

КРАТКИЕ
СООБЩЕНИЯ

УДК 534

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ЗВУКОВОМ ИМПУЛЬСЕ

© 1996 г. С. Г. Абаимов, С. А. Рыбак

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4
Поступила в редакцию 16.03.95 г.

В работе [1] рассмотрена задача о рассеянии плоской звуковой волны вида

$$p_s = p_{s0} \exp(-i\omega_s t + ik_{sx}x + ik_{sy}y); \quad k_{sx} = k_s \cos \theta \quad (1)$$

на ограниченном в пространстве импульсе (рис. 1)

$$p_i = p_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_0 x); \quad x_2 - x_1 = l. \quad (2)$$

Рассмотрим более реалистичную форму импульса

$$p_i = p_0 \exp(-i\omega_0 t + ik_0 x) \frac{\sin((x-ct) \frac{\delta k}{2})}{(x-ct) \frac{\delta k}{2}}; \quad (3)$$

$$\delta k \ll k_0.$$

Чтобы определить рассеянное поле, возникающее в результате взаимодействия волн (1) и (3), воспользуемся, как и прежде, уравнением [2]

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{\varepsilon - 2 \sin^2(\theta/2)}{\rho c^4} \times \times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p_i + p_i^*}{2} \frac{p_s + p_s^*}{2} \right). \quad (4)$$

Решение уравнения (4) с помощью функции Грина

$$G(|\vec{r} - \vec{r}'|, t - t') = -\frac{1}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'| - c(t - t')) \quad (5)$$

имеет вид

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' G(|\vec{r} - \vec{r}'|, t - t') f(\vec{r}', t'); \quad (6)$$

$$f(\vec{r}, t) = \frac{\bar{\varepsilon} \omega^2}{2\rho c^4} p_0 p_{s0} \exp(-i\omega t + iq_x x + ik_{sy} y) \times \times \frac{\sin((x-ct) \frac{\delta k}{2})}{(x-ct) \frac{\delta k}{2}}. \quad (7)$$

Здесь

$$\omega = \omega_0 + \omega_s; \quad q = k_0 + k_s \cos \theta; \quad (8)$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon - 2 \sin^2(\theta/2).$$

В силу медленности огибающей импульса мы пренебрегли ее производными по времени сравнительно с производными от заполнения.

Согласно принципу причинности интегрирование в (6) происходит по прошлому $t' < t$.

Из свойств δ -функции находим

$$t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}. \quad (9)$$

Обозначим $R = |\vec{r} - \vec{r}'| = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}$.

Из (6) теперь получим

$$p = -\frac{\bar{\varepsilon} \omega^2 a^2}{8\rho c^4} p_0 p_{s0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{R} \exp(-i\omega(t - \frac{R}{c}) + iq_x x') \times \times \frac{\sin((x' - c(t - \frac{R}{c})) \frac{\delta k}{2})}{(x' - c(t - \frac{R}{c})) \frac{\delta k}{2}} dx'. \quad (10)$$

в приближении пологого падения волны $\sin \theta \ll \ll \lambda_s/a$. Радиус пакета из-за дифракции увеличивается по закону $a - a_0 \sim \lambda_\varphi x'/a_0$, откуда следует ограничение на x' .

