

УДК 534.231.1

ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕОБЛАДАЮЩИХ ПО ИНТЕНСИВНОСТИ УЗКИХ ЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 1995 г. Ю. В. Петухов

Нижегородский научно-исследовательский радиофизический институт

603600 Н. Новгород, ул. Большая Печерская, 25

Поступила в редакцию 28.12.94 г.

С использованием простейших моделей подводного звукового канала показано, что преобладающий по интенсивности звуковой пучок с предельно минимальным геометрическим расхождением волнового фронта формируется около горизонтально выходящего из источника луча лишь тогда, когда угловая зависимость длины цикла луча не является возрастающей при стремлении его угла выхода к нулевому значению.

В работе [1] численным моделированием с использованием строгого модового представления для поля, возбуждаемого точечным источником гармонического излучения, было установлено, что при многомодовом режиме распространения акустических сигналов в глубоководных океанических волноводах с открытыми к поверхности или ко дну подводными звуковыми каналами формируется преобладающий по интенсивности узкий звуковой пучок с предельно минимальным геометрическим расхождением волнового фронта и верхним горизонтом поворота, находящимся приблизительно на глубине источника. При этом нижний горизонт поворота такого пучка в открытом к поверхности канале находится приблизительно на сопряженной глубине, где скорость звука совпадает с аналогичной величиной на горизонте источника, а в открытом ко дну канале, естественно, — на границе водной среды с дном [1]. В геометроакустическом приближении за формирование такого пучка ответственны сигналы, распространяющиеся вдоль лучей, группирующихся около особых — каустических — лучей, углы скольжения которых при выходе из источника, расположенного не на оси канала, отличаются, хотя и незначительно (см. [1]), от нулевого значения, следующего из развитых в [2, 3] приближенных представлений поля вблизи поверхности глубоководного океанического волновода.

Очевидно, что полученные в работе [1] результаты всего лишь обобщают сделанные ранее выводы, во-первых, о преобладании интенсивности акустического поля вдоль лучей, близких к осевому лучу [4 - 7], теория распространения звуковых сигналов, вдоль которого при расположении источника на оси канала разработана в [8, 9]; во-вторых, — о существовании двух преобладаю-

щих по величине максимумов у зависимости интенсивности акустического поля от глубины, расположенных на горизонте источника и сопряженной глубине соответственно [10 - 12]. Кроме того, эти результаты (см. [1]) не позволяют провести классификацию подводных звуковых каналов по принципу возможности формирования в океаническом волноводе соответствующего пучка.

Поэтому цель настоящей работы состоит в нахождении условия, которому должна удовлетворять определенная физическая величина, характеризующая пространственное распределение поля в океаническом волноводе, и выполнение которого необходимо для проявления обнаруженного в работе [1] эффекта.

Для решения поставленной задачи воспользуемся геометроакустическим приближением для поля в стратифицированном океаническом волноводе. Не ограничивая общности полученных ниже результатов, остановимся на изучении вклада лишь рефрагированных в водной толще океана акустических сигналов. Тогда, используя результаты работ [13, 14], где соответствующие геометроакустическому приближению асимптотические зависимости получены из приближения ВКБ для модового представления поля, пространственное распределение возмущения давления p' в океаническом волноводе представим в следующем виде:

$$p' = \exp(-i\omega t) \sum_{m \geq 1} \sum_{j=1}^4 P_{jm}(\beta_{jm}) \times \exp(i[k_0 \Phi_{jm}(\beta_{jm}) - q_{jm}]) \quad (1)$$

В (1) с целью сокращения записи введены следующие величины:

$$P_{jm}(\beta_{jm}) = P_0 R_0 \left\{ \frac{\beta_{jm} / \gamma(z, \beta_{jm}) \gamma(z_s, \beta_{jm})}{R_{jm} |\partial R_{jm} / \partial \beta_{jm}|} \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

$$\Phi_{jm}(\beta_{jm}) = 2mJ(z_b, \beta_{jm}) + \beta_{jm} r + \mu_j J(z_s, \beta_{jm}) + \chi_j J(z, \beta_{jm}), \quad (3)$$

$$q_{jm} = -m\pi + (1 - \operatorname{sgn}(\frac{\partial R_{jm}}{\partial \beta_{jm}})) - \mu_j - \chi_j \frac{\pi}{4},$$

$$n(0) \leq \beta_{jm} \leq n(z_s), \quad (4)$$

в которых:

$$R_{jm}(\beta_{jm}) = mD(\beta_{jm}) + \mu_j D(z_s, \beta_{jm}) + \chi_j D(z, \beta_{jm}),$$

