H_n^{(1)\prime}(x)}e^{-in\theta}, \qquad (1)$$

где z – импеданс поверхности экрана; x – внешний волновой радиус оболочки, $x = kR$; k – волновое число в жидкости; R – внешний радиус оболочки; $L_n = z_i(T_{11} + zT_{12}) + T_{21} + T_{22}z$; $z_i = i\rho c H_n^{(1)}(x)/H_n^{(1)\prime}(x)$ – импеданс излучения в моде "n" во внешнюю жидкость; ρc – волновое сопротивление жидкости; $H_n^{(1)}(x)$, $H_n^{(1)\prime}(x)$ – функция Ханкеля и ее производная.

Двухрядная результирующая матрица передачи $[T]$ в моде "n" связывает радиальные колебательные скорости и давления на внешней границе оболочки и поверхности экрана и определяется произведением матриц $[T] = [M][F]$, где $[M]$ – матрица передачи упругой оболочки; $[F]$ – матрица передачи слоя жидкости. Выражения для элементов этих матриц, включающие разностные функции Бесселя и сокращающие затраты времени и памяти ЭЦВМ при вычислениях, приведены в приложении.

Для выделения вклада оболочки и уменьшения влияния переотражений в слое жидкости численный эксперимент выполнялся прежде всего для нулевой толщины этого слоя и экрана с отношением $z/\rho c = 1.13$. При таком отношении коэффициент отражения звука от экрана в плоском случае при углах падения близких к нормали не превышал 0.07. Отношение плотности пластмассы к плотности жидкости составляло 1.65, а отношения скоростей волн в ее материале к скорости в жидкости – соответственно 2.14 для продольной

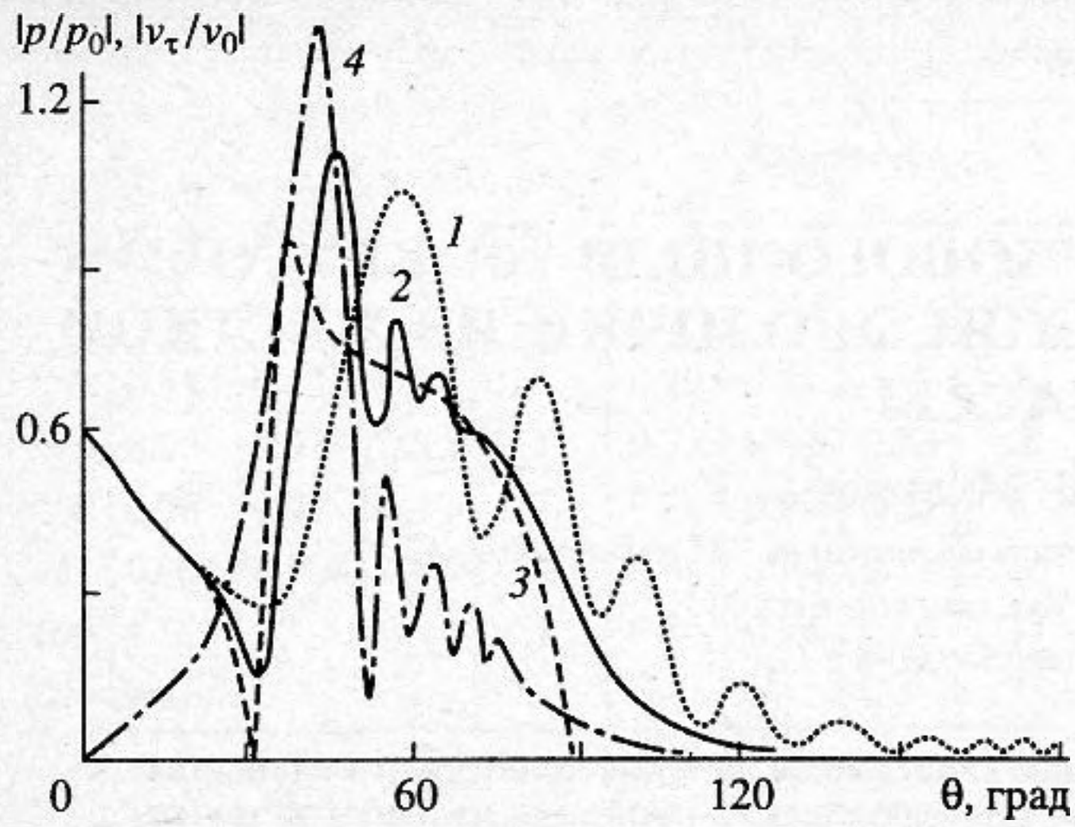

Рис. 1. Угловые зависимости поля для оболочки $\Delta x = 3$ с поглощающим экраном: *1*, *2*, *3* – звуковые давления на экране при $x_0 = 67.5$, $x_0 = 156$ и $x_0 \longrightarrow \infty$ соответственно; *4* – составляющая колебательной скорости вдоль дуги оболочки на ее средней линии при $x_0 = 156$.

