АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 2, с. 247 - 253

УДК 534.26

ОТРАЖЕНИЕ ЗВУКА ОТ ЛЕДОВОГО ПОКРОВА

© 1996 г. В. М. Кудряшов

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 28.12.94 г.

Исследуется отражение и рассеяние звука от модели ледового покрова для произвольного по величине параметра Рэлея с учетом рассеяния звука в поверхностные волны ледового покрова. Показано, что для низких частот рассеяние звука в собственные моды ледового покрова существенно ослабляет когерентное звуковое поле.

Ледовый покров моделируем упругой пластиной со статистически неровными границами, плавающей в воде. Вводим декартову систему координат x, y, z, ось z направлена вниз, горизонт $z = 0$ совмещаем с уровнем свободной от льда воды. Неровности границ вода–лед и свободной поверхности льда описываем статистически однородными и изотропными функциями

$$z = s_j(\mathbf{r}), \quad j = 1, 2; \quad \mathbf{r} = \{x, y\} \quad \langle s_j(\mathbf{r})\rangle = 0,$$

$$\langle s_j^2(\mathbf{r})\rangle = \sigma_j^2,$$

$$\langle s_j(\mathbf{r})s_j(\mathbf{r}+\boldsymbol{\rho})\rangle = \sigma_j^2 R(\rho),$$

$$\langle s_1(\mathbf{r})s_2(\mathbf{r}+\boldsymbol{\rho})\rangle = K\sigma_1\sigma_2 R(\rho).$$

Угловые скобки означают операцию статистического усреднения. Материал льда характеризуем плотностью μ относительно плотности воды, скоростью продольных волн $c_l(1 - i\eta_l)$ и скоростью сдвиговых волн $c_t(1 - i\eta_t)$. Лед имеет среднюю толщину h. В силу закона Архимеда, он погружен в воду в среднем на глубину μh. Полагаем, что плотности вероятности смещений неровностей описываются нормальным (гауссовым) законом.

Рассеяние звука от непрозрачной неровной поверхности воды обстоятельно исследовалось в работе [1]. Исследование рассеяния плоской звуковой волны от упругой пластины, имитирующей ледовой покров, было проведено в работе [2], которую можно считать наиболее ранней публикацией на эту тему. Задача рассеяния звука решалась в борновском приближении без учета влияния рассеяния в изгибную волну на коэффициент отражения когерентного звукового поля. Этот недостаток компенсирован тем же автором в работе [3].

Автором данной работы опубликован цикл статей, посвященных распространению звука в волноводе с неровным ледовым покровом. Задача решалась в приближении Бурре (ММВ). Примером такой статьи является публикация в Акустическом журнале [4]. Результаты были использованы при разработке программ расчета звуковых полей в волноводах Арктического типа. Звуковые поля представлялись в виде суперпозиции нормальных волн [5].

В данной работе использован полуфеноменологический подход к решению задачи, дающий тем не менее результаты, совпадающие с результатами, полученными другими методами в области применимости последних.

Предположим, что на ледовый покров из изоскоростного водного полупространства (с постоянной плотностью) падает плоская монохроматическая волна, звуковое давление в которой описывается функцией

$$p(\mathbf{r}; z, t) = \exp\,[i(\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r} - \beta z - \omega t)],$$

где $\omega = 2\pi f$, f – частота звука, t – время, ζ и β – горизонтальная и вертикальная компоненты волнового числа $k = \omega/c$, c – скорость звука в воде $k^2 = \zeta^2 + \beta^2$. В дальнейшем множитель $\exp(-i\omega t)$ всюду опускаем.

Оценим коэффициент когерентного (регулярного) отражения звука от плоскости $z = \mu h$. Начнем с феноменологического геометрического подхода к задаче, следуя идее работы [1], страница 191. В этом приближении зеркально отраженное (относительно плоскости $z = \mu h$) звуковое поле записывается в форме $p_з(\mathbf{r}, z) = V_г \exp[i\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r} + i\beta(z - \mu h)]$, где

$$V_г = V(\zeta;\, s_1, s_2, h)\exp\,[-i2\beta s_1]. \qquad (1)$$

Здесь $V(\zeta;\, s_1, s_2, h)$ – коэффициент отражения от ровной упругой пластины толщиной $h + s_1 + s_2$. Выражение для этой величины приведено в работах [4, 5]. Приближение предполагает, что неровности пологие и угол скольжения $\chi_0 = \arccos(\zeta/k)$ падающей волны много больше среднеквадратичного угла наклона неровностей относительно горизонтальной плоскости. Тангенс угла наклона неровностей определяется величиной

$$(\langle|\nabla s_j|^2\rangle)^{1/2}, \quad j = 1, 2,$$

где

$$\nabla = \mathbf{e}_x \partial/\partial x + \mathbf{e}_y \partial/\partial y.$$

Запишем V в форме

$$V = -(1 + i\beta\gamma)/(1 - i\beta\gamma) = V_0(\zeta)v, \qquad (2)$$

где γ описывается выражениями, приведенными в работе [4] на странице 1076, $V_0(\zeta) = V(\zeta; 0, 0, h)$. Из выражения (2) следует, что

$$v = (1 + i\beta a)/(1 - i\beta a) = \exp[i2\beta\alpha(s_1 + s_2)],$$

где

$$a = (\gamma - \gamma_0)/(1 + \beta^2\gamma\gamma_0), \quad \gamma = \gamma(\zeta;\ s_1, s_2, h),$$
$$\gamma_0 = \gamma(\zeta;\ 0, 0, h).$$