Из (3) следует соотношение для максимума огибающей

$$x'_{\max} = ct'. \quad (11)$$

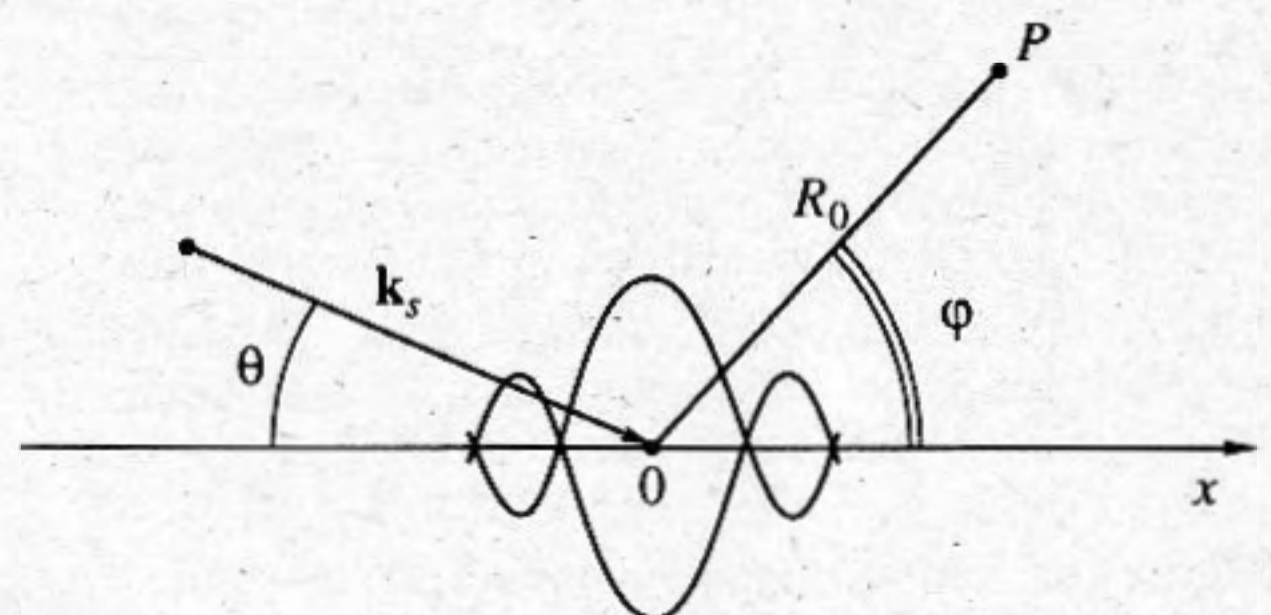


Рис. 1. Взаимное расположение плоской волны и рассеивающего импульса.

Из (11) и (9) находим

$$x'_{\max} = \frac{ct - R_0}{1 - \cos \varphi}, \quad \text{где } R_0 = [x^2 + y^2 + z^2]^{1/2}; \quad (12)$$

$$\cos \varphi = x/R_0.$$

Соотношение (12) определяет положение максимума, рассеянный сигнал от которого приходит в точку наблюдения в момент t .

При $\varphi \rightarrow 0$ имеем $R_0 \rightarrow x$ и $t \rightarrow x/c$, т.е. рассеянное поле от максимума огибающей приходит в точку x одновременно с самим максимумом.

Представим $x' = x'_{\max} + \xi$,

$$R = R_0 - x'_{\max} \cos \varphi - \xi \cos \varphi. \quad (13)$$

Разложение (13) имеет место при следующих предположениях:

а) $|x'_{\max}| \ll |x|$, т.е. (14)

$$\left| \frac{ct - R_0}{1 - \cos \varphi} \right| \ll |x|; \quad (15)$$

б) огибающая быстро стремится к нулю при уходе $(x - ct)$ от нуля.

При сделанных предположениях

$$p = -\frac{\bar{\epsilon} \omega^2 a^2}{8 \rho c^4} P_0 P_{s0} \frac{\exp(-i \omega_n (t - \frac{R_0}{c}))}{R_0} \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \exp(i \chi \xi) \frac{\sin(\xi(1 - \cos \varphi) \frac{\delta k}{2})}{\xi(1 - \cos \varphi) \frac{\delta k}{2}}, \quad (16)$$

где $\omega_n = \omega_s \frac{1 - \cos \theta}{1 - \cos \varphi}$; $\chi = -\frac{\omega}{c} \cos \varphi + q$.

Производя в (16) интегрирование по ξ , получим

$$p = -\frac{\bar{\epsilon} \omega^2 a^2}{8 \rho c^4 R_0} P_0 P_{s0} \exp(-i \omega_n (t - \frac{R_0}{c})) \times \frac{\pi}{\delta k (1 - \cos \varphi)} (\text{sign}((1 - \cos \varphi) \frac{\delta k}{2} + \chi) + \text{sign}((1 - \cos \varphi) \frac{\delta k}{2} - \chi)). \quad (17)$$

Таким образом, рассеяние происходит на доплеровской частоте. Последний множитель в (17) обеспечивает равенство нулю рассеянного давления везде вне области углов

$$\varphi_1 < \varphi < \varphi_2, \quad (18)$$

где

$$\cos \varphi_1 = \frac{k_0 + \frac{\delta k}{2} + k_s \cos \theta}{k_0 + \frac{\delta k}{2} + k_s};$$

