АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 3, с. 438–442

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

РАСЧЕТ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В АРКТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 1996 г. В. М. Кудряшов

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 10.03.95 г.

Основными особенностями Арктического бассейна являются круглогодично существующий ледовый покров и специфическая зависимость скорости звука в воде $C(z)$, характеризуемая минимумом скорости звука, расположенном в верхнем слое воды, примыкающим к ледовому покрову. Вследствие положительной рефракции звуковых волн дальнее звуковое поле формируется исключительно волнами, отраженными от ледового покрова. Потери звуковой энергии, обусловленные отражением звука от ледового покрова, на частотах до сотен Гц значительно превышают потери, связанные с поглощением звука в воде.

Ледовый покров состоит из относительно ровных ледовых полей, разделенных грядами торосов. Вероятностное распределение высот неровностей границы лед–вода описывается гистограммой, полученной с помощью подводного эхо-профилирования ледового покрова. Пример гистограммы, типичной для центральной части Северного ледовитого океана приведен на рис. 1. Мы видим высокий и узкий максимум, соответствующий наиболее представительным (часто встречающимся) неровностям относительно гладкого льда и асимметричный хвост, простирающийся в сторону больших значений вертикальных смещений и соответствующий подводной части торосов. Гистограмма строится на основе одной реализации ледового покрова для интервалов расстояний в несколько десятков км, в пределах которых компоненты, составляющие ледовый покров, встречаются не менее десяти раз, чем осуществляется пространственное усреднение профиля ледовой поверхности. Смещения ледовой границы представляем суммой двух компонент с разными статистическими параметрами. Повторяемость гистограмм на соседних интервалах дает основание предположить статистическую однородность смещений ледовой границы. Плотность вероятности $W(\xi)$ смещений ξ (относительно уровня свободной воды) представляем в виде суммы нормальных плотностей вероятности $W_j(\xi)$, соответствующих каждому из типов льда, составляющих ледовый покров, т.е.

$$W(\xi) = \varepsilon_1 W_1(\xi) + \varepsilon_2 W_2(\xi), \qquad (1)$$

где $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$.

Угловыми скобками обозначим операцию статистического усреднения. Коэффициенты ε_j определяют степень представительности j-го типа неровности. Воспользовавшись выражением (1), получаем $\langle\xi\rangle = \varepsilon_1\xi_1 + \varepsilon_2\xi_2$, где ξ_j – среднее значение смещений неровностей j-й компоненты ледового покрова. Полагаем, что индекс 1 соответствует гладкому льду, а индекс 2 – торосистому. Значение $\xi = \xi_1$ практически совпадает с положением максимума $W(\xi)$. Ширина функций $W_j(\xi)$ определяет дисперсию смещений неровностей j-го типа, которую обозначим как σ_1 для гладкого льда и σ_T для торосистого. Нетрудно видеть, что результирующая дисперсия, т.е. среднеквадратичная