Полагаем, что геометрические высоты неровностей достаточно малы, чтобы можно было осуществить замену: $\gamma - \gamma_0 = \dot{\gamma}_0(s_1 + s_2)$, $\gamma\gamma_0 = \gamma_0^2$, где $\dot{\gamma}_0$ – производная от γ по толщине пластины при толщине равной h. Тогда $\alpha = \dot{\gamma}_0/(1 + \beta^2\gamma_0^2)$. Поведение функции $\alpha(\zeta)$ в зависимости от частоты звука, толщины и параметров ледового покрова исследовалось в работе [4]. Выяснено, что для $c_t = 0$ величина $\mathrm{Re}\,\alpha$ монотонно убывает с ростом fh от значения, близкого к μ, до нуля. Если $c_t \neq 0$, то в области значений ζ и fh, где превалирует сдвиговая упругость, $\mathrm{Re}\,\alpha < 0$, поэтому для $\zeta < k$ при увеличении fh величина $\mathrm{Re}\,\alpha$ убывает от значения, близкого к μ, до некоторого отрицательного значения, а затем возрастает до нуля. Зависимость $\alpha(\zeta)$ от ζ показывает, что α меняется медленно при изменении ζ всюду, кроме окрестности точек $\zeta = k_l = \omega/c_l$, $\zeta = k_t = \omega/c_t$ и значений волновых чисел собственных мод колебаний ледовой пластины (волновых чисел поверхностных мод).

Подставляя выражение для v в (2), получаем

$$V_\Gamma = V_0(\zeta)\exp[-i2\beta(1 - \alpha)s_1(\mathbf{r}) + i2\beta\alpha s_2(\mathbf{r})]. \quad (3)$$

Осуществив операцию статистического усреднения, получаем выражение для коэффициента когерентного отражения:

$$\langle V(\zeta)\rangle = V_0(\zeta)\exp\{-2\beta^2[\sigma_1^2(1 - \bar{\alpha})^2 + \sigma_2^2\bar{\alpha}^2 + 2K\sigma_1\sigma_2\bar{\alpha}(1 - \bar{\alpha})]\}, \qquad (4)$$

где $\bar{\alpha} = \mathrm{Re}\,\alpha$. Для акустически мягкой границы $\alpha = 0$ и выражение (4) сводится к выражению (9, 71) работы [6].

Звуковое поле при $z > \sigma_1$ может быть представлено в виде суперпозиции падающей плоской волны p, когерентной уходящей волны $\langle p\rangle$, имеющей продольное волновое число $\boldsymbol{\zeta}$ и сплошного спектра (по продольному волновому числу $\mathbf{u}$) рассеянных волн, уходящих от ледового покрова, и имеющих суммарное звуковое давление p_s. Средние потоки энергии всех этих волн связаны соотношением баланса потоков. Полагая, что

$$\langle p\rangle = \langle V(\zeta)\rangle\exp[i\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r} + i\beta(\zeta)(z - \mu h)],$$

$$P_s = \iint_{-\infty}^{\infty} \Omega(\mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta})\exp[i\mathbf{u}\mathbf{r} + i\beta(u)(z - \mu h)]\,du_x du_y,$$

где

$$\beta(u) = [k^2 - u^2]^{1/2},$$

можем записать уравнение баланса средних потоков энергии в виде

$$|\langle V(\zeta)\rangle|^2 = |V_0(\zeta)|^2 - \mathrm{Re}\iint_{-\infty}^{\infty} \Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta})\,du_x du_y. \qquad (5)$$

Воспользовавшись формулой Грина [1], имеем

$$\Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta}) = A(u, \zeta)\iint_{-\infty}^{\infty} [F_2(\mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta};\ \boldsymbol{\rho}) - |F_1(\mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta})|^2] \times \exp[-i(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})\boldsymbol{\rho}]\,q^{-1}\,d\rho_x d\rho_y, \qquad (6)$$

где F_1 и F_2 – одномерная и двумерная характеристические функции от

$$\exp\{-i\sum_{j=1}^{2}\mathrm{Re}[\beta_j(1 - \alpha_j)s_1(\mathbf{r}) + \beta_j\alpha_j s_2(\mathbf{r})]\},$$

где индексы j, равные 1 и 2, соответствуют волновым векторам $\boldsymbol{\zeta}$ и $\mathbf{u}$. Так как s_1 и s_2 распределены по нормальному закону, $|F_1|^2 = \exp(-q)$,

$$F_2 = \exp[-q(1 - R(\rho))],$$

где

$$q = \sigma_1^2\left[\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{2}\beta_j(1 - \bar{\alpha}_j)\right]^2 + \sigma_2^2\left[\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{2}\beta_j\bar{\alpha}_j\right]^2 + 2K\sigma_1\sigma_2\left[\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{2}\beta_j(1 - \bar{\alpha}_j)\right]\left[\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{2}\beta_j\bar{\alpha}_j\right].$$

При вычислении $A(u, \zeta)$ использовали схему, похожую на метод малых наклонов [7, 8]. В результате получили выражение

$$A(u, \zeta) = |V_0(\zeta)||V_0(u)|\pi^{-2}\beta(\zeta)\beta(u) \times \{\sigma_1^2[1 - \alpha(\zeta)][1 - \alpha(u)] + \sigma_2^2\alpha(\zeta)\alpha(u) + K\sigma_1\sigma_2[\alpha(\zeta)(1 - \alpha(u)) + \alpha(u)(1 - \alpha(\zeta))]\}.$$

Предположим, что $R(\rho) = \exp(-\rho^2/\rho_0^2)$. Воспользуемся соотношением, приведенным в работе [9], которое можно записать в виде

$$\exp[-q(1 - \exp(-x^2))] - \exp(-q) = [1 - \exp(-q)]\exp[-qx^2/(1 - \exp(-q))]$$

и применим его к подынтегральному выражению в равенстве (6). В результате получим

$$\Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta}) = A(u, \zeta)\,(2\pi)^2 E(u, \zeta) G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta}), \qquad (7)$$

