АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1995, том 41, № 3, с. 474 - 482

УДК 534.231.1

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННАЯ СТРУКТУРА ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ ДАВЛЕНИЯ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 1995 г. Ю. В. Петухов

Научно-исследовательский радиофизический институт
603600 ГСП-51 Н. Новгород, ул. Большая Печерская, 25

Поступила в редакцию 10.05.94 г.

Проведено последовательное теоретическое рассмотрение скользящего спектрального анализа достаточно широкополосных импульсных сигналов давления, распространяющихся в плавнонеоднородных по трассе океанических волноводах. Сформулированы необходимые и достаточные условия для разрешения в частотно-временной области модовых импульсов. Показано, что эти же условия, но записанные в приближении ВКБ, существенно уточняют полученные ранее соотношения. Выполнен также анализ влияния частотных зависимостей амплитуд мод на временну́ю зависимость спектральных компонент соответствующих модовых импульсов. Теоретически установлено и экспериментально обнаружено неизвестное ранее явление минимального дисперсионного расплывания взрывных сигналов на определенной частоте в мелководном океаническом волноводе.

При разработке систем подводного видения неоднородностей водной среды [1, 2] и осадочной толщи [3, 4] Мирового океана все большее применение находят томографические методы, использующие для решения соответствующих обратных задач лучевое представление поля в стратифицированных океанических волноводах. Для реализации методов лучевой томографии необходима идентификация лучей, которая осуществляется либо по временам прихода соответствующих им импульсных сигналов [1 - 3], либо по углам прихода соответствующих им тональных сигналов [4, 5]. В условиях глубоководного океанического волновода и при достаточно высокочастотных акустических возмущениях такая идентификация лучей оказывается возможной почти всегда [6 - 8]. Однако при использовании источников низкочастотных акустических сигналов, когда в глубоководных [9, 10], а тем более в мелководных [11 - 13] океанических волноводах возбуждается малое число мод, идентификация лучей затрудняется, особенно на значительных расстояниях [14]. В такой ситуации применимы различные схемы модовой томографии водной среды [7, 15, 16] и осадочной толщи [17, 18] Мирового океана, для реализации которых необходима уже идентификация мод. Соответствующее разрешение мод возможно осуществить для тональных сигналов с использованием антенн [14, 19], а для импульсных сигналов – с использованием скользящего спектрального анализа импульсного отклика в мелководных [11 - 13] и глубоководных [20 - 25] океанических волноводах. Последний метод определения модового состава поля нашел более широкое применение, поскольку позволяет в одной точке приема одновременно получать частотные зависимости групповых скоростей мод в широком диапазоне частот, что существенно упрощает решение соответствующих обратных задач, например, о восстановлении стратификации скорости звука в осадочной толще дна мелкого моря [11, 13, 26]. В этой связи остановимся здесь на подробном обсуждении возможностей скользящего спектрального анализа импульсного отклика в океанических волноводах для идентификации мод.

Как известно [11 - 13, 20 - 25], результаты скользящего спектрального анализа представляются обычно в плотностной записи на плоскости частота–время (f–t), где при выполнении определенных условий и происходит разделение модовых импульсов, которым соответствуют характерные зависимости времени распространения $t_l(f) = r/c_{\text{г}l}(f)$ от частоты (r – горизонтальное расстояние между корреспондирующими точками, $c_{\text{г}l}(f)$ – групповая скорость моды с соответствующим номером l). Вопрос о разрешении модовых импульсов в океанических волноводах при тонально-импульсном излучении рассматривался впервые в [27], а затем – в [7, 14, 16, 28] с использованием ВКБ приближения для модового представления поля в однородных по трассе волноводах. Следует отметить, что в [28] не было получено каких-либо новых результатов по сравнению с имевшимися в предыдущих работах [7, 27], однако в ней были сделаны некорректные выводы о разрешении модовых импульсов в плоскослоистых волноводах (см. анализ неравенства (7) в [28]). Вопрос о разрешении модовых импульсов при существенно широкополосном излучении и с использованием аналогичных [7, 14, 16, 27, 28]

приближений обсуждался в [14, 21 - 24, 27], однако в этих работах не проведено последовательного теоретического описания скользящего спектрального анализа поля модовых импульсов.

Именно поэтому, настоящая работа, хотя и имеет в большинстве своем методический характер, посвящена приближенному корректному описанию скользящего спектрального анализа поля модовых импульсов в однородных и плавнонеоднородных по трассе стратифицированных океанических волноводах и определению необходимых и достаточных условий разрешения модовых импульсов в частотно-временной области. Кроме того, здесь выполнены как теоретические, так и экспериментальные исследования влияния частотных зависимостей амплитуд мод на дисперсионное расплывание широкополосных взрывных сигналов в мелководном океаническом волноводе.

С целью получения более общих, чем в [7, 14, 16, 21 - 24, 27, 28], результатов рассмотрим океанический волновод с плавными изменениями акустических характеристик вдоль трассы распространения импульсного сигнала давления. При получении частотной зависимости времени распространения каждого модового импульса в рамках скользящего спектрального анализа необходимо вычислить спектр

$$S(t, \omega, T) = \left| \int\limits_{t-T/2}^{t+T/2} p'(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \tag{1}$$

возмущения давления $p'(t)$. Подставляя в (1) выражение для $p'(t)$ в адиабатическом приближении невзаимодействующих мод [29, 30] в виде, аналогичном [27]:

$$p'(t) = \frac{1}{\sqrt{r}} \int\limits_0^\infty \sum_{l=1}^{L(\omega)} S_0(\omega) A_l(z_s, z_r, \xi_l(r)) \times \\ \times \exp\left[i \left(\int\limits_0^r \xi_l(r) dr - \omega t \right) \right] d\omega + \text{к. с.}, \tag{2}$$

получаем

$$S(t, \omega, T) = \\ = \left| \frac{e^{i\omega t}}{\sqrt{r}} \int\limits_0^\infty S_0(\omega') \sum_{l=1}^{L(\omega')} A_l(z_s, z_r, \xi_l'(r)) \frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega' - \omega)\right]}{\omega' - \omega} \times \right. \\ \left. \times \exp\left[-i \left(\omega' t - \int\limits_0^r \xi_l'(r) dr \right) \right] d\omega' + \text{к. с.} \right|^2. \tag{3}$$

В выражении (3) $S_0(\omega)$ – исходный спектр сигнала, возбуждаемого точечным источником, $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота; $A_l(z_s, z_r, \xi_l'(r))$ – амплитуда моды с номером l; z_s и z_r – глубины погружения источника и приемника соответственно; $\xi_l(r)$ – плавно меняющееся с расстоянием горизонтальное волновое число моды на частоте ω; $L(\omega)$ – число распространяющихся мод, T – время интегрирования. Здесь и далее соответствующие, комплексно сопряженные выражения сокращенно обозначаются буквами к. с.