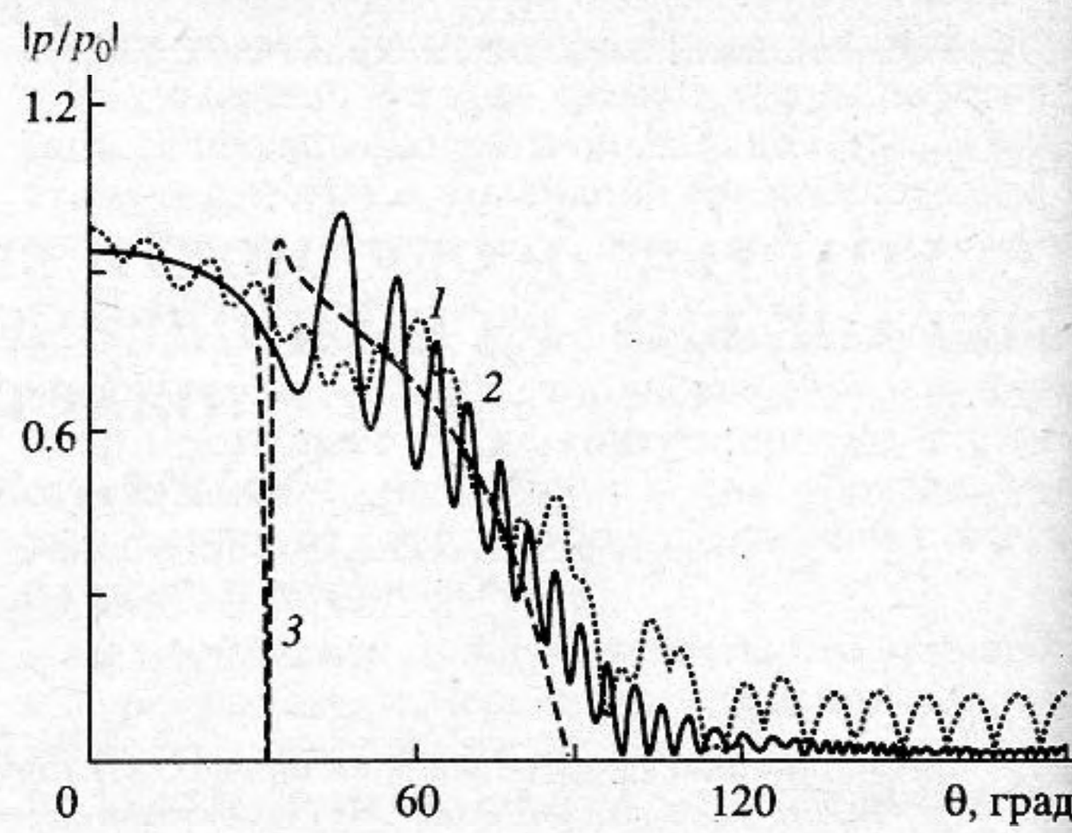

Рис. 2. Зависимость звукового давления от угла на поглощающем экране для оболочки $\Delta x = 0.75$: *1* – при $x_0 = 67.5$; *2* – при $x_0 = 156$; *3* – при $x_0 \longrightarrow \infty$.

и 1 – для поперечной волны. В большинстве расчетов предполагалось, что внутренние потери в пластмассе отсутствуют.