где

$$E = [1 - \exp(-q)]/q,$$

$$G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta}) =$$

$$= (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{\infty} R_э(\rho) \exp[-i(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})\boldsymbol{\rho}]\, d\rho_x d\rho_y.$$

$R_э(\rho)$ получается из $R(\rho)$ заменой ρ_0^2 на $\rho_э^2 = \rho_0^2 E$. В данном случае

$$G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta}) = (4\pi)^{-1} \rho_э^2 \exp[-\rho_э^2 (\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})^2/4]. \qquad (8)$$

Важно отметить, что выражение (7) справедливо и для других видов функции корреляции неровностей. Для $R(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_0)$ имеем

$$G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta}) = (2\pi)^{-2} \rho_э^2 [1 + (\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})^2 \rho_э^2]^{-3/2}. \qquad (9)$$

Рассмотрим предельные случаи $q \ll 1$ и $q \gg 1$. Величина q имеет тот же смысл, что и параметр Реллея для свободной поверхности. Значениям $q \ll 1$ соответствует решение задачи совпадающее с приближением метода малых возмущений (ММВ) с массовым оператором Бурре [1]. В этом случае $E \simeq 1$, $\rho_э = \rho_0$, функция $G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})$ имеет смысл энергетического спектра неровностей ледового покрова, что соответствует резонансному механизму рассеяния звука. Учитывая, что $\iint_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta}) du_x du_y = 1$ функцию $G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})$ можно рассматривать как нормированную характеристику углового рассеяния звука, однозначно связанную с индикатрисой рассеяния ледового покрова. Введем углы скольжения падающей волны $\chi_0 = \arccos(\zeta/k)$ и рассеянной волны $\chi = \arccos(u/k)$ и обозначим через φ азимутальный угол между направлениями распространения этих волн.

Аргумент G включает величину $\rho_0^2(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})^2$, которая при $q \ll 1$ записывается в виде

$$\rho_э^2(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})^2 = 4\rho_0^2 k^2 \Big[\sin^2\Big(\frac{\chi + \chi_0}{2}\Big) \sin^2\Big(\frac{\chi - \chi_0}{2}\Big) +$$

$$+ \cos(\chi)\cos(\chi_0)\sin^2(\varphi/2) \Big].$$

Вертикальная ширина индикатрисы рассеяния при $q \ll 1$ определяется $k\rho_0$, т.е. средним горизонтальным размером неровностей ρ_0 и частотой звука. В азимутальной плоскости максимум индикатрисы рассеяния соответствует $\varphi = 0$, если $k\rho_0$ достаточно велико. Если $k\rho_0 \ll 1$, то G слабо зависит от χ и φ. Угловая зависимость индикатрисы рассеяния определяется множителем $A(u, \zeta)$, в котором доминирует $\beta(u) = k\sin(\chi)$, т.е. на очень низких частотах рассеивание происходит преимущественно вниз. По мере роста $k\rho_0$ максимум индикатрисы рассеивания смещается к значению $\chi = \chi_0$, $\varphi = 0$. Чем больше $k\rho_0$, тем уже индикатриса рассеяния.

В случае $q \gg 1$ имеем $E = q^{-1}$ и $\rho_э^2 = \rho_0^2/q$. Величина q пропорциональна эффективному среднему квадрату высоты неровностей и эквивалента параметру Реллея. При достаточно больших fh имеем $\alpha = 0$ и $q = \sigma_1^2 [\mathrm{Re}\beta(\zeta) + \mathrm{Re}\beta(u)]^2$. Следовательно $\rho_э$ пропорциональна $\dfrac{\rho_0}{\sigma_1}$, т.е. величине, обратной тангенсу от среднеквадратичного угла наклона неровностей. Соответственно, $G(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})$ характеризует энергетический спектр наклонов неровностей границы, т.е. рассеяние, как в приближении Киргофа [6], носит бликовый характер.

В этом случае

$$\rho_э^2(\mathbf{u} - \boldsymbol{\zeta})^2 = \frac{\rho_0^2}{\sigma_1^2} \times$$

$$\times \left[\mathrm{tg}\Big(\frac{\chi - \chi_0}{2}\Big) + \frac{\cos(\chi)\cos(\chi_0)}{\cos^2\Big(\frac{\chi - \chi_0}{2}\Big)} \frac{\sin^2(\varphi/2)}{\sin^2\Big(\frac{\chi + \chi_0}{2}\Big)} \right].$$

Следовательно угловая ширина индикатрисы рассеяния определяется среднеквадратичным наклоном и не зависит от частоты звука [6]. Если $\alpha \neq 0$, то в силу частотной зависимости α форма индикатрисы рассеяния будет зависеть от частоты звука, но по-прежнему будет зависеть от среднеквадратичных наклонов неровностей ледового покрова, т.е. будет носить бликовый характер. Максимум индикатрисы рассеяния при $\sigma_j/\rho_0 \ll 1$ практически совпадает с $\chi = \chi_0$, $\varphi = 0$.

Достоинство выражения (7) состоит в том, что оно пригодно при любых значениях q и равномерно переходит как в приближение ММВ при $q \ll 1$, так и к виду, подобному приближению Киргофа, при $q \gg 1$, но имеет аналитическую форму и при q близким к единице.

При $q \gg 1$, как и в приближении метода касательной плоскости (Киргофа), выражение (7) имеет формальные ограничения при углах скольжения падающей и рассеянной волн близких и меньших среднеквадратичного угла наклона неровностей θ, связанные с эффектом затенения. Тем не менее, в силу малости σ_j/ρ_0, $j = 1, 2$, возможны ситуации, когда при $\chi_0 \gg \theta$, $\chi \gg \theta$ параметр Реллея велик ($q \gg 1$), а при $\chi_0 \leq \theta$, $\chi \leq \theta$ он мал и справедливо приближение ММВ, которое не имеет ограничений по χ_0, χ и выражение (7)

справедливо во всем диапазоне изменения волновых чисел.