$$D(\beta_{jm}) = 2D(z_b, \beta_{jm}), \quad D(z, \beta_{jm}) = \beta_{jm} \int_z^{z_u} \frac{dz}{\gamma(z, \beta_{jm})}, \quad (5)$$

$$J(z, \beta_{jm}) = \int_z^{z_u} \gamma(z, \beta_{jm}) dz, \quad \gamma(z, \beta_{jm}) = \sqrt{n^2(z) - \beta_{jm}^2},$$

$$\mu_j, \chi_j = \begin{cases} 1, & -1, & j = 1, \\ -1, & 1, & j = 2, \\ 1, & 1, & j = 3, \\ -1, & -1, & j = 4. \end{cases}$$

Здесь m – целое число, характеризующее количество полных циклов луча между корреспондирующими точками, $\beta_{jm} = \cos \chi_{jm}$ – параметр, являющийся решением уравнения $r = R_{jm}(\beta_{jm})$, описывающего траекторию луча, угол скольжения которого при пересечении оси канала $z = z_0$ равен χ_{jm} ; $n(z) = c_0/c(z)$ – показатель преломления акустических волн; $c_0 = c(z_0) = \min\{c(z)\}$; z_s – глубина источника, z_u и z_b – глубины нижней и верхней точек поворота луча соответственно, r – горизонтальное расстояние, $k_0 = \omega/c_0$, ω – циклическая частота, t – время; P_0 – амплитуда возмущения давления, создаваемого точечным источником в однородной среде на сферической поверхности радиуса R_0 .

Для дальнейшего важно отметить, что количество бриллюэновских волн $\Delta l_{jm}(\beta_{jm})$ (неполных мод), формирующих соответствующий луч при их конструктивной интерференции вдоль его траектории, можно определить по формуле:

$$\Delta l_{jm}(\beta_{jm}) = D(\beta_{jm}) \sqrt{k_0 / 2\pi} \left| \frac{\partial R_{jm}}{\partial \beta_{jm}} \right|, \quad (6)$$

следующей из использования метода стационарной фазы при интегральном переходе от модового представления поля в ВКБ приближении

геометроакустическому представлению (1) (см. [13, 14]). Количество же мод Δl_m (полных), конструктивно интерферирующих при формировании соответствующей четверки лучей $j = [1, 4]$, определится из равенства $\Delta l_m = \max\{\Delta l_{jm}\}$.

Из приведенных выражений (2), (6) следует, что для формирования в подводном звуковом канале преобладающего по интенсивности акустического пучка с предельно минимальным геометрическим расхождением волнового фронта по трассе распространения необходимо, чтобы не только зависимость от параметра β_{jm} амплитуды сигналов $P_{jm}(\beta_{jm})$ вдоль лучей с определенными значениями j , но и аналогичная зависимость соответствующего им количества формирующих их мод $\Delta l_m(\beta_{jm})$ одновременно достигали предельно максимальных значений при $\beta_{jm} = \beta_c$. Поскольку же в подводном звуковом канале длина цикла луча $D(\beta_{jm})$ всегда ограничена, то сформулированное выше условие может быть выполнено лишь только в одном предельном случае, а именно, когда будет справедливо уравнение:

$$\left. \left(\frac{\partial R_{jm}}{\partial \beta_{jm}} \right) \right|_{\beta_{jm} = \beta_c} = 0, \quad (7)$$

решения которого отвечают каустическим линиям в волноводе. При этом, как будет показано ниже на конкретных примерах, в отличие от сделанных в [2, 3] выводов, значения параметра $\beta_{jm} = n(z_s)$ и $\beta_{jm} = n(z)$, при которых зависимость $P_{jm}(\beta_{jm})$ обращается в бесконечность (см. (2)), могут и не являться решениями уравнения (7); в результате чего соответствующие им лучи реально не будут ответственны за формирование пучка с самым минимальным геометрическим расхождением волнового фронта.

Здесь следует отметить, что для лучей с $\beta_{jm} = n(z_s)$ и $\beta_{jm} = n(z)$ геометроакустическое приближение (1) изначально несправедливо, поскольку для соответствующих им мод не выполнены условия применимости ВКБ приближения, из которого оно следует (см. [13, 14]). В то же время, для лучей, углы скольжения которых при выходе из источника

$$\chi_s = \arccos(\beta_{jm} / n(z_s)) \quad (8)$$

удовлетворяют уравнению (7), возможна последующая модификация геометроакустического приближения, основанная на корректном интегральном преобразовании при переходе от модового представления поля, записанного все в том же ВКБ приближении (см. [13]).