Интегрирование в (3) можно выполнить приближенно, используя метод стационарной фазы [23, 24, 27]. Точки стационарной фазы ω_{ql} ($q = [1, Q]$) для каждой моды найдутся из уравнения

$$c_{\text{г}\,l}(r) = \frac{r}{t}; \tag{4}$$

$$c_{\text{г}\,l}(r) = \frac{d\omega}{d\bar{\xi}_l(r)}, \quad \bar{\xi}_l(r) = \frac{1}{r} \int\limits_0^r \xi_l'(r) dr.$$

При этом, для правильной оценки интеграла в (3) необходимо, чтобы функция $S_0(\omega')A_l(z_s, z_r, \xi_l'(r))$ достаточно плавно изменялась в области частот $\Delta\omega' = \omega' - \omega_{ql} > \sigma_l = \left[\frac{r}{2} \left| \frac{d^2\bar{\xi}_l}{d\omega'^2} \right| \Big|_{\omega_{ql}} \right]^{-1/2}$. Наличие в подынтегральной функции сомножителя $\sin[T(\omega' - \omega)/2]/(\omega' - \omega)$ также накладывает дополнительные ограничения, однако если интересоваться областью частот $\Delta\omega = \omega - \omega_{ql} < 2\pi/T$, то правильность оценки интеграла (3) методом стационарной фазы будет обеспечена для $\Delta\omega' > \frac{2\pi}{T} > (1 + e^{-1})\sigma_l$ при условии, что ширина функции $\sin[\frac{T}{2}(\omega' - \omega)]/[\frac{T}{2}(\omega' - \omega)]$ определяется по уровню e^{-1}. С учетом отмеченных ограничений из (3) находим

$$S(t, \omega, T) = \left| \sum_{l=1}^{L(2\pi/T + \omega_*)} S_l(t, \omega, T) \right|^2, \tag{5}$$

$$S_l(t, \omega, T) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{r}} \sum_{q=1}^{Q} \sigma_l(\omega_{ql}) S_0(\omega_{ql}) \times \\ \times A_l(z_s, z_r, \xi_l(r, \omega_{ql})) \frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega - \omega_{ql})\right]}{(\omega - \omega_{ql})} \times \\ \times \exp\left[-i \frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}\left(\frac{d^2\bar{\xi}_l}{d\omega^2} \right) \right] \times \\ \times \exp\left[i \left(\bar{\xi}_l(r, \omega_{ql}) r - (\omega_{ql} - \omega) t \right) \right] + \text{к. с.}, \tag{6}$$

где ω_* – максимальное значение из всех имеющих

место значений ω_{ql}, для которых выполняется условие $\omega - \omega_{ql} < \frac{2\pi}{T}$.

Таким образом, из выражений (5) и (6) следует, что на плоскости ω–t можно построить ряд кривых $t_l(\omega) = r/c_{\text{г}l}(r, \omega)$ ($l = [0, L]$) с соответствующими изменениями величин $S_l(t, \omega, T)$ вдоль них.

Вблизи частот $\omega = \Omega_l$, где групповые скорости мод достигают экстремальных значений $(d^2\bar{\xi}_l/d\omega^2)|_{\omega=\Omega_l} = 0$, (минимальных при $(d^3\bar{\xi}_l/d\omega^3)|_{\omega=\Omega_l} < 0$ и максимальных (при $(d^3\bar{\xi}_l/d\omega^3)|_{\omega=\Omega_l} > 0$) используя разложение в показателе экспоненты интеграла (3) по степеням $\omega - \Omega_l$ с точностью до членов третьего порядка малости [27, 31], получим для $S(t, \omega, T)$ выражение, аналогичное (5), в котором $S_l(t, \omega, T)$ имеет следующий вид:

$$S_l(t, \omega, T) = 2\sqrt{\frac{\pi}{r}}|S_0(\Omega_l)A_l(z_s, z_r, \xi_l(r, \Omega_l))| \times$$
$$\times \frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega - \Omega_l)\right]}{(\omega - \Omega_l)} \times \frac{u(y_l)}{\left\{-\frac{r}{2}\left(\frac{d^3\bar{\xi}_l}{d\omega^3}\right)\Big|_{\omega=\Omega_l}\right\}^{1/3}} \times \tag{7}$$
$$\times \cos(\bar{\xi}_l(r, \Omega_l)r - (\Omega_l - \omega)t + \varphi(\Omega_l)),$$

где $u(y_l)$ – функция Эйри [31], $y_l = (t - r/c_{\text{г}l}(r, \Omega_l)) \times \times \{-\frac{r}{2}(d^3\bar{\xi}_l/d\omega^3)\Big|_{\omega=\Omega_l}\}^{-1/3}$, $\varphi(\Omega_l) = \text{arctg}[\text{Im}[\alpha(\Omega_l)/\text{Re}[\alpha(\Omega_l)]]$, $\alpha(\Omega_l) = S_0(\Omega_l)A_l(z_s, z_r, \xi(r, \Omega_l))$.