Выражение (5) после подстановки (7) и замены переменных интегрирования преобразуется к виду

$$|\langle V(\zeta)\rangle|^2 = |V_0(\zeta)|^2 - \mathrm{Re}\int_0^\infty A(u,\zeta)\,(2\pi)^2 E(u,\zeta)\times \times\left[\int_{-\pi}^{\pi} G(\mathbf{u}-\boldsymbol{\zeta})d\varphi\right] u\,du. \quad (10)$$

При выполнении условия $k\rho_э \gg 1$ интеграл по φ в (10) вычисляется методом наибыстрейшего спуска, в результате имеем

$$|\langle V(\zeta)\rangle|^2 = |V_0(\zeta)|^2 - - \mathrm{Re}\int_0^\infty A(u,\zeta)\,(2\pi)^2 E(u,\zeta)\sqrt{\frac{u}{\zeta}}\,\hat{G}(u-\zeta)du,$$

$$\hat{G}(u-\zeta) = (2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{\infty} R_э(\rho)\exp\left[-i(u-\zeta)\rho\right]d\rho.$$

Функция $A(u,\zeta)$ имеет полюса, совпадающие с полюсами $V_0(u)$ и соответствующие собственным модам колебания ледового покрова, нагруженного на воду. Наиболее важной модой на низких частотах является изгибная волна. Вычисление интеграла по u в выражении (10) связано с деформацией контура интегрирования, при котором пересекаются эти полюса. В результате выражение для $|\langle V(\zeta)\rangle|^2$ будет содержать дискретную составляющую, равную сумме вычетов в полюсах, и член, возникающий при интегрировании по сплошному спектру рассеяния плоских волн. Соответственно, потери в когерентном поле, обусловленные рассеянием, включают потери из-за рассеяния в уходящие плоские волны и потери из-за рассеяния в собственные моды ледового покрова. Ледовой покров имеет, как правило, $\rho_0 \gtrsim 40$ м. Для этих ρ_0, как показано в работах [3, 10], рассеяние в поверхностные волны существенного значения не имеет, если $k\rho_0 \gg 1$ и $R(\rho) = \exp(-\rho^2/\rho_0^2)$, поскольку волновые числа поверхностных волн в несколько раз больше волнового числа в воде. Однако, как показали последние статистические обработки профиля ледового покрова, функция корреляции неровностей льда ближе к $R(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_0)$, т.е. энергетический спектр неровностей описывается функцией (9), а не (8), имеющей более медленное (степенное, а не экспоненциальное) спадание при возрастании $|u-\zeta|$. Поэтому на низких частотах (от единиц Гц до десятков Гц) рассеяние в волны дискретного спектра может иметь существенное влияние на величину коэффициента отражения когерентного звукового поля. Для $R(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_0)$ из выражения (10) получаем, используя метод вычетов и табличный интеграл, следующее выражение:

$$|\langle V(\zeta)\rangle|^2 = |V_0(\zeta)|^2(1-4\sigma_э^2\beta_0\tilde{\beta}E_0) - - \mathrm{Re}\sum_{m=1}^{M} 8\pi\beta_0|V_0(\zeta)|\hat{\beta}(u_m)u_m\times \times\left[\frac{d}{du}(-\hat{\beta}\gamma)\right]^{-1}_{u=u_m} E(u_m,\zeta)\left[\int_{-\pi}^{\pi} G(\mathbf{u}-\boldsymbol{\zeta})d\varphi\right]\times \times\{\sigma_1^2(1-\alpha_0)(1-\alpha_m)+\sigma_2^2\alpha_0\alpha_m + +K\sigma_1\sigma_2[\alpha_0(1-\alpha_m)+\alpha_m(1-\alpha_0)]\}, \quad (11)$$

где полагаем

$$\beta_0 = \beta(\zeta),\quad \alpha_0 = \alpha(\zeta),\quad \alpha_m = \alpha(u_m),$$

$$\hat{\beta} = [u^2-k^2]^{1/2},$$

$$\tilde{\beta} = \mathrm{Re}\,[\beta_0^2 - i2\zeta/\rho_э]^{1/2},$$

$$\sigma_э^2 = \sigma_1^2(1-\bar{\alpha}_0)^2 + \sigma_2^2\bar{\alpha}_0^2 + 2K\sigma_1\sigma_2\bar{\alpha}_0(1-\bar{\alpha}_0),$$

$$\bar{\alpha}_0 = \mathrm{Re}\,\alpha_0,\quad \rho_э^2 = \rho_0^2 E_0,$$

$$E_0 = [1-\exp(-4\beta_0^2\sigma_э^2)]/(2\beta_0\sigma_э)^2.$$

При вычислении интеграла по сплошному спектру рассеянных плоских волн мы предположили выполнение условия $(k\rho_э)^2 \gg 1$. Это условие не является жестким, поскольку ρ_0 равно десяткам метров, так что $(k\rho_0)^2 \gg 1$ для всех интересующих нас частот звука. Если $(2\beta_0\sigma_э)^2 \gg 1$, то это условие приводится к виду $2\sin(\chi_0)\sigma_э/\rho_0 \ll 1$. Последнее соотношение верно всегда, так как $\sigma_э/\rho_0 \ll 1$.

