АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 5, с. 688–695

УДК 534.231.1

КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПЕРЕФОРМИРОВАНИЯ ДАЛЬНИХ ЗОН АКУСТИЧЕСКОЙ ОСВЕЩЕННОСТИ В ПОДВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

© 1996 г. Ю. В. Петухов

Нижегородский научно-исследовательский радиофизический институт
603600 Н. Новгород, ул. Большая Печерская, 25

Поступила в редакцию 17.05.95 г.

Показано, что, в отличие от лучевой теории, ВКБ приближение для модового представления поля полностью описывает явление периодического переформирования дальних зон акустической освещенности по трассе распространения звуковых сигналов в глубоководном океаническом волноводе с открытым к поверхности подводным звуковым каналом и акустически прозрачным дном, наблюдающееся в определенных диапазоне частот и области глубин погружения корреспондирующих точек.

В [1–3] численным моделированием с использованием строгого модового представления для поля [4] был обнаружен дифракционный эффект периодического переформирования дальних зон акустической освещенности по трассе распространения звуковых сигналов в глубоководном океаническом волноводе с открытым к поверхности подводным звуковым каналом и акустически прозрачным дном.

Как следует из приведенных в [1–3] результатов численных расчетов, этот эффект заметно проявляется в диапазоне частот излучения и области глубин погружения корреспондирующих точек, в которых зависимость от номера моды l интенсивности соседних мод $J_{l,l+1}(l)$, равной произведению их амплитуд, имеет два выделенных и сравнимых по величине максимума при $l = l_1$ и $l = l_2 (l_2 - l_1 > 1)$. При этом точечным источником возбуждаются два преобладающих и сравнимых по интенсивности модовых пучка с соответствующими им выделенными значениями $R_{l_1, l_1+1}(l_1)$ и $R_{l_2, l_2+1}(l_2)$ пространственного периода интерференции соседних мод, определяемого выражением:

$$R_{l,l+1}(l) = 2\pi/(k_l - k_{l+1}), \tag{1}$$

в котором k_l – горизонтальное волновое число моды. Именно эти два пучка и ответственны за переформирование дальних зон акустической освещенности с пространственным периодом

$$R_g(l_1, l_2) = R_{l_1, l_1+1}(l_1) \times \\ \times R_{l_2, l_2+1}(l_2) / \left| R_{l_1, l_1+1}(l_1) - R_{l_2, l_2+1}(l_2) \right|. \tag{2}$$

Настоящая работа посвящена обобщению эффекта периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности и приближенному его описанию в рамках квазиоптического подхода, использующего приближение ВКБ для модового представления поля в волноводе [5].

С целями иллюстрации и дальнейшего обсуждения этого эффекта на примере глубоководного океанического волновода с открытым к поверхности подводным звуковым каналом и акустически прозрачным дном (см. рис. 1), на рис. 2 приведены зависимости интенсивности акустического поля $J(r)$ от горизонтального расстояния r, рассчитанные с использованием модовой программы "MALBA" [4] и усреднением по дистанции $\Delta r = 10.2$ км, а также (см. рис. 3) соответствующие им зависимости $J_{l,l+1}(l)$ и $R_{l,l+1}(l)$. Как видно (см. рис. 2, 3), при аналогичных [1–3] значениях

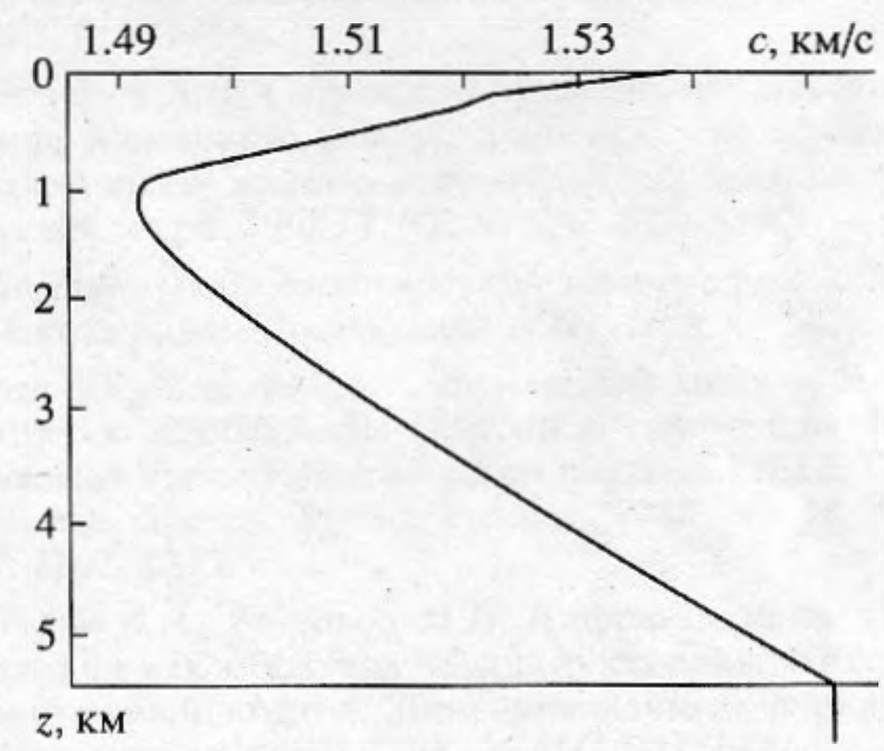

Рис. 1. Характерная для тропической Атлантики зависимость скорости звука $c(z)$ от глубины z, использованная при численном моделировании.