Остановимся кратко на некоторых качественных отличиях в поведении спектральных амплитуд соответствующих мод $S_l(t, \omega, T)$, описываемых выражениями (6) и (7), для однородных по трассе волноводов. Из (6) следует, что длительность импульса моды номера l ($\omega \approx \omega_{ql}(t)$) увеличивается пропорционально расстоянию $t_l = r/c_{\text{г}l}(\omega_{ql})$, а его амплитуда спадает обратно пропорционально расстоянию $\max(|S_l(t, \omega, T)|) \backsim r^{-1}$. Поскольку Ω_l не зависит от r и t, изменения длительности и спектральной амплитуды (7) соответствующего модового импульса ($\omega \approx \Omega_l$) целиком определяются поведением функции Эйри, которая, как известно [31], является осциллирующей при $y_l < 0$ и экспоненциально спадающей при $y_l > 0$, причем ее максимальное значение $\max(u(y_l)) = 0.95$ имеет место при $y_l = -1.02$. Поэтому из (7) следует, что вблизи экстремальных для $c_{\text{г}l}$ значений спектральная амплитуда модового импульса спадает с расстоянием чуть медленнее $\max(|S_l(t, \Omega_l, T)|) \backsim r^{-5/6}$, а соответствующая временна́я область ($|y_l| \leq 1$) повышенных значений $S_l(t, \Omega_l, T)$ расширяется существенно медленнее (чем в первом случае (см. (6)):

$$\left|t - \frac{r}{c_{\text{г}l}(\Omega_l)}\right| \leq \left|\frac{1}{2}\left(\frac{d^3\xi_l}{d\omega^3}\right)\Big|_{\omega=\Omega_l}\right| r^{1/3}. \tag{8}$$

В (8) величина ξ_l совпадает с ее точным значением для волнового числа моды k_l в соответствующем плоскослоистом волноводе.

Как уже отмечалось выше, выражения (6) и (7) получены при условиях $\omega - \omega_{ql} < \frac{2\pi}{T}$ и $\omega - \Omega_l < \frac{2\pi}{T}$ соответственно. Поэтому с уменьшением T они будут давать более точную оценку интеграла (3), кроме того, будет улучшаться разрешение по t мод с номерами l и m, разность времен распространения которых удовлетворяет условию $\Delta t_{l,m} = r(c_{\text{г}l}^{-1} - c_{\text{г}m}^{-1}) > T$. Однако одновременно с этим будут ухудшаться разрешение мод по частоте ($\Delta f \leq \frac{1}{T}$) и уменьшаться соответствующие им спектральные амплитуды $S_l(t, \omega, T)$, что, в конечном счете, затруднит идентификацию мод на плоскости ω–t, хотя общая тенденция в поведении $t_l(\omega)$ может и просматриваться. С увеличением T разрешение мод по частоте будет повышаться, однако их идентификация на плоскости ω–t будет затрудняться вследствие уменьшения разрешения по t.

При больших T, когда величина интеграла в (3) определяется в основном поведением функции $\sin[T(\omega' - \omega)/2]/(\omega' - \omega)$, разложив показатель экспоненты по степеням $\omega' - \omega$ и проинтегрировав, получим для $S_l(t, \omega, T)$ следующее выражение:

$$S_l(t, \omega, T) = S_0(\omega)A_l(z_s, z_r, \xi_l(r))\frac{e^{i\bar{\xi}_l r}}{\sqrt{r}} \times$$
$$\times B_l(t, \omega, T) + \text{к. с.}, \tag{9}$$

$$B_l(t, \omega, T) =$$
$$= \begin{cases} \frac{\pi}{2\sqrt{2}}e^{i\frac{\pi}{4}s}(F(\eta_1) - F(\eta_2)) + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\left\{\int_0^{\eta_2} e^{-isx^2} \times \right. \\ \left. \times F^*(\eta_0 + x)dx - \int_0^{\eta_1} e^{-isx^2}F^*(\eta_0 + x)dx\right\}, \\ d^2\bar{\xi}_l/d\omega^2 \neq 0; \\ \pi(v_0(\zeta_1) - v_0(\zeta_2)),\ d^2\bar{\xi}_l/d\omega^2 = 0,\ \zeta_0 \ll -1, \end{cases} \tag{10}$$

где $F(\eta) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-isx^2}dx$ – интеграл Френеля [31],

а $F^*(\eta)$ – комплексно сопряженная ему величина;

$$s = \operatorname{sgn}\left(\frac{d^2\bar{\xi}_l}{d\omega^2}\right), \quad \eta_1 = \left(\frac{r}{c_{\text{г}l}} - t + \frac{T}{2}\right)\left(2\left|\frac{d^2\bar{\xi}_l}{d\omega^2}\right| r\right)^{-1/2},$$

$$\eta_2 = \eta_1 - T\left(2\left|\frac{d^2\bar{\xi}_l}{d\omega^2}\right| r\right)^{-1/2}, \quad \eta_0 = -\omega\left(\frac{r}{2}\left|\frac{d^2\bar{\xi}_l}{d\omega^2}\right|\right)^{1/2},$$

$$v_0(\zeta) = \int_0^{\zeta} u(x)dx, \quad \zeta_1 = \left(\frac{r}{c_{\text{г}l}} - t + \frac{T}{2}\right)\left(\frac{r}{2}\frac{d^3\bar{\xi}_l}{d\omega^3}\right)^{-1/3},$$

$$\zeta_2 = \zeta_1 - T\left(\frac{r}{2}\frac{d^3\bar{\xi}_l}{d\omega^3}\right)^{-1/3}, \quad \zeta_0 = -\omega\left(\frac{r}{2}\frac{d^3\bar{\xi}_l}{d\omega^3}\right)^{1/3}.$$

Используя асимптотические представления $F(\eta)$ и $v_0(\zeta)$, нетрудно получить асимптотику величины (10) при $\eta_2 \ll 1$ ($\zeta_2 \ll 1$) и $\eta_2 \gg 1$ ($\zeta_2 \gg 1$):

$$B_l(t, \omega, T) = \begin{cases} \dfrac{\pi}{\sqrt{2}} e^{is\pi/4}\left(\eta_1 - \eta_2 + \dfrac{\pi}{6}(\eta_1^3 - \eta_2^3)\right), \\ \qquad \eta_0 \ll -1, \quad \eta_2 \ll 1; \\ \dfrac{e^{-is\frac{\pi}{2}}}{\pi}\left\{\dfrac{e^{-is\frac{\pi}{2}\eta_2^2}}{\eta_2} - \dfrac{e^{-is\frac{\pi}{2}\eta_1^2}}{\eta_1}\right\}, \\ \qquad |\eta_0| \gg \eta_2, \quad \eta_2 \gg 1; \\ \dfrac{e^{-is\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{2\pi}(\pi - 2)}\left\{\dfrac{e^{-is(\frac{\pi}{2}-1)\eta_1^2}}{\eta_1^2} - \dfrac{e^{-is(\frac{\pi}{2}-1)\eta_2^2}}{\eta_2^2}\right\}, \\ \qquad |\eta_0| \ll \eta_2, \quad \eta_2 \gg 1; \end{cases} \tag{11}$$

$$B_l(t, \omega, T) = \begin{cases} \dfrac{\pi T}{\left(\frac{r}{2}\frac{d^3\bar{\xi}_l}{d\omega^3}\right)^{1/3}}\left[\bar{a}_1 - \bar{a}_2\dfrac{r/c_{\text{г}l} - t}{\left(\frac{r}{2}\frac{d^3\bar{\xi}_l}{d\omega^3}\right)^{1/3}}\right], \\ \qquad \zeta_0 \ll -1, \quad \zeta_2 \ll 1; \\ \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}\left\{\dfrac{e^{-\frac{2}{3}\zeta_2^{3/2}}}{\zeta_2^{3/4}} - \dfrac{e^{-\frac{2}{3}\zeta_1^{3/2}}}{\zeta_1^{3/4}}\right\}, \quad \zeta_0 \ll -1, \quad \zeta_2 \gg 1, \end{cases} \tag{12}$$