Очевидно, что

$$\tilde{\beta} = \beta_0 \text{ при } \sin^2(\chi_0) \gg 2\cos(\chi_0)/(k\rho_э) \quad (12)$$

и $1 - 4\sigma_э^2\beta_0\tilde{\beta}E_0 \simeq \exp(-4\beta_0^2\sigma_э^2)$. Следовательно, выражение (11) эквивалентно (4) с точностью до членов, учитывающих рассеяние в поверхностные волны ледового покрова. Заметим, что при $(2\sigma_э\beta_0)^2 \gg 1$ условие (12) преобразуется к виду $\mathrm{tg}(\chi_0) \gg 4\sigma_э/\rho_0$, т.е. требуется превышение угла скольжения падающей волны над значением среднеквадратичного угла наклона неровностей. Если $(2\sigma_э\rho_0)^2 \ll 1$, то $E_0 = 1$ и $1 - 4\sigma_э^2\beta_0\tilde{\beta}E_0 \simeq 1 - 4\sigma_э^2\beta_0\mathrm{Re}[\beta_0^2 - i2\zeta/\rho_0]^{1/2}$. При $\sin^2(\chi_0) \ll 2\cos(\chi_0)/(k\rho_0)$ имеем $1 - 4\sigma_э^2\beta_0\tilde{\beta}E_0 \simeq 1 - 4\sigma_э^2 k^{3/2}\sin(\chi_0)[\cos(\chi_0)/\rho_0]^{1/2}$, т.е. реализуется известный закон зависимости коэффициента затухания когерентного поля от частоты вида $f^{3/2}$. Зависимость α_0 от f может изменить этот закон, так как $\sigma_э$ будет зависеть от частоты звука.

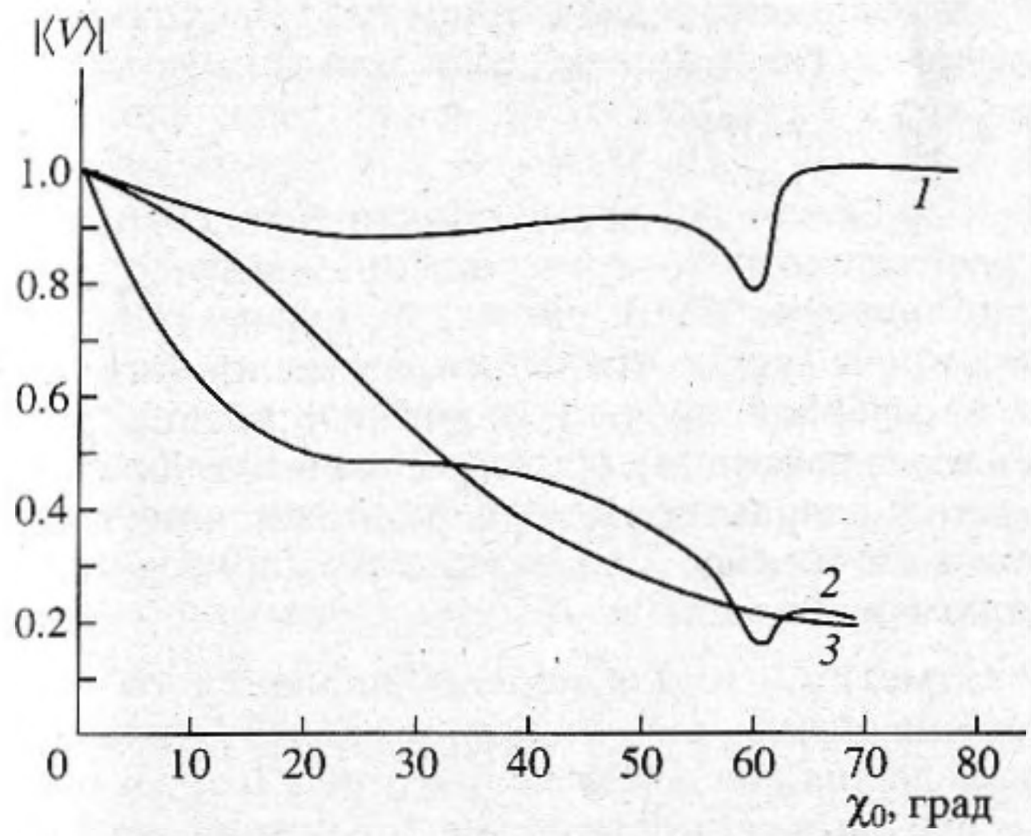

Рис. 1. Зависимость модуля когерентного коэффициента отражения звука от угла скольжения падающей волны.