Нетрудно убедиться в том, что общий вид уравнения (7), полученного здесь при рассмотрении рефрагированных лучей, не изменится и для лучей, взаимодействующих с дном или поверхностью океана. Однако в первом случае под $R_{jm}(\beta_{jm})$ следует понимать величину, учитывающую по

сравнению с (5) также и смещение лучей при полном внутреннем отражении их от дна (см. [1]). Кроме того, если интересоваться структурой акустического поля лишь в дальних зонах акустической освещенности при расположении корреспондирующих точек вблизи свободной поверхности, когда эти зоны наиболее отчетливо проявляются до самых значительных расстояний, то в выражениях (2), (6) можно воспользоваться приближенным равенством $R_{jm}(\beta_{jm}) \approx mD(\beta_{jm})$. В такой ситуации общее уравнение (7) можно записать в следующем приближенном виде (см. [2, 3]):

$$\left. \left(\frac{\partial D}{\partial \beta_{jm}} \right) \right|_{\beta_{jm} = \beta_c} = 0. \quad (9)$$

Если уравнение (9) имеет ненулевые решения для углов выхода $\chi_s = \chi_c = \arccos[\beta_c/n(z_s)] \neq 0$, то с использованием (8) его можно переписать в более удобной для анализа форме:

$$\left. \left(\frac{\partial D}{\partial \chi_s} \right) \right|_{\chi_s = \chi_c} = 0. \quad (10)$$

Как следует из (10), звуковые пучки с предельно минимальным геометрическим расхождением волнового фронта формируются в тех океанических волноводах, в которых зависимость длины цикла лучей от угла их выхода из источника имеет достаточно гладкие экстремумы при соответствующих значениях $\chi_s = \chi_c \neq 0$, что полностью согласуется с полученными ранее результатами [15, 16]. Естественно, что экстремальным решениям χ_c уравнения (10) соответствуют аналогичные решения уравнения (7), которые лишь незначительно отличаются от первых.

Заметим, что появление узких всплесков интенсивности акустического поля на расстояниях $r = r_c = mD(\chi_c)$ (особых дальностях (см. [2, 3])) в соответствующих зонах акустической освещенности теоретически рассматривалось ранее в [2, 3] с использованием уравнения (9), а формирование в лучевой структуре поля, преобладающего по интенсивности узкого звукового пучка, соответствующего гладкому минимуму зависимости $D(\chi_s)$ при $\chi_s = \chi_c \neq 0$, впервые теоретически и экспериментально исследовалось в [15, 16].

Если исходить из развитых в [2, 3] представлений акустического поля вблизи поверхности океанического волновода, то, очевидно, что для интересующего здесь формирования узкого пучка с горизонтом поворота, находящимся приблизительно на глубине источника, необходимо, чтобы существовало решение уравнения (9) при $\chi_c = 0$. В этом случае, в отличие от сделанного ранее авторами [16] утверждения, выполнение равенства (10), являющегося в большинстве случаев следствием симметрии функции $D(\chi_c)$ относительно значения $\chi_c = 0$ для всех волноводов, не до-

статочно для формирования соответствующего пучка, поскольку из (9) при $\chi_s = \chi_c = 0$ и условии выполнения (10) следует другое равенство:

$$\lim_{\chi_s \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\sin \chi_s} \frac{\partial D}{\partial \chi_s} \right\} = \left. \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \chi_s^2} \right) \right|_{\chi_s = 0} = 0, \quad (11)$$

характеризующее возможность формирования в соответствующем волноводе звукового пучка с требуемыми свойствами. Из общего выражения для длины цикла луча (см. (5)) следует, что равенство (11) может быть выполнено лишь тогда, когда поведение функции $D(\chi_s)$ при $\chi_s \rightarrow 0$ описывается приближенной зависимостью следующего вида:

$$D(\chi_s) \approx D(0) + \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 D}{\partial \chi_s^4} \chi_s^4, \quad z_s \neq z_0. \quad (12)$$

С целью проверки аналогичного (12) поведения $D(\chi_s)$ при $z_s < z_0$ в открытых к поверхности (см. рис. 1) и ко дну (см. рис. 2) подводных звуковых каналах, в которых при соответствующих глубинах погружения источника было обнаружено (см. [1]) формирование акустического пучка с предельно минимальным геометрическим расхождением волнового фронта и концентрацией энергии поля в основном вблизи особого луча с углом выхода $\chi_s = 0$, здесь были выполнены расчеты зависимостей $D(\chi_s)$ (см. рис. 1, 2). Простой анализ полученных результатов показывает, что в диапазоне углов выхода $0 \leq \chi_s \leq \chi_p = \arccos[n(0)/n(z_s)] \ll 1$, отвечающем рефрагированным лучам, поведение $D(\chi_s)$ (см. рис. 1, 2) при $\chi_s < \chi_p$ не описывается приближенной зависимостью (12), и поэтому равенство (11) не выполняется. Последнее означает, что обнаруженный в [1] эффект не должен был бы наблюдаться при соответствующих условиях.