где $\bar{a}_1 = 3^{-\frac{2}{3}}/\Gamma(2/3)$ и $\bar{a}_2 = 3^{-1/3}/\Gamma(1/3)$ – константы, определяющиеся значениями функции Эйри и ее производной при нулевом значении аргумента: $\bar{a}_1 = u(x = 0)$, $\bar{a}_2 = -(du/dx)|_{x=0}$, которые, в свою очередь, выражаются через Гамма-функцию $\Gamma(\nu)$.

Из приведенного анализа выражений (6), (7) и (9), (10) следует, что с увеличением времени усреднения T существенно изменяются пространственная и временна́я зависимости спектрального состава каждого модового импульса $S_l(t, \omega, T)$. При этом, начиная с определенных значений T, имеющее место возрастание соответствующих спектральных компонент не приведет к улучшению разрешения модовых импульсов в частотно-временной области, поскольку вследствие ухудшающегося разрешения по времени будет наблюдаться интерференция этих импульсов ($\Delta t_{l,m} < T$), приводящая к появлению вдоль траекторий $\omega_{ql}(t)$ на плоскости ω–t дополнительной интерференционной модуляции. В результате на плоскости ω–t будут наблюдаться более широкие, чем каждая траектория $t_l(\omega)$, линии, отражающие общие дисперсионные свойства соответствующих групп модовых импульсов (мод). В пределе $T \longrightarrow \infty$ даже такие уширенные линии на плоскости ω–t будут сливаться, вследствие интерференции уже различных групп модовых импульсов. В конечном счете (при $T^{-1} = 0$) они сформируют спектр импульсного сигнала, отличающийся от исходного $S_0(\omega)$ интерференционной модуляцией, обусловленной возбуждением $L(\omega)$ мод. Естественно, что разрешение модовых импульсов на плоскости ω–t, т.е. отделение каждого последующего $l + 1$ от предыдущего l импульса, возможно лишь при выполнении условий:

$$\Delta t_{l,l+1} = r\left|\frac{1}{c_{\text{г}l}(r, \omega)} - \frac{1}{c_{\text{г}l+1}(r, \omega)}\right| > T, \tag{13}$$

$$\Delta\omega_{l,l+1} = |\omega_{ql}(r, t) - \omega_{ql+1}(r, t)| > \frac{2\pi}{T}. \tag{14}$$

Критерий (13), (14) можно записать в виде одного неравенства

$$\Delta t_{l,l+1}\Delta\omega_{l,l+1} > 2\pi, \tag{15}$$

определяющего разрешающую способность спектрального анализа и выражающего собой необходимое и достаточное условие разрешения модовых импульсов. Выполнение неравенства (13) необходимо для разделения модовых импульсов по временам прихода, зависящим от частоты, а (14) – по частотам, изменяющимся со временем. Поэтому, ясно, что должно существовать оптимальное значение времени усреднения $T = T_{\text{opt}}$, при котором наиболее отчетливо разрешаются соответствующие импульсы на плоскости ω–t. Это значение

$$T_{\text{opt}} = \left(2\pi\frac{\Delta t_{l,l+1}}{\Delta\omega_{l,l+1}}\right)^{1/2} \tag{16}$$

определяется из условий (13), (14) при формальной замене их соответствующими равенствами.

Представляет интерес запись условий (13), (14) и (15), а также выражения (16) в приближении ВКБ, которое хотя и описывает достаточно хорошо поле лишь в многомодовом режиме распространения, причем только для мод относительно высоких номеров $l \gg 1$ [30, 31], тем не менее позволяет сравнительно легко выполнять оценки необходимых величин. Поскольку в условиях многомодового распространения акустических сигналов в стратифицированных океанических волноводах разделение модовых импульсов возможно лишь на значительных расстояниях [7, 14, 16], на которых наиболее энергетическими остаются только их спектральные компоненты, не взаимодействующие с дном (см. [10, 21 - 25]), то остановимся на решении соответствующей задачи для глубоководного океанического волновода с подводным звуковым каналом и акустически прозрачным дном. В этом случае дисперсионное уравнение для ξ_l запишется в неявном виде $l(\xi_l)$ [30, 31]:

$$k_0 J_l(z') = \pi(l - \kappa), \tag{17}$$

$$J_l(z') = \int_{z'}^{z_{l\text{в}}} \sqrt{n^2(z, r) - \xi_l^2/k_0^2}\, dz,$$

$$\kappa = \begin{cases} 1/4, & z' = 0, \\ 1/2, & z' = z_{l\text{в}}. \end{cases}$$

Здесь $k_0 = \omega/c_0$, $c_0 = c(z_0, r = 0)$ – минимальное значение скорости звука $c(z, r)$ вблизи источника ($r = 0$) на глубине $z = z_0$, соответствующей оси подводного звукового канала; $n(z, r) = c_0/c(z, r)$ – показатель преломления; $z_{l\text{н}}$, $z_{l\text{в}}$ – глубины нижних и верхних точек поворота мод: $n(z_{l\text{н}}, r) = n(z_{l\text{в}}, r) = \xi_l/k_0$; значение $z' = 0$ соответствует свободной поверхности океана и отвечает модам, у которых отсутствуют верхние точки поворота. Если теперь воспользоваться стандартной заменой разностей соответствующих величин в (13), (14) на их дифференциалы (см. [7, 14, 27, 28]), а для нахождения производных dt_l/dl и $d\omega_{ql}/dl$ воспользоваться дисперсионным уравнением (17), то в результате получим следующие соотношения:

$$\Delta t_{l,\,l+1} \approx \frac{2\pi}{\omega} \frac{r}{D_l(z', r)\left|\hat{\beta}_l(r)\right|} > T, \tag{18}$$

$$\Delta\omega_{l,\,l+1} \approx \frac{\omega}{(l - \kappa)\,(1 + \alpha_l(z', r))} > \frac{2\pi}{T}. \tag{19}$$