Для оболочек волновых толщин $\Delta x = 3$ и $\Delta x = 0.75$ угловые зависимости модуля звукового давления по дуге экрана при его волновых радиусах $x_0 = 67.5$ и $x_0 = 156$ показаны на рис. 1 и 2. Для сравнения здесь же приведена высокочастотная асимптотика поля, рассматривавшаяся в соответствии с работой [6] как результат прохождения луча через бесконечный плоский слой, касающийся экрана при угле дуги θ. Оценка звукового давления при этом проводилась по формуле

$$p(\theta) \approx \frac{2z}{L_\nu} e^{-ix\cos\theta}, \qquad (2)$$

в которой пренебрегалось величинами порядка x_0^{-1}, а L_ν рассматривалась как функция непрерывного индекса $\nu = x\sin\theta$ и для нее использовались выражения элементов матриц передачи плоских слоев [7].

Как следует из рис. 1 и 2, результаты расчетов при волновом радиусе $x_0 = 156$ для ряда (*1*) и в лучевом приближении (*2*) на углах экрана до 20° - 30° почти не отличаются, однако при дальнейшем увеличении дуги между ними появляется некоторое расхождение.

Минимум прохождения звука уже не равен нулю, более сглажен и смещен в сторону увеличения угла. Формально такие отклонения обусловлены несправедливостью оценки (2) в области существования особенностей функции L_ν. С другой стороны, в отличие от бесконечной пластины в поле плоской волны, колебания каждого участка оболочки возбуждаются своей фазой и ее градиентом на дуге. Из-за жесткости оболочка не реагирует локально на приложенные воздействия, поэтому звуковое давление при угле минимума повышается за счет передачи колебаний с других участков по дуге. Уменьшение волнового радиуса приводит к увеличению такой передачи и дальнейшему сглаживанию минимума прохождения.

Под влиянием кривизны происходит также смещение по углу и увеличение максимума прохождения. Оно является разновидностью известных явлений, связанных с боковой волной от точечного источника вблизи границы раздела двух сред и отражением ограниченных волновых пучков [7]. Для оболочки это смещение обусловлено образованием направленной в сторону увеличения дуги волны Лэмба с преобладающими продольными колебаниями. Она формируется на некотором участке оболочки, где ее фазовая скорость близка к скорости следа по дуге падающей плоской волны. При этом, как показывают расчеты (рис. 1), первоначально появляется максимум составляющей колебательной скорости вдоль дуги, а затем уже максимум звукового давления. Если условно определить этот участок расстоянием от угла возбуждения продольной волны в плоском слое до угла максимума составляющей колебательной скорости вдоль дуги, то его протяженность лежит в пределах от длины этой волны при $x_0 = 37.5$ до примерно двух тех же волн при $x_0 = 156$ для принятых параметров пластмассы. Излучение распространяющейся волны Лэмба, складываясь с полем локально прошедших лучей, приводит к осцилляциям звукового давления на экране. Шаг этих осцилляций при больших волновых радиусах зависит от функции $\cos(x\cos\theta + x_l\theta + \Psi_\theta)$, где слагаемое $x\cos\theta$ дает

набег фазы луча в падающей плоской волне, $x_l\theta$ – набег фазы волны Лэмба при ее волновом радиусе в оболочке x_l, а Ψ_0 – добавки фазы, связанные с возбуждением и переизлучением упругой волны, а также ее изменением при прохождении луча через оболочку, которыми в первом приближении можно пренебречь по сравнению с предыдущими слагаемыми. Рост фазы периферической волны с увеличением угла θ компенсируется уменьшением набега геометрического луча, поэтому шаг осцилляции меняется по дуге экрана, превышая длину упругой Лэмбовской волны в оболочке в освещенной области.

На затухание волны Лэмба за счет излучения существенно влияет толщина оболочки и слабо, при волновых радиусах более 15 - 20, ее кривизна. Для толщины оболочки $\Delta x = 3$ осцилляции давления от периферической волны простираются по дуге на 7 - 8 ее длин, поэтому при волновых радиусах менее 40 они захватывают и зону тени.

Для меньшей толщины оболочки $\Delta x = 0.75$ потери на излучение периферической волны продольного типа снижаются, что более чем в два раза увеличивает длину дуги, на которой она дает вклад в поле на экране. В интервале волновых радиусов от 5 до 60 - 70 это приводит к появлению дополнительной модуляции прохождения звука с перепадом 0.05 - 0.08 в освещенной области. Однако ослабление за счет излучения во внешнюю и внутреннюю области в этом случае оказывается достаточным для того, чтобы на резонансах парциальных мод "сухой" оболочки [8, 9] уровни этой модуляции не изменялись значительно в освещенной области, а подъем максимумов на углах тени не превышал 1.3 - 1.8 раз от значений вне резонансов.