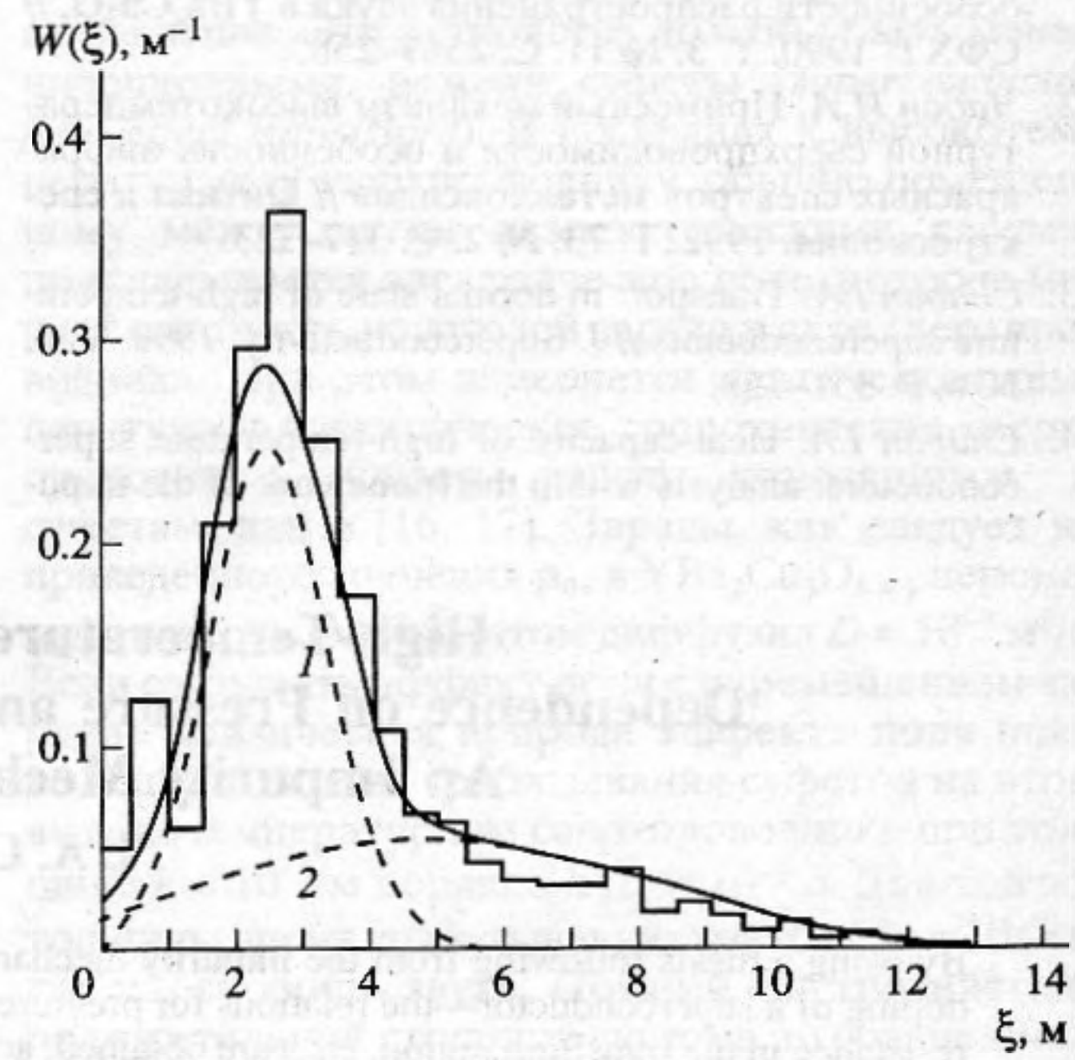

Рис. 1. Гистограмма нижней ледовой поверхности.

высота неровностей ледового покрова σ, описывается соотношением

$$\sigma^2 = \langle\xi^2\rangle - \langle\xi\rangle^2 = \varepsilon_1\sigma_1^2 + \varepsilon_2\sigma_T^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2(\xi_2 - \xi_1)^2. \quad (2)$$

Выражение (2) удобно переписать в виде

$$\sigma^2 = \varepsilon_1\sigma_1^2 + \varepsilon_2\sigma_2^2, \quad \text{где} \quad \sigma_2^2 = \sigma_T^2 + \varepsilon_1(\xi_2 - \xi_1)^2.$$

Результирующая нормированная функция корреляции неровностей границы лед–вода хорошо аппроксимируется выражением

$$R_0(\rho) = [\varepsilon_1\sigma_1^2 R_1(\rho) + \varepsilon_2\sigma_2^2 R_2(\rho)]/\sigma^2, \quad (3)$$

где $R_j(\rho)$ – нормированная функция корреляции неровностей j-й компоненты ледового покрова, $R_j(0) = 1$. Неровности считаем статистически однородными и изотропными.

Лед плавает в воде. Глубина погружения льда в воду определяется законом Архимеда, следовательно, средняя толщина льда $h = \langle\xi\rangle/\mu$, где μ – отношение плотности льда к плотности воды.