В них величины: $D_l(z', r)$ – длина цикла бриллюэновского луча, покидающего горизонт $z = z_0$ под углом $\theta_l = \arcsin\left(\dfrac{\xi_l}{k_0}\right)$ (отсчитываемым от вертикали) [30, 31]:

$$D_l(z', r) = \frac{2c_0}{c_{\text{ф}\,l}(r)} \times \int_{z'}^{z_{l\text{в}}} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z, r) - (c_0/c_{\text{ф}\,l}(r))^2}}, \tag{20}$$

$\hat{\beta}_l(r)$ – инвариант пространственно-частотной интерференционной структуры поля заданной группы мод [32, 33]:

$$\hat{\beta}_l(r) = -\frac{c_{\text{г}\,l}^2(r)}{c_{\text{ф}\,l}^2(r)} \frac{dc_{\text{ф}\,l}(r)}{dc_{\text{г}\,l}(r)}, \tag{21}$$

$\alpha_l(z', r)$ – функция, существенно зависящая от темпа изменения с частотой фазовой скорости моды $c_{\text{ф}l} = \dfrac{\xi_l}{\omega}$:

$$\alpha_l(z', r) = \frac{\omega^2 D_l(z', r)}{\pi c_{\text{ф}\,l}^2(r)(l - \kappa)} \frac{dc_{\text{ф}\,l}(r)}{d\omega}. \tag{22}$$

Из выражения (15), используя соотношения (18) и (19), найдем необходимое и достаточное условие

$$\frac{r/\,(l - \kappa)}{D_l(z', r)\left|\hat{\beta}_l(r)\right|\,(1 + \alpha_l(z', r))} > 1 \tag{23}$$

для разрешения в частотно-временной области модовых импульсов в ВКБ приближении, а из выражения (16) – величину оптимального времени усреднения

$$T_{opt} = \frac{2\pi}{\omega}\left(\frac{r(l - \kappa)(1 + \alpha_l(z', r))}{D_l(z', r)\left|\hat{\beta}_l(r)\right|}\right)^{1/2} \tag{24}$$

при скользящем спектральном анализе этих импульсов.

Следует отметить, что соотношения (18), (19) и (23) не только обобщают на случай плавнонеоднородных по трассе волноводов, но и существенно уточняют соответствующие неравенства, ранее полученные для тонально-импульсных сигналов с эффективной шириной спектра $\Delta\omega_s \leq 2\pi/T_s$ [7, 28], (T_s – длительность их излучения источником) и широкополосных импульсных сигналов [14, 33] в плоскослоистых волноводах. В самом деле, в соответствующих соотношениях работ [7, 14, 28, 33] отсутствует член $\alpha_l(z', r)$ (22). Это привело, например, в [28] к некорректному физическому выводу о том, что на значительных расстояниях, на которых выполняется условие, аналогичное (18), разрешение модового импульса с номером l не зависит от конкретного вида функции $n(z, r)$, описывающей изменение показателя преломления с глубиной z (см. неравенство

(7) в [28]). Несостоятельность этого утверждения вполне очевидна, поскольку оно равносильно, например, заведомо ошибочному утверждению о независимости критических частот мод (или частот Ω_l (см. (7)) от характерных параметров функции $n(z, r)$, так как неравенство (7) в [28], а также аналогичное ему здесь (19), является приближением условия (14) для разрешения модовых импульсов по частоте. Кроме того, в [28] сделано ошибочное утверждение о том, что при $(\partial^2\xi_l(\omega)/\partial\omega^2)\,|_{\omega=\omega_c} = 0$, где $\omega_c = 2\pi/T_c$, а T_c – период несущей частоты, групповые скорости всех мод в диапазоне частот $\omega_c - \frac{\Delta\omega_s}{2} \le \Delta\omega \le \omega_c + \frac{\Delta\omega_s}{2}$ равны (в приближении ВКБ) и модовые импульсы не разрешаются, поскольку все они приходят одновременно. Дело в том, что уравнение $\partial^2\xi_l/\partial\omega^2 = 0$, как уже отмечалось выше (см. здесь выражение (7)), соответствует экстремальным значениям групповых скоростей мод, достигаемым на различных частотах $\omega = \Omega_l$. Поэтому даже при выполнении равенства $c_{\text{г}l}(\Omega_l) = \text{const}$ модовые импульсы на этих частотах будут разрешаться при выполнении условия (14) (или (19)); причем даже лучше, чем на частотах $\omega = \omega_{ql}$, поскольку вблизи $\omega = \Omega_l$ дисперсионное расплывание модовых импульсов с расстоянием происходит существенно медленнее (см. (8)). Естественно, что лишь при пересечении частотных зависимостей групповых скоростей $c_{\text{г}l}(\omega_{lm}) = c_{\text{г}m}(\omega_{lm})$ мод с номерами l и m на определенной частоте $\omega = \omega_{lm}$ разрешение соответствующих модовых импульсов станет невозможным при $\omega = \omega_{lm}$.

В заключительной части данной работы остановимся на кратком рассмотрении влияния частотных зависимостей амплитуд мод A_l на результаты скользящего спектрального анализа (7) широкополосных импульсных сигналов.