При увеличении толщины жидкого слоя между оболочкой и звукопоглощающим экраном в пределах полуволны общий вид угловой зависимости в целом не меняется, если не учитывать близкого к геометрическому дополнительного смещения по дуге максимума прохождения и последующих перепадов уровня звукового давления от периферической волны, а также некоторого их возрастания в области тени.

При резком отличии импеданса экрана от волнового сопротивления жидкости в ее слое образуются переотражения звука. Их величина и вызванная ими неравномерность поля зависят от толщин оболочки и слоя, и складываются из лучевой (геометрической) части и части, связанной с условиями возбуждения и распространения периферических волн. Для пластмассовых оболочек небольшой толщины ($\Delta x < 1.5$), при радиальном размере жидкого слоя менее полуволны, модуляция от переотражения лучей в освещенной области имеет плавный характер и может быть отделена от более мелкомасштабных перепадов

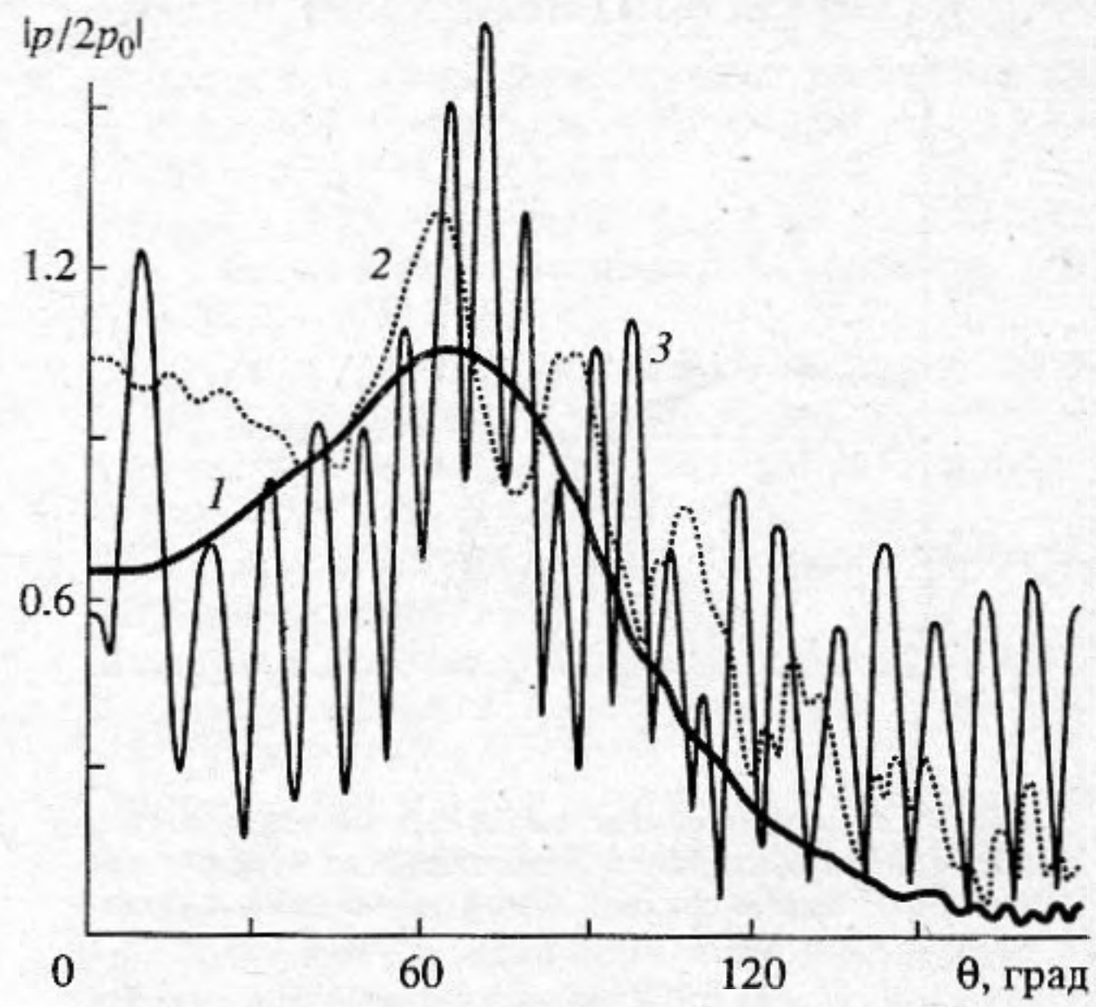

Рис. 3. Зависимость звукового давления от угла на отражающем экране для оболочки $\Delta x = 0.75$, $x_H = 35.8$ при толщинах жидкого слоя: *1* – $kd = 1.68$; *2* – $kd = 0$; *3* – $kd = 1.73$.