Статистические неровности свободной (верхней) границы льда также считаем статистически однородными и изотропными и характеризуем среднеквадратичной высотой $\tilde{\sigma}$ и нормированной функцией корреляции $R_0(\rho)$. Функцию взаимной корреляции неровностей свободной поверхности льда и границы лед–вода описываем выражением $K\sigma\tilde{\sigma}R_0(\rho)$, где K – коэффициент взаимной корреляции неровностей границ. Для неровностей верхней и нижней границ льда предполагаем выполнение малости по сравнению с единицей среднеквадратичных тангенсов углов наклонов неровностей относительно средних плоскостей $z = \mu h$ для границы лед–вода и $z = (1 - \mu)h$ для верхней границы.

Введем декартову систему координат x, y, z; ось z направлена вниз, плоскость $z = 0$ совмещена с поверхностью свободной невзволнованной воды, векторная координата $\mathbf{r} = \{x, y\}$.

Скорость звука в воде зависит только от z, параметры грунта также зависят только от z или постоянно. В этом случае когерентное (статистически среднее) звуковое поле в волноводе, возбуждаемое точечным ($r = 0$, $z = z_0$) гармоническим (с частотой f) источником представим в виде суперпозиции несвязанных нормальных волн, каждая из которых в отдельности удовлетворяет волновому уравнению и граничным условиям на дне ($z = H$) и средней границе раздела лед–вода ($z = \mu h$), которые не зависят от r [1]. Полагаем

$$\langle p(r, z, z_0, t)\rangle = \sum_{m=1}^{M} P_m Z_m(z_0) \times \quad (4)$$
$$\times Z_m(z) H_0^{(1)}(\zeta_m r)\exp[-i2\pi ft],$$

где p – акустическое давление, ζ_m и $Z_m(z)$ – продольное волновое число и собственная функция нормальной волны номера m, P_m определяется направленными свойствами и мощностью источника звука. В случае однокомпонентного ледового покрова с нормальным законом распределения высот неровностей эффективное граничное условие на границе лед–вода описано в работе [2]. Ледовый покров, состоящий из двух нормально распределенных по высоте компонент, приводит к тому, что в граничном условии, заданном на плоскости, $z = \mu h$, каждая из составляющих расщепляется на три части, соответствующие функциям корреляции $R_j(\rho)$, $j = 0, 1, 2$.

Продольное волновое число ζ_m представимо в виде [3]

$$\zeta_m = u_m + 0.5\sum_{n=1}^{N} B_{mn}. \quad (5)$$

Здесь u_m – волновое число моды m при $\sigma = \tilde{\sigma} = 0$, т.е. для ровного льда толщиной h, N – полное число существующих в волноводе нормальных волн, $N \geq M$, где M – число нормальных волн, практически формирующих звуковое поле в волноводе. Коэффициент B_{mn} характеризует эффект преобразования звуковой энергии из m-й моды в n-ю, u_m является корнем характеристического уравнения

$$Z(\mu h, \zeta) - \gamma_0(\zeta)\dot{Z}(\mu h, \zeta) = 0, \quad (6)$$

где точка над функцией означает производную по z, $Z(z, \zeta)$ удовлетворяет уравнению

$$\ddot{Z}(z, \zeta) + [k^2(z) - \zeta^2]Z(z, \zeta) = 0$$

и граничному условию третьего рода при $z = H$, $k(z) = 2\pi f/C(z)$, $Z_m(z) = Z(z, u_m)$, выражение для $\gamma_0(\zeta)$ приведено в работах [2, 3] и характеризует импеданс упругой пластины толщины h. Следуя работе [3] и учитывая соотношение (3), получаем характеристическое уравнение для ζ, аналогичное (6), но с заменой $\gamma_0(\zeta)$ на $\langle\gamma(\zeta)\rangle$ [2], в выражении для которого учтена двукомпонентность ледового покрова.