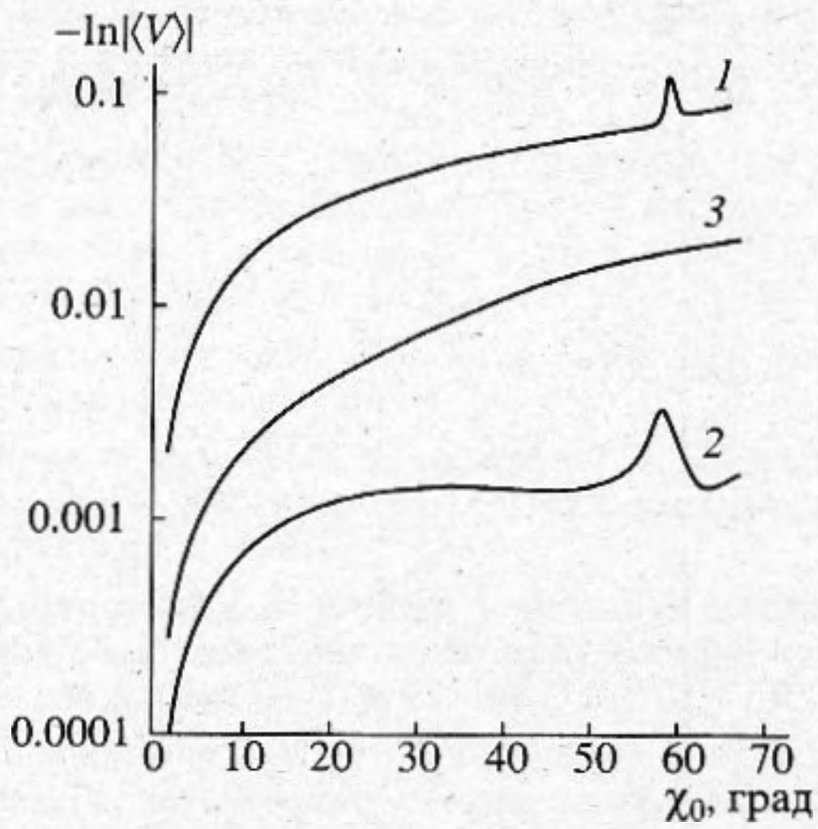

Рис. 2. Зависимость $(-\ln|\langle V\rangle|)$ от угла скольжения падающей волны.

В качестве примера на рис. 1 приведен расчет для ледового покрова, имеющего параметры $h = 4$ м, $\sigma_1 = 3$ м, $\sigma_2 = 1$ м, $\rho_0 = 50$ м, $c_l = 3000(1 - i0.02)$ м/с, $c_t = 1800(1 - i0.08)$ м/с, $\mu = 0.91$, $c = 1437$ м/с. Графики на рис. 1 описывают зависимость $|\langle V\rangle|$ от угла скольжения падающей волны на частоте 100 Гц. Цифра 1 соответствует $|V_0|$, т.е. коэффициенту отражения от льда с $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$. Угловая зависимость $|V_0|$ имеет типичную форму с локальным минимумом при χ_0 совпадающим с углом полного внутреннего отражения сдвиговых волн. Цифра 2 соответствует $|\langle V\rangle|$ с учетом рассеяния на неровностях льда. Цифра 3 соответствует расчету $|\langle V\rangle|$ при $c_t = 0$, т.е. случаю, когда нет поверхностных волн ледового покрова. Из рис. 1 видно, что при малых углах скольжения рассеяние в поверхностное (главным образом, в изгибную волну) существенно уменьшает $|\langle V\rangle|$, т.е. увеличивает затухание когерентного поля. При больших углах скольжения влияние рассеяния в поверхностные волны нивелируется. На рис. 2 построена зависимость $(-\ln|\langle V\rangle|)$ от угла скольжения на частоте 20 Гц. В этом случае рассеяние в изгибную волну (остальные поверхностные волны роли не играют) приводит к существенно (на порядок) большему затуханию когерентного поля во всем диапазоне изменения угла скольжения. Цифровые обозначения те же, что на рис. 1, однако при расчете $|\langle V\rangle|$ при $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$ полагали $\eta_l = \eta_t = 0$, чтобы устранить влияние активных потерь во льду и выделить эффект рассеяния в чистом виде.

С понижением частоты звука рассеяние в изгибную волну почти на 90 процентов определяет потери в когерентном поле. Следовательно, пренебрежение рассеянием в поверхностные моды ледового покрова [3, 10] дает сильно заниженные значения затухания когерентного поля.

В глубоководном арктическом волноводе на дистанциях порядка сотен километров профиль скорости звука и параметры ледового покрова можно считать независящими от расстояния. В этом случае когерентное звуковое поле, возбуждаемое точечным ($r = 0$, $z = z_0$) монохроматическим источником, при $r \gg \rho_0$, $z > \sigma_1$ по структуре подобно полю в плоскослоистом волноводе, т.е. может быть представлено в виде суперпозиции нормальных волн

$$p(r, z, z_0, t) = \sum_m D_m(z, z_0) H_0^{(1)}(\zeta_m r) \exp[-i2\pi ft], \quad (13)$$

где ζ_m – продольное волновое число нормальной волны номера m, $D_m(z, z_0)$ определяется мощностью источника звука и собственными функциями m-й моды на глубинах приема z и излучения z_0. Если $\rho_0 \ll R_m$, где R_m – бриллюэновская длина цикла m-й моды, то в приближении ВКБ [5] имеем

$$\zeta_m = \mathrm{Re}\, u_m - i \ln|\langle V(u_m)\rangle| / R_m, \quad (14)$$

где u_m – волновое число моды номера m для ровного льда толщины h ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0$). Воспользовавшись выражением (10) и учтя, что в приближении ВКБ для соседних по номеру нормальных волн $u_n - u_{n+1} = 2\pi/R_n$, заменим в (10) интегрирование по u суммированием по номерам нормальных волн, используя формулу Эйлера–Маклорена и дискретный набор волновых чисел u_m. В результате из выражения (14) получим