Этот противоречивый вывод можно объяснить, предположив лишь, что для проявления обсуждаемого эффекта, во-первых, требование выполнения уравнения (9), или следующего из него равенства (11), является излишне жестким; во-вторых, по-видимому, достаточно существования спадающей при $\chi_s \rightarrow 0$ зависимости $D(\chi_s)$ (см. рис. 1, 2).

Для доказательства последнего весьма общего утверждения воспользуемся простейшими моделями подводного звукового канала, допускающими аналитическое исследование лучевой структуры поля в нем.

Рассмотрим сначала канал с билинейной зависимостью квадрата показателя преломления акустических волн от глубины:

$$n^2(z) = \begin{cases} 1 + a_1(z - z_0), & 0 \leq z \leq z_0 \\ 1 - a_2(z - z_0), & z_0 \leq z \leq H, \end{cases} \quad (13)$$

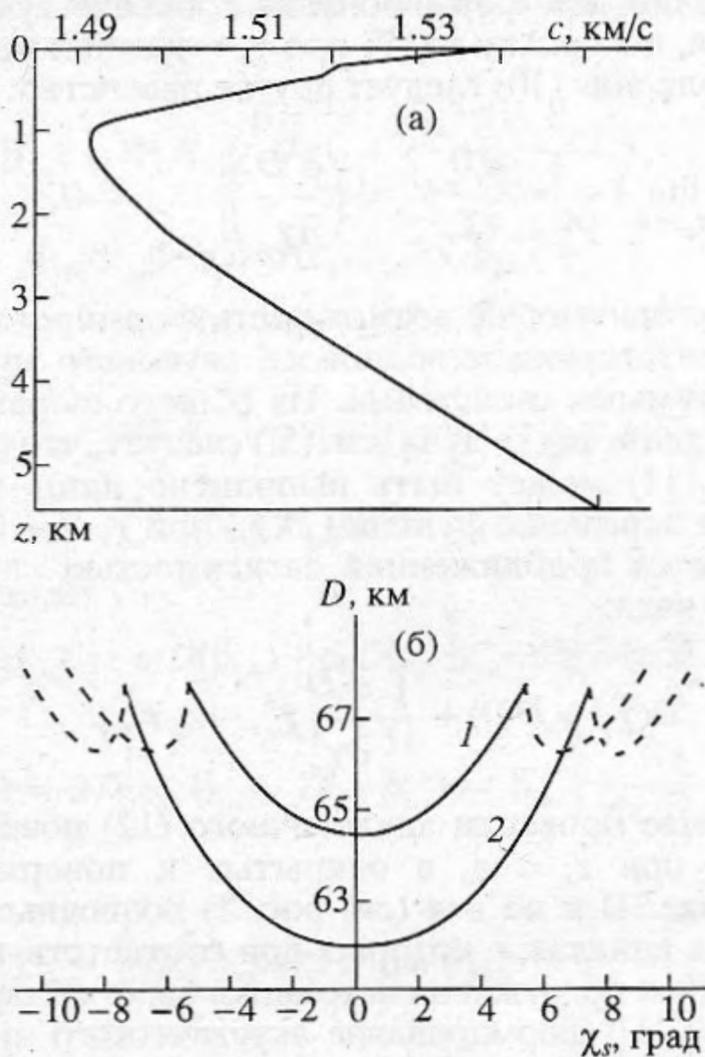


Рис. 1. Стратификация скорости звука $c(z)$ по глубине z в открытом к поверхности подводном звуковом канале (а) и отвечающие ей при глубине источника $z_s = 104$ м – 1 и $z_s = 200$ м – 2 зависимости длины цикла луча $D(\chi_s)$ от его угла выхода χ_s (б). Здесь сплошные участки кривых 1 и 2 соответствуют рефрагированным лучам, а штриховые – взаимодействующим с поверхностью.