В рассматриваемом случае имеем:

$$B_{mn} = 2\pi u_m(1 - \alpha_m)(1 - \alpha_n)\int_{-\pi}^{\pi}\{D_m^{(n)}D_n^{(m)} \times$$
$$\times[(\varepsilon_1\sigma_1)^2(1 + \varepsilon_2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)/\sigma^2)G_1(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m) +$$
$$+ (\varepsilon_2\sigma_2)^2(1 + \varepsilon_1(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)/\sigma^2)G_2(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m)]\}d\varphi +$$
$$+ 2\pi u_n D_m^{(m)}D_n^{(n)}\{\tilde{\sigma}^2\alpha_m\alpha_n + K\sigma\tilde{\sigma}[(1 - \alpha_m)\alpha_n + \quad (7)$$
$$+ (1 - \alpha_n)\alpha_m]\}\int_{-\pi}^{\pi}\{[\varepsilon_1\sigma_1^2\mathbf{G}_1(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m) + \varepsilon_2\sigma_2^2 G_2 \times$$
$$\times(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m)]/\sigma^2\}d\varphi,$$

где

$$G_j(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m) = (2\pi)^{-2}\int\int_{-\infty}^{\infty} R_j(\rho)\times$$

$$\times\exp[-i(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m)\boldsymbol{\rho}]d\rho_x d\rho_y, \quad j = 1, 2,$$

$$D_m^{(n)} = \frac{\dot{Z}_m(\mu h) + \left|k^2(\mu h) - \mathbf{u}_m\mathbf{u}_n\right|\gamma_0(u_m)Z_m(\mu h)}{\frac{d}{du}[Z(\mu h, u) - \gamma_0(u)\dot{Z}(\mu h, u)]_{u=u_m}},$$

$\mathbf{u}_m\mathbf{u}_n = u_m u_n\cos(\varphi)$, т.е. φ – азимутальный угол, между направлениями распространения падающей и рассеянной волн,

$$\alpha_m = \mathrm{Re}\left\{\frac{\partial\gamma_m(h)}{\partial h}/[1 + \gamma_m^2(k^2(\mu h) - u_m^2)]\right\},$$

$$\gamma_m = \gamma_0(u_m).$$

Коэффициент α_m характеризует влияние средней толщины ледового покрова и материала льда на рассеивающие свойства неровностей льда. Поведение α как функции fh исследовано в работе [2]. Для водных нормальных волн α_m слабо зависит от номера.

Вся совокупность нормальных волн разделяется на две основные группы: водные волны, у которых $u_m < k_{\max}$, и поверхностные волны, у которых $u_m > k_{\max}$, где $k_{\max}$ соответствует значению $k(z)$ на оси звукового канала, где $c(z)$ достигает минимума значения.

Водные волны существуют и в канале со свободной поверхностью. Поверхностные волны соответствуют собственным колебаниям ледового покрова, нагруженного на воду. На низких частотах, когда $k_{\max}h$ много меньше единицы, имеется единственная поверхностная мода: изгибная волна. Расчеты показывают, что на низких частотах затухание из-за рассеяния в поверхностные моды может доминировать над потерями, связанными с рассеянием в водные моды и активными потерями, обусловленными поглощением звука в ледовом покрове.

Волновые числа $\mathrm{Re}\,\zeta_m$ поверхностных мод для реальных параметров льда обычно в несколько раз превышают $k(\mu h)$. Поэтому сами нормальные волны поверхностного типа быстро затухают в воде при удалении от ледового покрова и вносят заметный вклад в результирующее звуковое поле на удалениях, много меньших длины волны звука в воде. Для реальных заглублений излучателя и точки наблюдения вклады этих волн имеет смысл учитывать на частотах порядка единиц Гц.

Влияние поверхностных мод на уровень звукового поля при наличии рассеяния звука ледовым покровом проявляется до частот в десятки Гц вследствие их вклада в затухание водных нормальных вод согласно выражению (5). Соответствующие коэффициенты B_{mn} содержат множители $G_j(\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_m)$, т.е. зависят от аргумента $\rho_j^2(u_n - u_m)^2$, где ρ_j – горизонтальный масштаб корреляции неровностей j-й компоненты льда.