$$\mathrm{Im}\,\zeta_m = \mathrm{Im}\, u_m + 0.5 \sum_n B_{mn}, \quad (15)$$

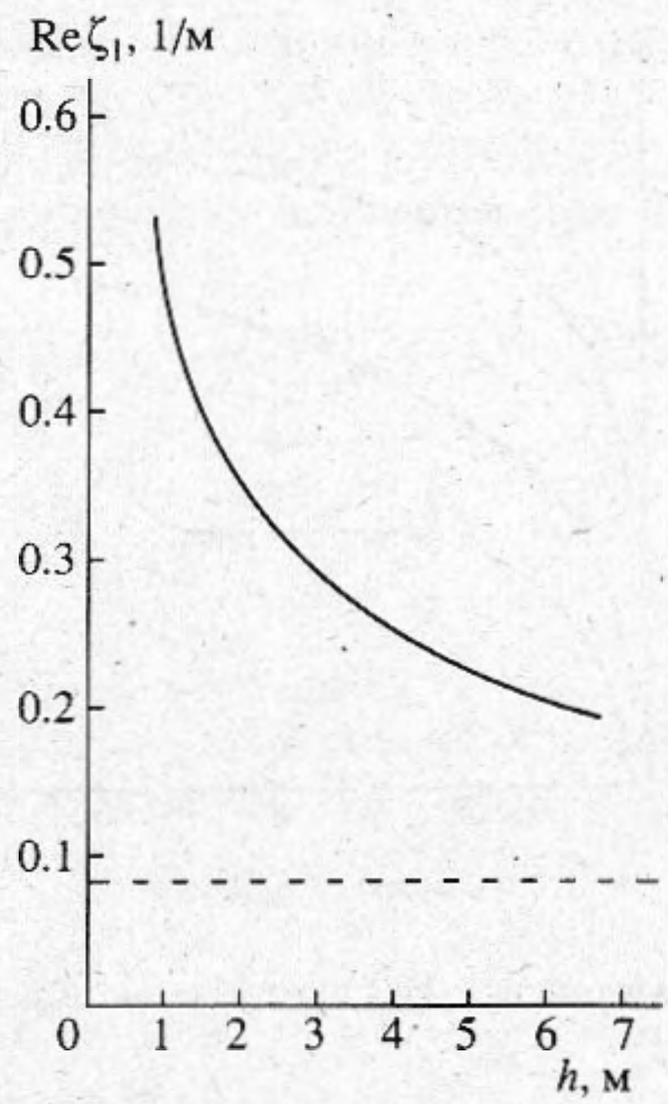

Рис. 3. Зависимость волнового числа изгибной волны от толщины льда.

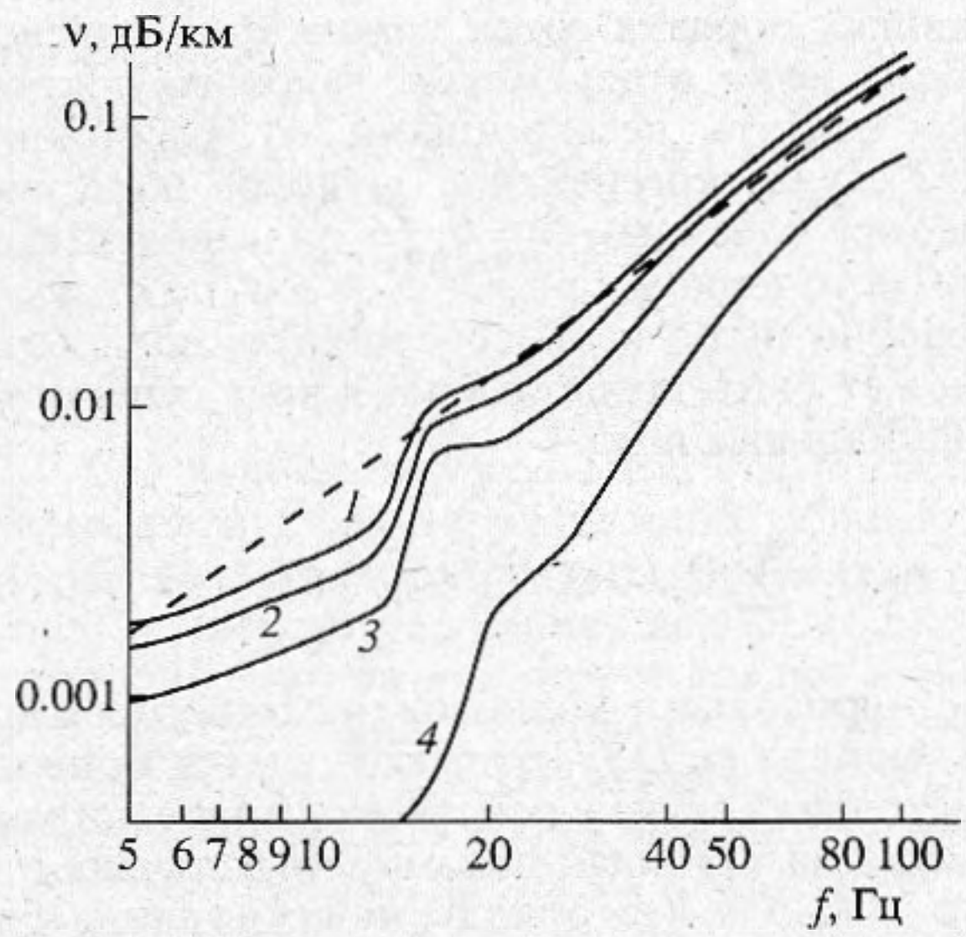

Рис. 4. Зависимость коэффициента затухания звукового поля в дБ/км от частоты звука в Гц.

где

$$B_{mn} = \mathrm{Re}\,8\pi\frac{\beta_m}{R_m}\frac{\beta_n}{R_n}\{\sigma_1^2(1-\alpha_n)(1-\alpha_m) + \\ + \sigma_2^2\alpha_m\alpha_n + K\sigma_1\sigma_2[\alpha_m(1-\alpha_n) + \\ + \alpha_n(1-\alpha_m)]\}E_{mn}u_n\int_{-\pi}^{\pi}G(\mathbf{u}_n-\mathbf{u}_m)d\varphi. \quad (16)$$

Здесь $\beta_n = |k^2(\mu h) - u_n^2|^{1/2}$, $E_{mn} = E(u_m, u_n)$.

Это выражение, как видим из (11), включает и поверхностные волны, если для них положить $R_n = [d/du(-\hat{\beta}\gamma)]_{u=u_n}$.

Выражения (15) и (16) практически совпадают с результатом строгого решения, полученного в приближении ММВ для малых параметров Релея, в чем можно убедиться, вычислив интеграл по u, содержащийся в граничном условии, приведенном в работе [4], способом вычетов. Коэффициент B_{mn} характеризует эффект рассеяния из m-й моды в n-й моду. Выражение (15) пригодно при любом ρ_0.