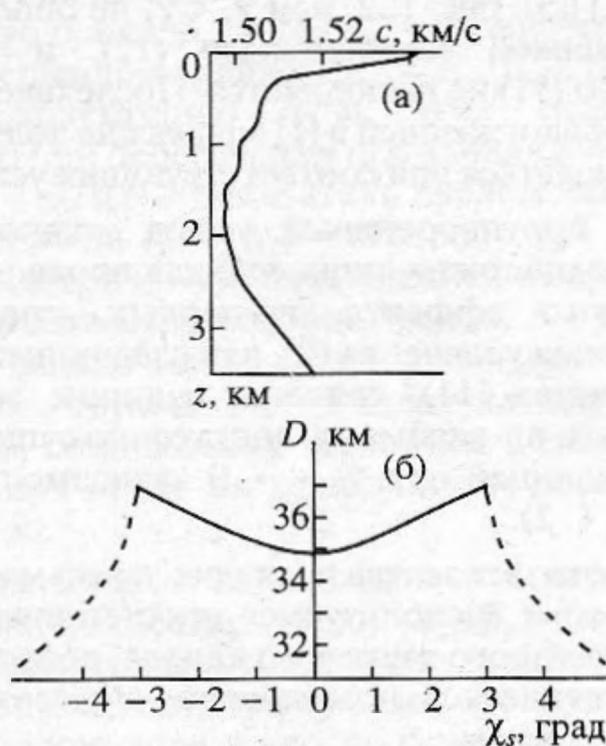


Рис. 2. Стратификация скорости звука $c(z)$ по глубине z в открытом ко дну подводном звуковом канале (а) и отвечающая ей при глубине источника $z_s = 75$ м зависимость длины цикла луча $D(\chi_s)$ от его угла выхода χ_s (б), сплошной участок которой соответствует рефрагированным в верхнем слое $0 < z < z_s$ и взаимодействующим с дном лучам, а штриховой – лучам, взаимодействующим с поверхностью и дном.

которая позволяет с достаточной степенью точности описывать основные закономерности волноводного распространения звуковых сигналов в глубоководных районах Мирового океана. Здесь $a_1 > 0$ и $a_2 > 0$ – параметры, характеризующие определенные величины градиента скорости звука в соответствующих слоях водной толщи океана, глубина которой равна H .

Выполнив с использованием (13) элементарное интегрирование в (5), найдем простое выражение для длины цикла луча

$$D(\beta_{jm}) = \frac{4}{a_1} \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right) \beta_{jm} \sqrt{1 - \beta_{jm}^2}, \quad (14)$$

$$\sqrt{1 - a_1 z_0} \leq \beta_{jm} \leq \sqrt{1 - a_1(z_0 - z_s)}$$

при этом, предполагая далее для определенности, что источник расположен выше оси канала $z_s \leq z_0$ уравнение (7) запишем в следующем виде:

$$F_0(\beta_{jm}) - \frac{\mu_j}{2} d_1(z_s, \beta_{jm}) - \frac{\chi_j}{2} d(z, \beta_{jm}) = 0; \quad (15)$$

$$F_0(\beta_{jm}) = \left(m + \frac{\mu_j + \chi_j}{2}\right) \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right) \frac{1 - 2\beta_{jm}^2}{\sqrt{1 - \beta_{jm}^2}}$$

$$d(z, \beta_{jm}) = \begin{cases} d_1(z, \beta_{jm}), & z < z_0, \\ \frac{a_1}{a_2} d_2(z, \beta_{jm}), & z > z_0, \end{cases}$$

$$d_1(z, \beta_{jm}) = \frac{1 + a_1(z - z_0) - 2\beta_{jm}^2}{\sqrt{1 + a_1(z - z_0) - \beta_{jm}^2}}$$

$$d_2(z, \beta_{jm}) = \frac{1 - a_2(z - z_0) - 2\beta_{jm}^2}{\sqrt{1 - a_2(z - z_0) - \beta_{jm}^2}}$$

Из (14) найдем выражения для производной в левой части уравнения (9):

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_{jm}} = \frac{4}{a_1} \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right) \frac{1 - 2n^2(z_s) \cos^2 \chi_s}{\sqrt{1 - n^2(z_s) \cos^2 \chi_s}}. \quad (16)$$

При $\Delta z = z_0 - z_s > 0$ и $\chi_s = 0$ из (16) получаем значение

$$\left. \frac{\partial D}{\partial \beta_{jm}} \right|_{\chi_s=0} = -\frac{4}{a_1} \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right) \frac{1 + 2a_1 \Delta z}{\sqrt{a_1 \Delta z}}, \quad (17)$$

существенно отличающееся от нулевого, что означает отсутствие решения $\chi_s = \chi_c = 0$ уравнения (9) в данном канале при соответствующих условиях. Естественно, что не выполняется также и