Согласно экспериментальным данным у гладкого льда функция корреляции удовлетворительно описывается функцией $R_1(\rho) = \exp(-\rho^2/\rho_1)^2$, где ρ_1 имеет величину около 100 м. У торосистого льда функция корреляции близка к функции $R_2(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_2)$, где ρ_2 имеет величину, близкую к 40 м. У ровного льда энергетический спектр G_1 имеет экспоненциальную зависимость от аргумента и при $k_{\max}\rho_1 \gg 1$ вклад изгибной волны в затухание водных мод очень мал.

Это обстоятельство доказывается в работах [4, 5]. У торосистого льда зависимость G_2 от аргумента имеет степенную зависимость и сам аргумент меньше на той же частоте в силу соотношения $\rho_2 < \rho_1$. Поэтому наличие торосов резко увеличивает затухание звукового поля на частотах до 100 Гц.

Чтобы прояснить зависимость затухания звукового поля от вида функции $R(\rho)$, нами был проведен расчет на ЭВМ по формулам (4)–(7). Вычисляли энергетический уровень I звукового поля, физически соответствующий пространственному (по r) усреднению интерференционной картины интенсивности звукового поля. Определим I соотношением

$$I = 10\lg\sum_{m=1}^{M}\left|P_m Z_m(z_0)Z_m(z)H_0^{(1)}(\zeta_m r)\right|^2. \qquad (8)$$

Зависимость от r каждого из слагаемых суммы (8) определяется множителем $\exp(-2Im\zeta_m r)/r$. Формально запишем I в виде

$$I(r) = I(r_0) - 10\lg(r/r_0) - \nu(r - r_0). \qquad (9)$$

Очевидно, что коэффициент затухания ν звукового поля зависит от выбора r_0 и r, т.к. значения $Im\zeta_m$ у мод разных номеров m разные и амплитуды мод также зависят от z и z_0. Мы полагали при расчете, что $z = z_0 = 100$ м, использовали типичное для центрального района Арктики распределение скорости звука по глубине [6]. Для льда полагали $h = 4.2$ м, $\sigma = 3$м, $\tilde{\sigma} = 1$ м, $k = 0.7$, масштаб корреляции $\rho_0 = 50$ м, $\mu = 0.9$, скорость продольных волн $C_e = 3000(1 - i0.02)$ м/с, скорость сдвиговых волн $C_t = 1800(1 - i0.08)$ м/с, отраженные от дна ($H = 3000$ м) волны не учитывались, $r_0 = 10$ км, $r = 500$ км. Результат расчета величины ν в дБ/км, как функции частоты звука приведен