Как известно [30, 31], в глубоководных океанических волноводах при определенном расположении корреспондирующих точек относительно оси подводного звукового канала может наблюдаться своеобразная фильтрация мод определенных номеров, обусловленная существованием соответствующих точек поворота $z_{l\text{н}}$, $z_{l\text{в}}$. При этом вероятно возникновение резкой частотной зависимости амплитуд мод, способной существенно повлиять на формирование поля. Следствием такой частотной зависимости является, например, обнаруженный в [34] эффект минимального дифракционного расплывания дальних зон акустической освещенности на определенной частоте $\omega = \omega_0$, обусловленный возбуждением при $\omega = \omega_0$ одного единственного и наиболее узкого модового пучка, т.е. существованием для определенной группы мод узкого максимума функции $|A_l|^2$ от l. Как следует из (6), этот же эффект, но при рас-

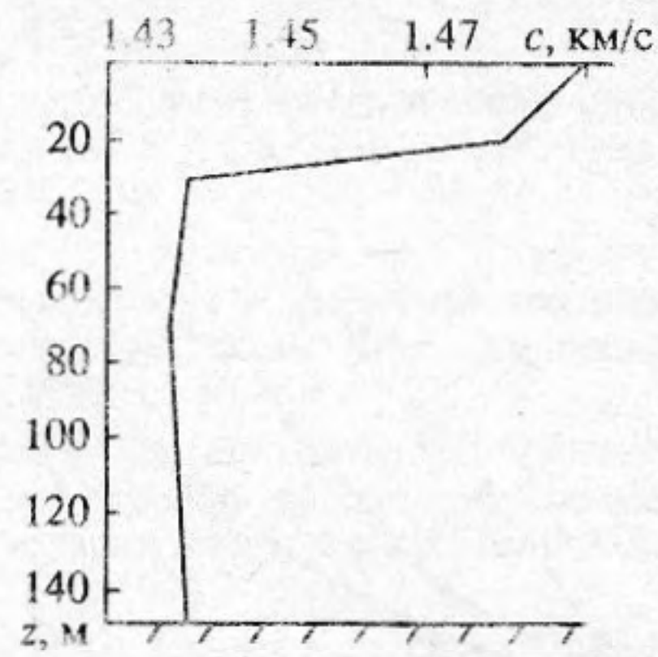

Рис. 1. Кусочно-линейная аппроксимационная зависимость скорости звука $c(z)$ от глубины z в водном слое мелководного океанического волновода ($0 \le z \le$ ≤ 145 м) в районе проведения экспериментальных исследований.

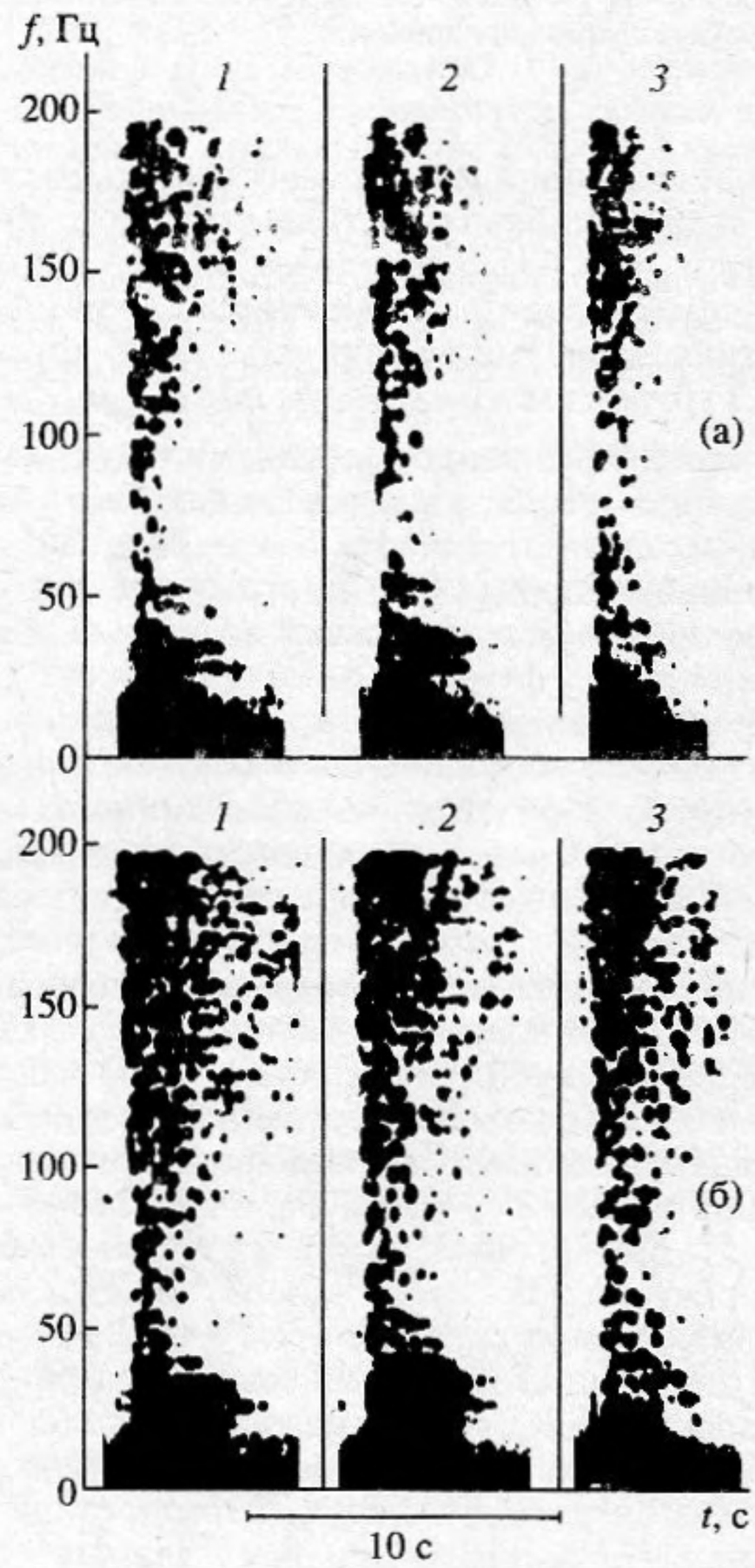

Рис. 2. Представленные в плотностной записи на плоскости частота–время (f–t) результаты скользящего спектрального анализа (*1*) взрывных сигналов, принятых на различных глубинах $z_r = 50$ м (а), $z_r = 120$ м (б) и расстояниях $r = 0.7$ км (*1*), $r = 1.4$ км (*2*), $r = 2.5$ км (*3*).