от волны Лэмба. Вместе с тем при преобладающем реактивном импедансе со стороны экрана эта периферическая волна, ее вклад в поле, как показывает численный анализ, может усиливаться или ослабляться в зависимости от размера жидкого слоя, и параметров оболочки, в частности, близости к резонансным радиусам парциальных мод "сухой" оболочки.

Распределения звукового давления на экране для одного из таких радиусов, когда по средней линии окружности оболочки укладывается 20 длин продольной волны в пластине, приведены на рис. 3. Для пластмассы приняты те же параметры что и ранее. Толщина оболочки $\Delta x = 0.75$, внешний волновой радиус $x_H = 35.8$, импеданс экрана $z/\rho c = -20i$. При волновой толщине жидкого слоя $kd = 1.68$ пространственная модуляция прошедшего поля из-за волны Лэмба почти отсутствует. Для $kd = 0$ ее перепады сразу за зоной возбуждения этой волны достигают 0.25 относительно удвоенного давления в падающей волне и слабо выражены при малых углах по дуге. При $kd = 1.73$ отраженное от экрана поле начинает компенсировать потери на излучение в периферической волне и происходит ее резонансное усиление по окружности, при котором перепады звукового давления достигают 0.5 - 0.65 даже в освещенной области. Таким образом, при отражающем экране, в отличие от поглощающего, в условиях материала без потерь, добротность резонансов парциальных мод оказывается значительно выше, но в то же время проявление их самым существенным образом зависит от величины

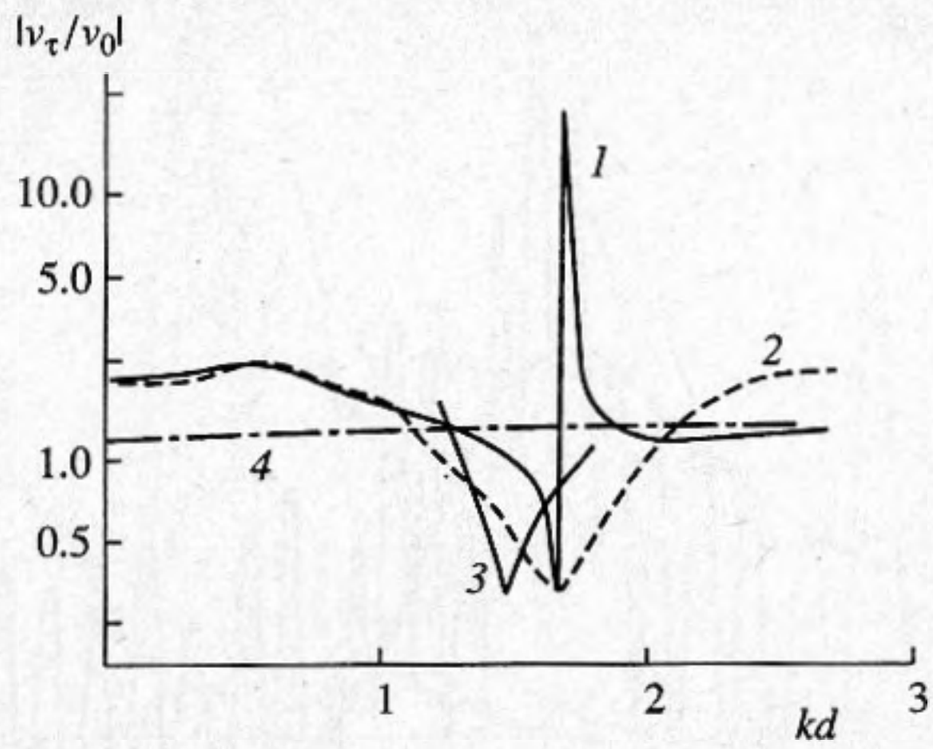

Рис. 4. Зависимость максимальных значений составляющей колебательной скорости вдоль дуги оболочки $\Delta x = 0.75$ на ее средней линии от толщины жидкого слоя: *1*, *2*, *3* – отражающий экран, *1* – $x_H = 35.8$, *2* – $x_H = 35.3$, *3* – $x_H = 84.6$; *4* – поглощающий экран, $x_H = 35.8$.