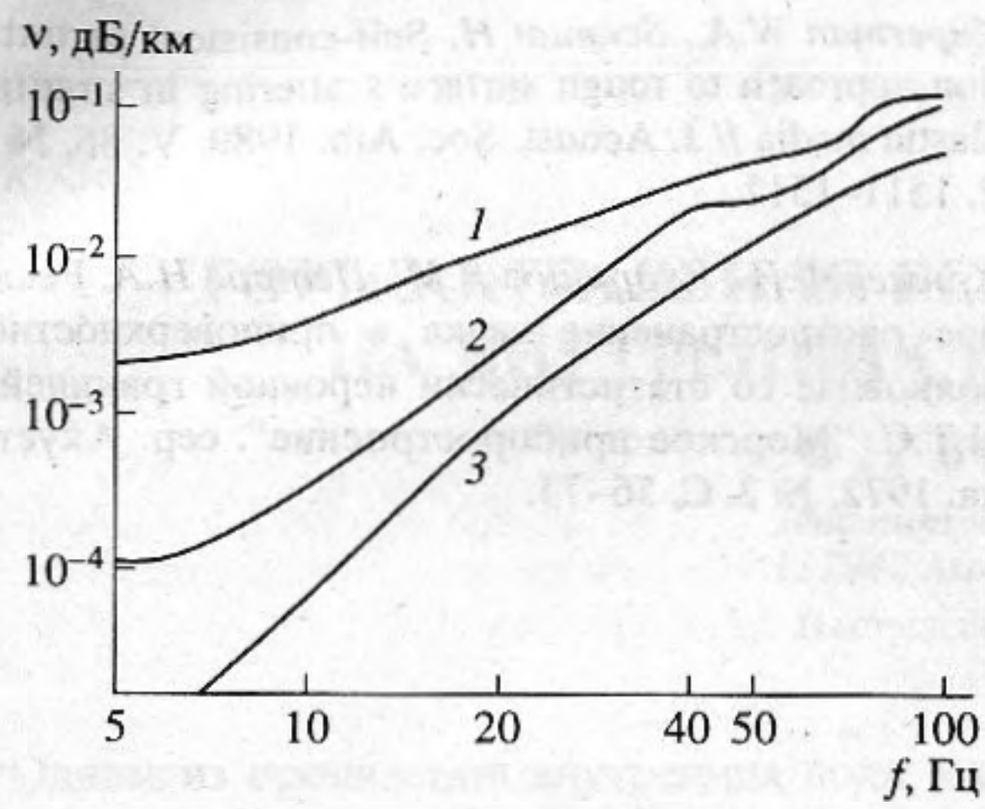

Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания звукового поля от частоты. *1* – для $R(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_0)$, *2* – $R(\rho) = \exp(-\rho^2/\rho_0^2)$, *3* – для ровного льда.

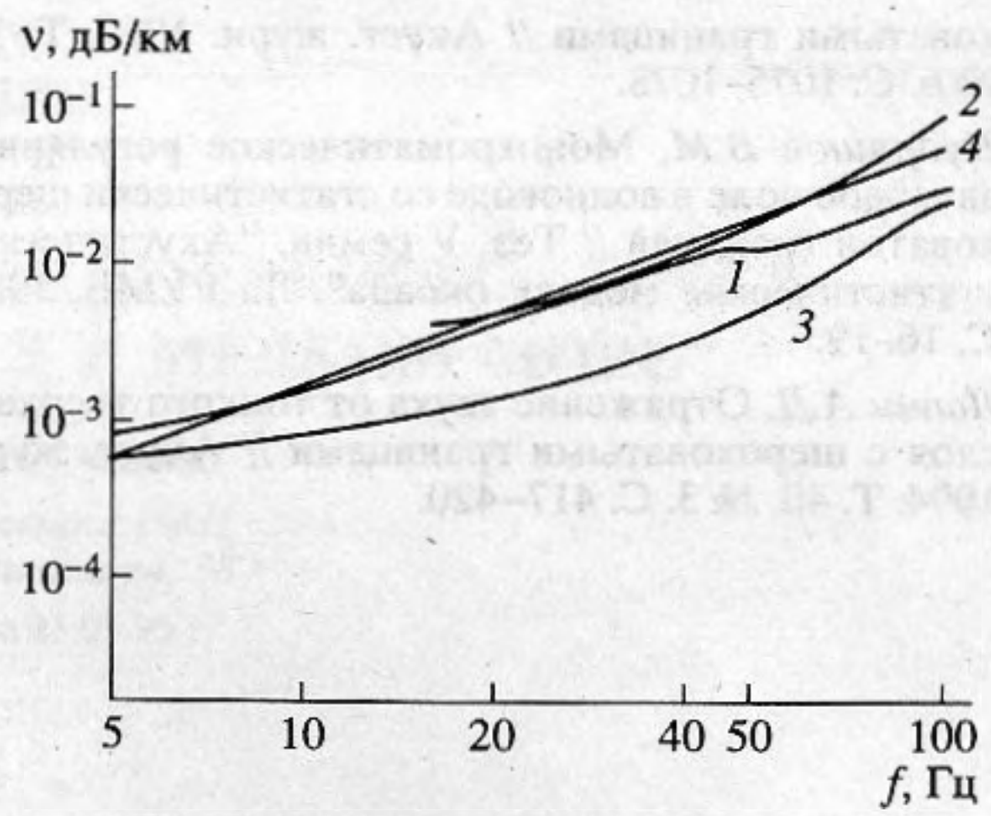

Рис. 3. Зависимость коэффициента затухания звукового поля для гистограммы, приведенной на рис. 1. *1* – коэффициент затухания, *2* – коэффициент затухания приповерхностных волн, *3* – коэффициент затухания глубоководных волн, *4* – экспериментальная зависимость.