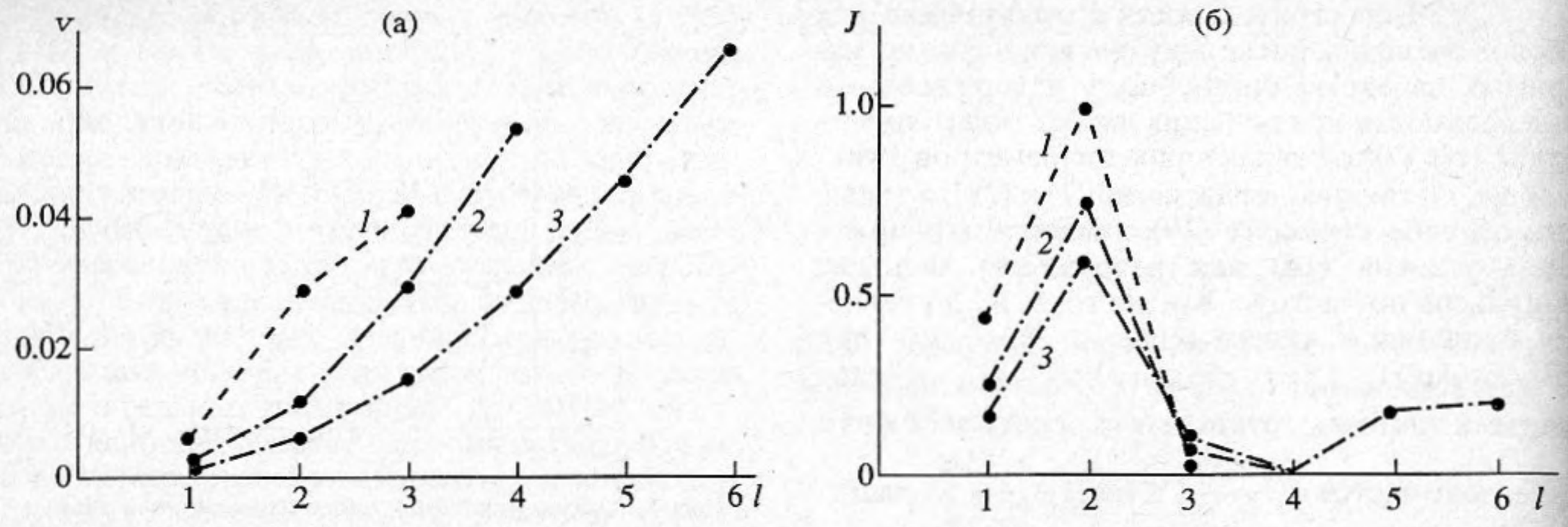

Рис. 3. Теоретические зависимости от номера моды l: а – безразмерной величины $v = c_0/c_{\text{г}l}(f) - 1$; б – ее безразмерной интенсивности $J = |A_l(f)|^2/|A_2(f_1)|^2$ на глубине $z_r = 120$ м ($z_s = 50$ м), рассчитанные для различных частот $f = f_1 = 30$ Гц – *1*, $f = 50$ Гц – *2*, $f = 70$ Гц – *3*. Значения соответствующих величин указаны точками, которые соединены штриховой и штрихпунктирными линиями.

пространении широкополосных импульсных сигналов может проявиться таким образом, что на частоте $\omega = \omega_0$ будет наблюдаться их минимальное дисперсионное расплывание во времени, т.е. частотная зависимость ширины $\Delta t(\omega)$ функции $S(t, \omega, T)$ будет иметь минимум при $\omega = \omega_0$.

Аналогичные зависимости амплитуд мод от частоты излучения, а следовательно, и от их номера l, наблюдаются также в мелководных океанических волноводах [18], поэтому при выполнении соответствующих условий возможно появление минимума у функции $\Delta t(\omega)$ при $\omega = \omega_0$. Такие условия были выполнены при проведении экспериментальных исследований в мелководном районе Мирового океана, аппроксимированная для конкретных расчетов зависимость скорости звука от глубины в котором представлена на рис. 1. Для генерации широкополосных импульсных сигналов давления использовались взрывные источники с тротиловым эквивалентом $Q_0 = 0.38$ кг, которые подрывались на глубине $z_s = 50$ м. Прием взрывных сигналов осуществлялся на два ненаправленных одиночных гидрофона, располагавшихся на глубинах $z_r = 50$ м и $z_r = 120$ м соответственно. Из приведенных на рис. 2 в плотностной записи результатов скользящего спектрального анализа взрывных сигналов при $T = 0.2$ с видно, что хотя отдельные модовые импульсы не разрешаются на плоскости f–t, однако на частоте $f_0 \approx 65$ Гц существенно проявляется минимум длительности Δt взрывных сигналов. С целью интерпретации полученных экспериментальных данных были выполнены необходимые расчеты с использованием модовой теории. При этом подводный грунт моделировался однородным жидким полупространством со скоростью звука $c_g = 1600$ м/с и плотностью среды $\rho_g = 1600$ кг/м^3. Из приведенных на рис. 3 результатов расчетов можно сделать следующие выводы. Во-первых, на формирование взрывного сигнала в точках приема существенно повлияло рассеяние акустических волн неровностями подводного грунта, в результате проявления которого длительность его спектральных компонентов увеличилась за счет рассеянных сигналов почти на два порядка. В противном же случае, как следует из расчетов групповых скоростей мод (см. рис. 3а), длительность одних только когерентных спектральных компонентов взрывного сигнала не превышала бы величины $\Delta t \lesssim 0.1$ с. Следовательно, здесь рассеяние сыграло положительную роль, позволив обнаружить минимум в зависимости $\Delta t(f)$. Во-вторых, появление минимума в $\Delta t(f)$ обусловлено поведением частотных зависимостей амплитуд мод, аналогичным [34], при котором с увеличением частоты значение единственного выделенного максимума функции $|A_l(l)|^2$ при $l = 2$ уменьшается, а при $f > f_0$ появляется дополнительный выделенный максимум, соответствующий модам более высоких номеров.