зазора. Вместе с тем введение внутренних потерь в пластмассу, уже при их коэффициентах порядка 0.01 - 0.02, подавляет резонансное усиление, при $kd \approx 1.71$ - 1.73 начинает преобладать эффект ослабления, а угловая зависимость поля на экране перестает заметно отличаться от данных для $kd = 1.68$. Вне условий резонансов парциальных мод внутренние потери в пластмассе слабо сказываются на явлении ослабления.

Этим эффектам изменения поля излучения волны Лэмба на экране соответствует зависимость максимальных значений колебательной скорости вдоль дуги оболочки на ее средней линии от толщины жидкого слоя kd. Она приведена на рис. 4 для оболочки с волновой толщиной $\Delta x = 0.75$ при волновых радиусах $x_H = 35.8$ (резонанс моды), $x_H = 35.3$ и $x_H = 84.6$. Потери в пластмассе отсутствуют. Для сравнения нанесена кривая для случая звукопоглощающего экрана с $z/\rho c = 1.13$. Величины скорости вдоль дуги оболочки в минимумах возбуждения волны Лэмба при отражающем экране оказываются более чем в 3 раза ниже соответствующих значений для поглощающего экрана, которые, в свою очередь, слабо зависят от значения kd. Интервал волновых толщин жидкого слоя, на которых происходит ослабление, вне резонансов парциальных мод шире, чем на них. Вместе с тем с ростом волновых радиусов происходит его сужение и некоторое смещение в сторону меньших значений.

Рассмотренные эффекты можно трактовать как результат взаимного усиления или ослабления составляющих звукового поля, возбуждающих волну Лэмба с противоположных сторон оболочки при реактивном характере нагрузки со стороны жидкого слоя.

Численный анализ показывает, что отклонения упругих параметров пластмассы в пределах до 30%, импеданса экрана при сохранении полного отражения от него не исключают явлений усиления и ослабления периферической волны Лэмба, хотя значения толщины жидкого слоя при этом могут изменяться.

Для более толстых пластмассовых оболочек ($\Delta x \sim 3$) исследование поля на отражающем экране заметно усложняется как из-за существенного увеличения неравномерности, вызванного переотражением лучей, так и из-за роста вклада других периферических волн, в частности, волн, скорость которых близка к ее величине в жидкости. Однако и в этом случае, как показывают выборочные расчеты, возможно ослабление и усиление волны Лэмба продольного типа, уменьшение ее затухания вдоль дуги оболочки.

Автор благодарен О.Ф. Сивацкой за помощь при выполнении работы.

Приложение

Элементы двухрядной матрицы передачи цилиндрической упругой оболочки определяются через элементы матрицы передачи ее упругого слоя в составе пакета таких слоев для моды "n"

$$M_{11} = m_{11} - m_{12}m_{41}/m_{42};\quad M_{12} = m_{13} - m_{12}m_{43}/m_{42};$$

$$M_{21} = m_{31} - m_{32}m_{41}/m_{42};\quad M_{22} = m_{33} - m_{32}m_{43}/m_{42}.$$

Необходимые элементы m_{ik} можно представить в виде

$$m_{11} = l_1c_{1x} + 2tc_{2y} + 2/y_1(qs_{1x} + ts_{2y});$$

$$m_{12} = 2in/y_1\,[qs_{1x} - \beta l_1 s_{2y}/2 - 1/y_1(c_{1x} - \beta c_{2y})];$$

$$m_{13} = -i/a\,(qs_{1x} + ts_{2y});$$

$$m_{31} = -2ia\,\{l_1l_2s_{2x}/(2q) + 2ts_{1y} + 1/y_1\,[\beta l_1c_{1x} - l_2c_{2x} + 2t(\beta c_{2y} - c_{1y}) + 2(qs_{1x} + ts_{2y})/(y_1y_2)\}];$$

$$m_{32} = 4an/y_1\,\{-l_2c_{2x}/2 + \beta l_1c_{1y}/2 - [l_2s_{2x}/(2q) - q\beta s_{1x} - \beta s_{1y} + \beta^2 l_1 s_{2y}/2]/y_1 + (\beta c_{2y} - c_{1x})/(y_1y_2)\};$$