равенство (11), поскольку, в отличие от (12), имеет место иная асимптотическая при $\chi_s \rightarrow 0$ зависимость для длины цикла

$$D(\chi_s) \approx \begin{cases} \frac{4}{a_1} \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right) |\chi_s|, & \Delta z = 0, \quad \chi_s < \chi_p \ll 1, \\ \frac{4}{a_1} \left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right) \sqrt{a_1 \Delta z (1 - a_1 \Delta z)} \times \\ \times \left[1 + \frac{1 - 2a_1 \Delta z}{2a_1 \Delta z} \chi_s^2\right], & \\ \Delta z \neq 0, \quad \chi_s^2 / a_1 \Delta z \ll 1. \end{cases} \quad (18)$$

При этом из (18) следует, что при расположении источника на оси канала $\Delta z = 0$ не выполняется также и уравнение (10), поскольку соответствующая производная в его левой части терпит разрыв в точке $\chi_s = 0$. Однако из полученных результатов не следует вывод об отсутствии пучка, энергия которого сконцентрирована в малой окрестности особого луча с $\chi_s = 0$, поскольку, как не трудно убедиться, существует характерное для него решение $\chi_s = \chi_c \approx 0$ более общего, чем (9), уравнения (7), в том числе и при $\Delta z = 0$ (когда $\chi_s = \chi_c = 0$).

Для доказательства этого утверждения проанализируем соответствующее (7) уравнение (15), причем рассмотрим наиболее выделенный луч с $\mu_3 = \chi_3 = 1$, возможность существования решения уравнения (15) для которого наиболее предпочтительна по сравнению с другими лучами. Тогда если воспользоваться заменой $\alpha_m^2 = 1 - \beta_{3m}^2 = \sin^2 \chi$ и учесть, что интерес представляют лишь малые величины $\alpha_m^2 \approx \alpha_0^2 = a_1 \Delta z \ll 1$, то из (15) получим следующее приближенное решение:

$$\alpha_m^2 = \alpha_c^2 \approx \frac{\alpha_0^2}{1 - y_m(z)}, \quad (19)$$

в котором аналитическое выражение для функции $y_m(z) \ll 1$ удается найти лишь при выделенных значениях глубины z :

$$y_m(z) = \begin{cases} [(m+1)(1 + a_1/a_2)]^{-2}, & z = z_s, \\ [2(m+1)(1 + a_1/a_2) - 1]^{-2}, & z = z_0, \\ [2(m+1)]^{-2}, & z = z_* = \\ = z_0(1 + a_1/a_2) - \frac{a_1}{a_2} z_s. \end{cases} \quad (20)$$

Для того чтобы найденные значения α_m^2 (19) соответствовали допустимому для рефрагированных лучей диапазону изменения углов выхода, определяемому соотношением $n(0) \leq \beta_{jm} \leq n(z_s)$, источник должен располагаться ниже критической глубины z_m :

$$z_s > z_m = z_0 \frac{y_m(z)}{1 - y_m(z)}. \quad (21)$$

Решение (19) позволяет утверждать, что в рассматриваемом подводном звуковом канале (13) геометрическое расхождение лучевой трубки будет самым минимальным у тех рефрагированных лучей, которые группируются в непосредственной близости около особого для геометроакустического приближения луча с $\alpha_c^2 = \alpha_0^2$ (точки поворота которого расположены на горизонте источника $z_b = z_s$ и сопряженной глубине $z_n = z_*$), поскольку соответствующие им значения α_m^2 (19) отличаются от α_0^2 на малую величину

$$\varepsilon = \frac{\alpha_m^2 - \alpha_0^2}{\alpha_0^2} = \frac{y_m(z)}{1 - y_m(z)} \ll 1 \quad (22)$$

для представляющего интерес дальнего распространения акустических сигналов ($m \gg 1$). При этом, как видно из (19), с ростом номера цикла m и увеличением глубины источника существенно сужается диапазон углов выхода рефрагированных лучей, формирующих соответствующий узкий звуковой пучок с преобладающей интенсивностью. В предельной ситуации, а именно при расположении источника на оси $\Delta z = 0$ канала (13) решение (19) $\alpha_c = 0$ соответствует осевому лучу (см. [8, 9]).