В заключение сформулируем основные результаты выполненных исследований: 1) проведено последовательное теоретическое рассмотрение скользящего спектрального анализа достаточно широкополосных импульсных сигналов, распространяющихся в плавнонеоднородных по трассе океанических волноводах; 2) получены необходимые и достаточные условия (13), (14) и (15) для разрешения в частотно-временной области модовых импульсов, а также выражение для оптимального времени усреднения (16) при скользящем спектральном анализе; 3) с использованием ВКБ-приближения получены аналогичные (13) - (15) соотношения (21) - (23), обобщающие и существенно уточняющие ранее известные;

4) проанализировано влияние существенной частотной зависимости амплитуд мод на поведение спектральных компонентов соответствующих модовых импульсов, результатом которого является обнаруженный экспериментально эффект минимального дисперсионного расплывания взрывных сигналов на определенной выделенной частоте в мелководном океаническом волноводе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-02-06071-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: A scheme for large-scale monitoring // Deep-Sea Res. A. 1979. V. 26. № 2. P. 123 - 161.
2. *Forbes A.M.G., Munk W.H.* Global ocean warming: An acoustic measure? // J. Phys. Oceanogr. 1989. V. 19. № 11. P. 1765 - 1778.
3. *Голубев В.Н., Петухов Ю.В.* Параметры звукового канала в осадочном слое глубоководного океанического волновода // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 1. С. 196 - 202.
4. *Бурлакова И.Б., Петухов Ю.В., Славинский М.М.* Определение акустических характеристик дна океанических волноводов методом доплеровской томографии // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 6. С. 1015 - 1020.
5. *Вировлянский А.Л., Малахов А.Н., Славинский М.М.* О возможности различения лучей в волноводе по углам их приходов с помощью линейной антенны // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 7. С. 889 - 895.
6. *Fitzgerald R.M., Guthrie A.N., Nutile D.A., Shaffer J.D.* Influence of the subsurface sound channel on long-range propagation paths and travel times // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 55. № 1. P. 47 - 53.
7. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: Rays and modes // Rev. Geophys. and Space Phys. 1983. V. 21. № 4. P. 777 - 793.
8. *Clark J.G., Legters G.R., Weinberg N.L.* Long-range Atlantic acoustic multipath identification // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 73. № 5. P. 1571 - 1580.
9. *Denham R.N., Kibblewhite A.C.* Hydroacoustic signals from the CHASE-V explosion // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 45. № 4. P. 944 - 956.
10. *Barker P.H., Denham R.N., Kibblewhite A.C.* Longe-range sound propagation study in the Southern Ocean-Project Neptune // J. Acoust. Soc. Amer. 1966. V. 38. № 4. P. 629 - 643.
11. *Baracos P.A.* Experimental determination of compressional velocity for the bottom layer by the dispersion method // J. Acoust. Soc. Amer. 1962. V. 34. № 12. P. 1919 - 1926.
12. *Mackenzie K.V.* Long-range propagation in the shallow Bering Sea // J. Acoust. Soc. Amer. 1973. V. 54. № 4. P. 1066 - 1080.
13. *Tolstoy I.* Guided waves in a fluid with continuously variable velocity overlying on elastic solid: Theory and experiment // J. Acoust. Soc. Amer. 1960. V. 32. № 1. P. 81 - 87.
14. *Чупров С.Д.* Селекция мод и лучей в подводном звуковом канале // Акустика океанской среды / Под ред. Бреховских Л.М., Андреевой И.Б. М.: Наука, 1989. С. 56 - 64.
15. *Кравцов Ю.А., Петников В.Г.* О возможности фазовой томографии океана с использованием нормальных волн // Изв. АН СССР. ФАО. 1986. Т. 22. № 9. С. 992 - 994.
16. *Зайцев В.Ю., Нечаев А.Г., Островский Л.А.* О возможностях модовой томографии океана // Акустика океанской среды / Под ред. Бреховских Л.М., Андреевой И.Б. М.: Наука, 1989. С. 98 - 107.
17. *Лазарев В.А., Петухов Ю.В.* Определение горизонтальной крупномасштабной изменчивости акустических характеристик дна мелкого моря // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 849 - 854.
18. *Лобанов В.Н., Петухов Ю.В.* Пространственно-частотное распределение интенсивности широкополосного звука в мелком море // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 6. С. 1093 - 1106.
19. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М., Петников В.Г.* О различимости лучей и мод в идеальном волноводе // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 4. С. 674 - 678.
20. *Зверев В.А., Орлов Е.Ф.* Оптические анализаторы. М.: Сов. радио, 1971. 240 с.
21. *Porter R.P.* Dispersion of axial SOFAR propagation in the western Mediterranean // J. Acoust. Soc. Amer. 1973. V. 53. № 1. P. 181 - 191.
22. *Porter R.P.* Transmission and reception of transient signals in a SOFAR channel // J. Acoust. Soc. Amer. 1973. V. 54. № 4. P. 1081 - 1091.
23. *Yang T.C.* Method for measuring the frequency dispersion for broadband pulses propagation to long ranges // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 76. № 1. P. 253 - 261.
24. *Yang T.C.* Dispersions and ranging of transient signals in the Arctic ocean // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 76. № 1. P. 262 - 273.
25. *Лазарев В.А., Орлов Е.Ф., Петухов Ю.В., Шаронов Г.А.* Трансформация дисперсионных характеристик в слоистонеоднородных волноводах // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 2. С. 190 - 197.
26. *Jarzynsky J., Rogers P.H., Ji-xun Zhou, Xue-zhen Zhang.* Geoacoustic parameters in a stratified sea bottom from shallow-water acoustic propagation // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 82. № 6. P. 2068 - 2074.
27. *Полянская В.А.* О поле импульсного излучателя в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 1. С. 91 - 99.
28. *Вировлянский А.Л.* О временной структуре импульсного сигнала в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 6. С. 790 - 792.
29. *Pierce A.D.* Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium // J. Acoust. Soc. Amer. 1965. V. 37. № 1. P. 19 - 27.
30. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.

31. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: АН СССР, 1957. 502 с.

32. *Буренков С.В.* Особенности интерференционной структуры акустического поля в двумерно-неоднородном волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 5. С. 797 - 800.

33. *Козин А.Б.* Влияние берегового клина на частотно-временную структуру широкополосного сигнала // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 4. С. 745 - 748.

34. *Петухов Ю.В.* Частотная зависимость эффекта квазипериодического распределения дальних зон акустической освещенности в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 5. С. 917 - 923.

Frequency-Time Structure of Pulse Pressure Signals in Oceanic Waveguides

Yu. V. Petukhov

For broadband pulse signals propagating in smoothly inhomogeneous ocean waveguides, a moving window spectral analysis is systematically considered. Necessary and sufficient conditions for resolving mode pulses in the frequency-time domain are formulated. Written in the WKB approximation, these conditions systematically simplify the relations derived earlier. The effect of the frequency content of mode amplitudes on the temporal behavior of spectral components of the respective mode pulses is analyzed. A new phenomenon of the minimum dispersive spreading of explosion signals at a certain frequency in a shallow ocean waveguide is theoretically established and experimentally verified.