Отметим, что для модели "плавающего" льда $\mathrm{Re}\,u_m$ на низких частотах слабо зависит от толщины льда для водных мод, у которых $\mathrm{Re}\,u_m < k(\mu h)$, т.е. фазовые скорости нормальных волн слабо зависят от h для этих мод. У изгибной волны ($m = 1$) значение $\mathrm{Re}\,\zeta_1$ быстро убывает с ростом h, оставаясь при этом больше $k(\mu h)$. В качестве примера на рис. 3 построен график зависимости $\mathrm{Re}\,\zeta_1$ от h для льда, имеющего скорость продольных волн, равную $3000(1 - i0.02)$ м/с, скорость сдвиговых волн, равную $1800(1 - i0.08)$ м/с, и $\mu = 0.91$ на частоте 20 Гц. Пунктиром отмечено значение $k(\mu h)$. Видим, что $\mathrm{Re}\,\zeta_1$ превышает волновое число в воде в 2 - 5 раз. Это обстоятельство существенно сказывается на затухание водных мод, обусловленное рассеянием в изгибную волну.

Оценить затухание звукового поля в волноводе можно по закону спадания "энергетического" уровня звукового поля, получающегося в результате пространственного (по дистанции) усреднения интерференционной структуры звукового поля и описываемого выражением:

$$I = 10\lg\sum_m\left|D_m(z, z_0)H_0^{(1)}(\zeta_m r)\right|^2,$$

компоненты которого те же, что в выражении (13). Каждая нормальная волна зависит от r по закону $\exp(-\mathrm{Im}\zeta_m r)r^{-1/2}$, согласно выражению (13), если $|\zeta_m r| \gg 1$. Для трассы конкретной длины (выберем ее в интервале от 10 км до 500 км) запишем, формально, I в виде

$$I = I(r_0) - 10\lg(r/r_0) - \nu(r - r_0),$$

где ν является средним коэффициентом затухания, имеющим размерность дБ/км. Очевидно, что значение ν зависит от выбора трассы, так как $\mathrm{Im}\zeta_m$ и $D_m(z, z_0)$ разные у волн разных номеров. На рис. 4 построены графики, описывающие зависимость ν от частоты, рассчитанные для $R(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_0)$ для значений ρ_0, равных *1* – 40 м, *2* – 50 м, *3* – 80 м, типичной для Центральной Арктики гидрологии и параметров льда: $h = 4.5$ м, $\sigma_1 = 3$ м, $\sigma_2 = 1$ м, $c_l = 3500(1 - i0.02)$ м/с, $c_t = 1800(1 - i0.08)$ м/с, $\mu = 0.91$, $z = z_0 = 60$ м.

Цифрой *4* помечен график, соответствующий $\rho_0 = 50$ м и $c_t = 0$ (изгибной волны нет). Пунктиром помечена усредненная по ансамблю экспериментов зависимость $\nu(f)$. Из рис. 4 видно, что при увеличении ρ_0, т.е. ослаблении рассеяния в поверхностные волны, затухание уменьшается. Различие в уровнях затухания при разных ρ_0 тем больше, чем меньше частота звука. Типичные для ледового покрова значения $\rho_0 \in$ [40 м, 50 м] дают наиболее близкие к эксперименту значения затухания. Пренебрежение рассеянием в поверхностные волны (график *4*) приводит к существенному уменьшению затухания, особенно на частотах до 12 Гц.

Резюмируя содержание статьи, отметим следующие важные моменты. Приведено выражение для когерентного коэффициента отражения, пригодное для широкого диапазона изменения параметра Реллея. Показано, что рассеяние в поверхностные волны ледового покрова на низких частотах оказывает существенное влияние на затухание звукового поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
2. *Лапин А.Д.* Рассеяние звуковых волн на шероховатой границе между жидкостью и твердым телом. М.: Тр. АКИН, 1969. Вып. 5. С. 5 - 151.
3. *Лапин А.Д.* Отражение звука от тонкого твердого слоя с шероховатыми границами // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 3. С. 417 - 420.
4. *Кудряшов В.М.* Влияние сдвиговой упругости на рассеяние звука пластиной со статистически шероховатыми границами // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1075 - 1078.
5. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
6. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1972. 264 с.
7. *Воронович А.Г.* О двух подходах в теории рассеяния волн на неровных поверхностях // Акуст. волны в океане. М.: Наука, 1987. С. 121 - 130.
8. *Галактионов М.Ю.* Применение новых подходов для расчета коэффициента рассеяния скалярного волнового поля статистически неровной поверхности сложного спектрального состава // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 2. С. 270 - 276.
9. *Виноградов А.Г., Шмелев А.Б.* Рассеяние волн шероховатой поверхностью в случайно-неоднородной среде // Труды радиотехнич. института. 1974. № 18. С. 74 - 87.
10. *Kuperman W.A., Schmidt H.* Self-consistent pertubation approach to rough surface scattering in stratified elastic media // Journ. Acoust. Soc. Am., 1989. V. 86. P. 1511 - 1522.
11. *Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М., Петров Н.А.* Дальнее распространение звука в приповерхностном волноводе со статистически неровной границей // Л.: Морское приборостроение, сер. "Акустика", 1972. № 2. С. 56 - 73.

Sound Reflection from Ice Cover

V. M. Kudryashov

Sound reflection and scattering from a model ice cover was studied for an arbitrary value of the Rayleigh parameter with allowance for the sound scattering into ice-cover surface waves. It was shown that at low frequencies the sound scattering into the eigenmodes of the ice cover considerably attenuates the coherent sound field.