Рассмотрим теперь подводный звуковой канал, описываемый следующей зависимостью квадрата показателя преломления от глубины:

$$n^2(z) = \text{ch}^{-2} [a_3(z_0 - z)], \quad 0 \leq z \leq H, \quad (23)$$

которой соответствует постоянное значение длины цикла для всех рефрагированных лучей [17]:

$$D(\beta_{jm}) = 2\pi/a_3. \quad (24)$$

Из (24) следует, что уравнение (9), аналогично как и уравнение (10), выполняется во всем диапазоне изменения углов выхода этих лучей. Такая ситуация соответствует возникновению в этом канале фокальных точек. Выполнив же с использованием (23) элементарные вычисления $R_{jm}(\beta_{jm})$

и $\partial R_{jm}(\beta_{jm})/\partial \beta_{jm}$, найдем соответствующее (7) уравнение следующего вида:

$$\frac{\beta_{jm}}{1 - \beta_{jm}^2} \left\{ \frac{\mu_j \operatorname{sh} [a_3(z_0 - z_s)]}{\sqrt{(1 - \beta_{jm}^2)^2 + \beta_{jm}^4 \operatorname{sh}^2 [a_3(z_0 - z_s)]}} + \frac{\chi_j \operatorname{sh} [a_3(z_0 - z)]}{\sqrt{(1 - \beta_{jm}^2)^2 + \beta_{jm}^4 \operatorname{sh}^2 [a_3(z_0 - z)]}} \right\} = 0. \quad (25)$$

Проанализируем уравнение (25) для наиболее выделенных в таком канале лучей с $j = 1$ и $j = 2$, которым отвечает значение $\mu_j/\chi_j = -1$. Тогда из (25) при $\alpha_{jm}^2 = 1 - \beta_{jm}^2$ с точностью до α_{jm}^2 найдем следующее приближенное уравнение:

$$\alpha_{jm}^2 \frac{\operatorname{sh}^2 [a_3(z_0 - z)] - \operatorname{sh}^2 [a_3(z_0 - z_s)]}{\operatorname{sh}^2 [a_3(z_0 - z)] \operatorname{sh}^2 [a_3(z_0 - z_s)]} = 0, \quad (26)$$

очевидное решение которого $\alpha_{jm}^2 = 0$ соответствует осевому лучу, распространяющемуся горизонтально, и возможно лишь при расположении источника на оси канала ($z_s \rightarrow z_0$). Поэтому в таком канале узкий звуковой пучок с преобладающей интенсивностью формируется лишь только около осевого луча. Следующие же из (25) решения для всех возможных значений β_{jm} при $z = z_s$ и $j = 1, j = 2$ ($\mu_j/\chi_j = -1$), а также аналогичные им частные решения при $z = z_0 = z_s$ и $j = 3, j = 4$ ($\mu_j/\chi_j = 1$), соответствуют всего лишь фокальным точкам.

И наконец, рассмотрим подводный звуковой канал с параболической зависимостью квадрата показателя преломления от глубины [17]:

$$n^2(z) = 1 - a_4(z_0 - z)^2, \quad 0 \leq z \leq H, \quad (27)$$

которой также отвечает аналитическая угловая зависимость длины цикла рефрагированных лучей

$$D(\beta_{jm}) = 2\pi\beta_{jm}/\sqrt{a_4}, \quad (28)$$

но уже возрастающая, в отличие от (16) и (24), с уменьшением их угла выхода. Из (28) следует, что уравнение (9) не выполняется во всем диапазоне изменения угла выхода этих лучей, в то время как, при $\chi_s = \chi_c = 0$ имеет место равенство (10). С использованием (27), (28) найдем соответствующее (7) уравнение:

$$\pi \left(2m + \frac{\mu_j + \chi_j}{2} \right) - \left\{ \mu_j \arcsin \left[\frac{\sqrt{a_4}(z_0 - z_s)}{\sqrt{1 - \beta_{jm}^2}} \right] + \right.$$

$$\left. + \chi_j \arcsin \left[\frac{\sqrt{a_4}(z_0 - z)}{\sqrt{1 - \beta_{jm}^2}} \right] \right\} - \frac{\beta_{jm}^2}{1 - \beta_{jm}^2} \times \left[\frac{\mu_j \sqrt{a_4}(z_0 - z_s)}{\sqrt{1 - a_4(z_0 - z_s)^2 - \beta_{jm}^2}} + \frac{\chi_j \sqrt{a_4}(z_0 - z)}{\sqrt{1 - a_4(z_0 - z)^2 - \beta_{jm}^2}} \right] = 0, \quad (29)$$

решение которого при $\chi_s = \chi_c = 0$, как нетрудно убедиться, отсутствует.