$$m_{33} = l_2c_{2x} + 2tc_{1y} - 2/y_2(qs_{1x} + ts_{2y});$$

$$m_{41} = -2an/y_1\,\{\beta l_1c_{1x} - l_2c_{2y} + 1/y_1 \times (2q\beta s_{1x} - \beta^2 l_1 s_{2x}/q + 2\beta s_{1y} - l_2s_{2y}) + 2(\beta c_{2x} - c_{1y})/(y_1y_2)\};$$

$$m_{42} = -2ia\,\{2qts_{1x} + l_1l_2s_{2y}/2 + 1/y_1 \times [2t(\beta c_{2x} - c_{1x}) - l_2c_{2y} + \beta l_1c_{1y}] + 2(t/qs_{2x} + s_{1y})/(y_1y_2)\};$$

$$m_{43} = in/y_1\,[2\beta qs_{1x} - l_2s_{2y} + 2(\beta c_{2x} - c_{1y})/y_2].$$

Здесь обозначено: $l_j = 1 - 2n^2/y_j^2$; $q = x_j/y_j$; $\beta = x_1/x_2$;

$t = n^2/(y_1 y_2)$; $a = \rho_c c_t$; x_j и y_j – волновые радиусы по продольным и поперечным волнам в материале оболочки, индекс $j = 1$ соответствует внутренней границе оболочки, индекс $j = 2$ – внешней, ρ_c и c_t соответственно плотность и скорость поперечных волн в материале. Функции c_{jx} и s_{jx} выражаются следующим образом:

$$c_{1x} = b\,[J_n(x_1)N_n'(x_2) - J_n'(x_2)N_n(x_1)]\,;$$

$$s_{1x} = b\,[J_n'(x_1)N_n(x_2) - J_n'(x_2)N_n(x_1)]\,;$$

$$s_{2x} = b\,[J_n(x_1)N_n(x_2) - J_n(x_2)N_n(x_1)]\,;$$

$$c_{2x} = b\,[J_n(x_2)N_n'(x_1) - J_n'(x_1)N_n(x_2)]\,;\quad b = \pi x_1/2.$$

Здесь $J_n(x_j)$, $N_n(x_j)$, $J_n'(x_j)$, $N_n'(x_j)$ – функции Бесселя, Неймана и их производные соответственно. c_{jy}, s_{jy} имеют аналогичный c_{jx}, s_{jx} вид при замене x_j на y_j.

Элементы матрицы передачи жидкого слоя также представляются через функции c_{jx}, s_{jx} с соответствующими волновыми радиусами: $F_{11} = c_{1x}$; $F_{12} = -is_{1x}/\rho c$; $F_{21} = -i\rho c s_{2x}$; $F_{22} = c_{2x}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лямшев Л.М.* Отражение звука от тонких пластин и оболочек в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 73 с.
2. *Макаров В.И., Фадеева И.А.* Об излучении звука оболочками в звуковом поле // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2. С. 261 - 263.
3. *Рыбак С.А., Тартаковский Б.Д.* Об одном случае полной звукоизоляции при прохождении звука через слоистосимметричную перегородку // Акуст. журн. 1961. Т. 8. № 4. С. 497 - 499.
4. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 301 с.
5. *Doolittle R.D., Überall H.* Sound scattering by elastic cylindricall shells // J. Acoust. Soc. Amer. 1966. V. 39. № 2. P. 272 - 275.
6. *Шендеров Е.Л.* Высокочастотная асимптотика решения задачи о прохождении звука через упругую оболочку // Акуст. журн. 1971. Т. 17. № 2. С. 290 - 298.
7. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 341 с.
8. *Gaunaurd G.C.* Sonar cross section of coated hollow cylinder in water // J. Acoust. Soc. Amer. 1977. V. 61. № 2. P. 360 - 368.
9. *Векслер Н.Д.* Акустическая спектроскопия. Таллинн: Валгус, 1989. 323 с.

The Sound Field at a Circular Screen in a Hard-Plastic Cylindric Shell

K. V. Malyarov

The sound pressure is determined numerically along the surface arc of an impedance screen located coaxially inside a circular cylindric shell of hard plastic in a fluid. A two-dimensional problem is considered. The influence of the screen impedance and the thickness of the fluid layer between the screen and the shell on the propagation of sound and the re-emission of an induced longitudinal Lamb wave is discussed.