на рис. 2. Цифрой *1* обозначены график для $R(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_0)$, цифрой *2* – график для $R(\rho) = \exp(-\rho^2/\rho_0^2)$, цифрой *3* – график для $\sigma = \tilde{\sigma} = 0$. В последнем случае ν определяется только поглощением звука во льду. Из рис. 1 видно, что на низких частотах затуханием из-за активных потерь можно пренебречь. Различие затухания, обусловленного рассеянием звука, для разных m отличается на порядок, что связано с вкладом в затухание рассеяния в изгибную волну ледового покрова. При увеличении частоты звука графики *1* и *2* сближаются, что означает уменьшение рассеяния в поверхностные волны. На частотах порядка 100 Гц и выше этим рассеянием можно пренебречь.

На рис. 3 построена зависимость коэффициента затухания звука от частоты для параметров льда, соответствующих гистограмме, приведенной на рис. 1.

В этом случае $\varepsilon_1 = 0.55$ м, $h_1 = 2.67$ м, $h_2 = 5.34$ м $\sigma_1 = 0.9$ м, $\sigma_2 = 3.2$ м, $\tilde{\sigma} = 1$ м, $\rho_1 = 100$ м, $\rho_2 = 40$ м z_0, z, c_e, c_t, μ те же, что и в предыдущем случае. На рис. 3 цифрой *1* обозначен график зависимости ν от f. Цифрой *2* обозначена зависимость ν от f для водных волн 1-й группы, сконцентрированных в приледном слое толщиной в 300 м. Цифрой *3* обозначен график ν для водных волн 2-й группы, рефрагирующих в слое атлантических вод и ниже. Мы видим, что на низких частотах все водные волны принадлежат к второй группе. Вблизи от частоты 16 Гц появляются волны второй группы, обладающие существенно большим затуханием. В дальнейшем график *1* лежит между графиками *2* и *3*, приближаясь к графику *3*. Последнее обусловлено выпадением волн первой группы вследствие затухания. Цифрой *4* обозначена усредненная по многим измерениям экспериментальная зависимость ν от f, полученная в течение ряда лет для примерно тех же дистанций в этом же районе. Мы видим, что расчетные и экспериментальные уровни хорошо согласуются друг с другом. В действительности высоты торосов в ряде случаев были более высокими, кроме того, экспериментальная зависимость $\nu(f)$ получена для взрывных источников звука и часть энергии сигнала не учитывалась при обработке, теряясь под уровнем шумов среды, что привело к некоторому завышению эффективного коэффициента затухания. Надо иметь ввиду, что и горизонты z и z_0 в эксперименте были различными.

Важно отметить, что без учета рассеяния звука в поверхностные волны трудно объяснить аномально высокое затухание звука на низких частотах.

Основными результатами данной работы являются: учет многокомпонентной структуры ледового покрова и выяснение роли рассеяния в поверхностные волны ледового покрова при распространении низкочастотного звукового сигнала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.
2. *Кудряшов В.М.* Влияние сдвиговой упругости на рассеяние звука пластиной со статистически шеро-

ховатыми границами // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1075–1078.

3. *Кудряшов В.М.* Монохроматическое регулярное звуковое поле в волноводе со статистически шероховатой границей // Тез. V семин. "Акустические статистические модели океана". Л.: РУМБ, 1985. С. 16–19.

4. *Лапин А.Д.* Отражение звука от тонкого твердого слоя с шероховатыми границами // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 3. С. 417–420.

5. *Kuperman W.A., Schmidt H.* Self-consistent perturbation approach to rough surface scattering in stratified elastic media // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 86. № 4. P. 1511–1512.

6. *Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М., Петров Н.А.* Реальное распространение звука в приповерхностном волноводе со статистически неровной границей // Н.Т.С. "Морское приборостроение". сер. Акустика. 1972. № 2. С. 56–73.