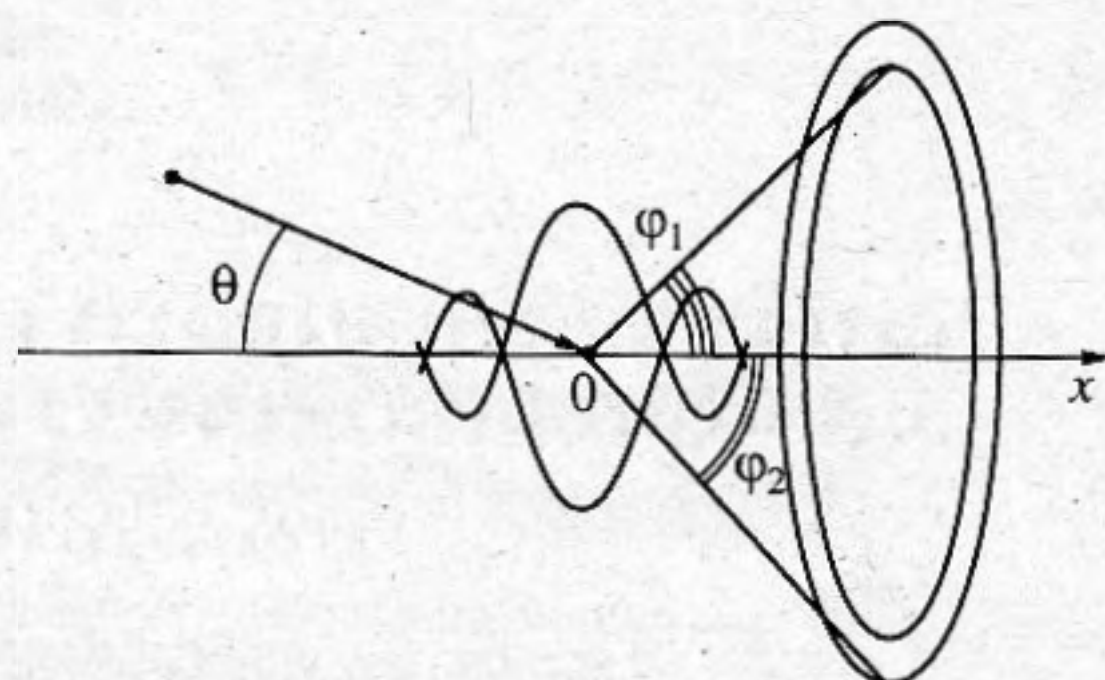


Рис. 2. Поле рассеяния плоской волны на звуковом импульсе.

$$\cos \varphi_2 = \frac{k_0 - \frac{\delta k}{2} + k_s \cos \theta}{k_0 - \frac{\delta k}{2} + k_s}.$$

Так как ширина импульса δk в импульсном пространстве много меньше волнового числа k , то рассеяние происходит только в малую окрестность угла φ_0

$$\cos \varphi_0 = \frac{k_0 + k_s \cos \theta}{k_0 + k_s}. \quad (19)$$

Ширина этой окрестности

$$|\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2| = \frac{\delta k k_s}{(k_0 + k_s)^2} (1 - \cos \theta) \ll 1,$$

из-за узкополосности импульса, т.е. рассеяние происходит только в узкую область между двумя конусами, расположенными вблизи угла (19), и разрывно спадает до нуля при пересечении границ конусов (рис. 2).

В окрестности угла (19) доплеровская частота фактически равна суммарной.

Интеграл в выражении (16) для огибающей любой формы дает множитель $(1 - \cos \varphi)^{-1}$ и спектр огибающей, как функцию выражения

$$\frac{\chi}{1 - \cos \varphi}.$$

Рассеяние, как и в рассмотренном выше случае, происходит на доплеровской частоте (также близкой к суммарной) только в малую окрестность угла (19), границы которой даются (18). Однако давление при пересечении границ может спадать не разрывно, как было в рассмотренном выше случае, а более плавно.

Работа поддержана РФФИ, № 94-02-03296.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Наугольных К.А., Рыбак С.А. Взаимодействие плоской волны с акустическим импульсом // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 1. С. 101 - 103.
2. Зверев В.А., Калачев А.И. Модуляция звука звуком при пересечении акустических волн // Акуст. журн. 1970. Т. 16. № 2. С. 245 - 252.