Докажем это для частного случая $z = z_s$, когда уравнение (29) можно записать в более удобной для анализа форме:

$$\pi \left(2m + \frac{\mu_j + \chi_j}{2} \right) - (\mu_j + \chi_j) \arcsin \left(\frac{\sqrt{a_4} \Delta z}{\alpha_{jm}} \right) - \frac{(1 - \alpha_{jm}^2)}{\alpha_{jm}^2} (\mu_j + \chi_j) \frac{\sqrt{a_4} \Delta z}{\sqrt{\alpha_{jm}^2 - a_4(\Delta z)^2}} = 0. \quad (30)$$

Как видно из (30), при $\chi_j = -\mu_j$ ($j = 1, j = 2$) его решения отсутствуют при всех допустимых значениях α_{jm}^2 , поэтому проанализируем данное уравнение для лучей с $\chi_j = \mu_j$ ($j = 1, j = 4$). В этом случае, для представляющей интерес малой при всех значениях $m \geq 1$ величины

$$x = \alpha_{jm}^2 - a_4(\Delta z)^2 \ll a_4(\Delta z)^2, \quad (31)$$

из (30) найдем приближенное выражение

$$x \approx \frac{\mu_j + \chi_j}{2\pi m \sqrt{a_4} \Delta z}, \quad (32)$$

противоречащее исходному предположению (31) и означающее, тем самым, отсутствие соответствующих условию (31) решений уравнения (30).

Следовательно, в параболическом подводном звуковом канале (27) узкий рефрагированный пучок с требуемыми свойствами не формируется, в отличие от канала (23), даже около осевого луча.

Таким образом, полученные в данной работе результаты позволяют утверждать, что при многомодовом режиме распространения акустических сигналов в океанических волноводах преобладающий по интенсивности звуковой пучок с предельно минимальным геометрическим расхождением волнового фронта формируется около горизонтально выходящего из источника луча лишь тогда, когда соответствующая заданным стратификации скорости звука и глубине погружения источника угловая зависимость длины цикла луча не является возрастающей при стремлении его угла выхода к нулевому значению.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 94-02-06071-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов Ю.В. Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111 - 120.
2. Буслаев В.С. Структура акустического поля вблизи поверхности глубокого моря // Зап. научн. семинаров ЛОМИ. 1981. Т. 117. С. 98 - 111.
3. Буслаев В.С., Перель М.В. Влияние вида профиля скорости вблизи поверхности на структуру поля в глубоком море // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 296 - 302.
4. Распространение звука в океане / Под ред. Бреховских Л.М. М.: Изд-во иностр. лит., 1951. 214.
5. Bryan G.M., Ewing J.I., Truchan M. Long range SOFAR studies in the south Atlantic ocean // J. Acoust. Soc. Amer. 1963. V. 35. № 3. P. 273 - 278.
6. Hirsch P. Acoustic field of a pulsed in the underwater sound channel // J. Acoust. Soc. Amer. 1965. V. 38. № 5. P. 1018 - 1030.
7. Carter A.H., Hirsch P. Mathematical models for the prediction of SOFAR propagation effects // J. Acoust. Soc. Amer. 1965. V. 37. № 1. P. 90 - 94.
8. Pedersen M.A. Theory of the axial ray // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 45. № 1. P. 157 - 178.
9. Pedersen M.A., White D.W. Ray theory for sources and receivers on an axis minimum velocity // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 48. Pt. 2. № 5. P. 1219 - 1245.
10. Бреховских Л.М. Усредненное поле в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1965. Т. 11. № 2. С. 148 - 159.
11. Guthrie K.M. Wave theory of SOFAR signal shape // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 56. № 3. P. 827 - 836.
12. Абросимов Д.И. О вертикальном распределении интенсивности звука в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 3. С. 309 - 314.
13. Haskell N.A. Asymptotic approximation for the normal modes in sound channel wave propagation // J. Appl. Phys. 1951. V. 22. № 2. P. 157 - 168.
14. Кудряшов В.М. Геометроволновой способ вычисления акустических полей в волноводе // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 5. С. 724 - 728.
15. Бреховских Л.М., Гончаров В.В., Дремучев С.А., Куртенов В.М., Селиванов В.Г., Чепурин Ю.А. Эксперимент по дальнему распространению звука в Канарской котловине Атлантического океана // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 824 - 831.
16. Гончаров В.В., Куртенов В.М. О формировании и распространении слаборасходящихся пучков лучей в горизонтально неоднородном океане // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 5. С. 773 - 781.
17. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.

Formation of Intensity-Dominant Narrow Sound Beams in Stratified Oceanic Waveguides

Yu. V. Petukhov

*Nizhnii Novgorod Research Radiophysical Institute, ul. Bol' shaya Pecherskaya 25,
Nizhnii Novgorod, 603600 Russia*

Abstract – Using simple models for an underwater sound channel, an intensity-dominant sound beam with minimal geometric divergence of the wave front is shown to be formed near the horizontal ray emanating from the source only if the angular dependence of the ray-cycle length does not increase as its angle of departure tends to zero.