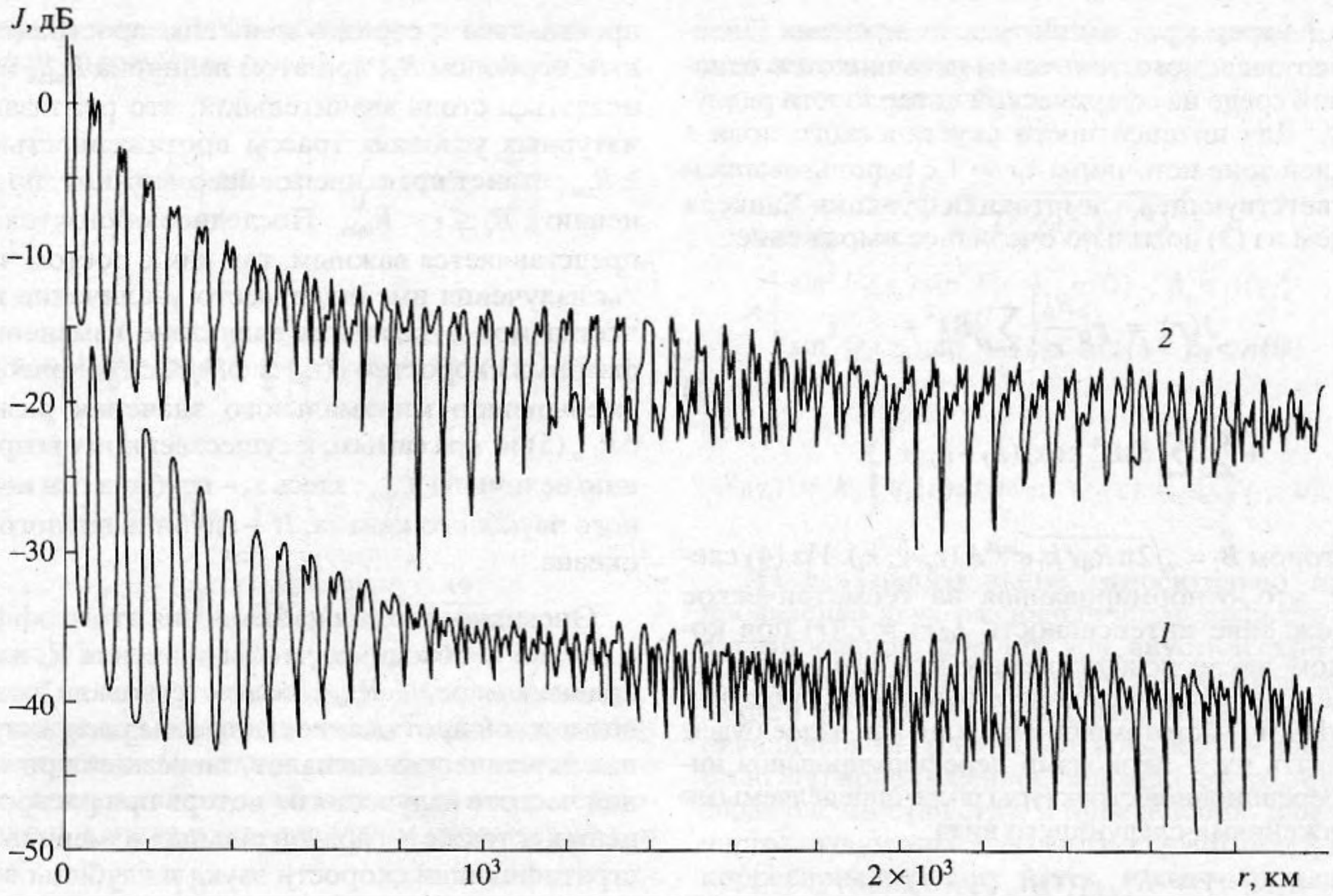

Рис. 2. Рассчитанные с использованием модовой программы "MALBA" [4] и усреднением $\Delta r = 10.2$ км зависимости интенсивности акустического поля $J(r)$ от горизонтального расстояния r при $f = 14$ Гц, $z_s = 104$ м и $z = 104$ м – *1*, а также $z = 1100$ м – *2*. Кривая *1* смещена относительно *2* на –20 дБ.

глубины погружения источника $z_s = 104$ м и частоте излучения $f = 14$ Гц, эффект переформирования дальних зон акустической освещенности заметно проявляется при приеме на глубине $z = 1100$ м с пространственным периодом $R_g(13, 19) = 1100$ км. Однако при $z = z_s$, когда присутствует даже только один максимум в $J_{l,l+1}(l)$ (см. рис. 3), все равно проявляется аналогичный эффект, поскольку в рассматриваемой области расстояний $r = 2000$–2800 км имеет место однократное переформирование дальних зон акустической освещенности (см. рис. 2).

Покажем ниже, что проявление этого эффекта при возбуждении всего лишь одного модового пучка, сформированного в данном случае взаимодействующими с поверхностью модами (см. рис. 3), обусловлено, в отличие от [1–3], интерференционными явлениями только внутри этого пучка.

В самом деле, как известно (см. [6]), генерируемое точечным источником возмущение давления p' в океаническом волноводе с использованием строгого модового представления записывается в следующем виде:

$$p' = i\pi e^{-i\omega t} p_0 R_0 \sum_l A_l(z_s, z, k_l) H_0^{(1)}(k_l r), \qquad (3)$$

где: $A_l(z_s, z, k_l) = \psi_l(z_s)\psi_l(z)$ – амплитуда возбуждения моды, равная произведению нормированных собственных функций волновода при соответствующих значениях глубин, $H_0^{(1)}(k_l r)$ – функция Ханкеля первого рода, $\omega = 2\pi f$ – циклическая час-

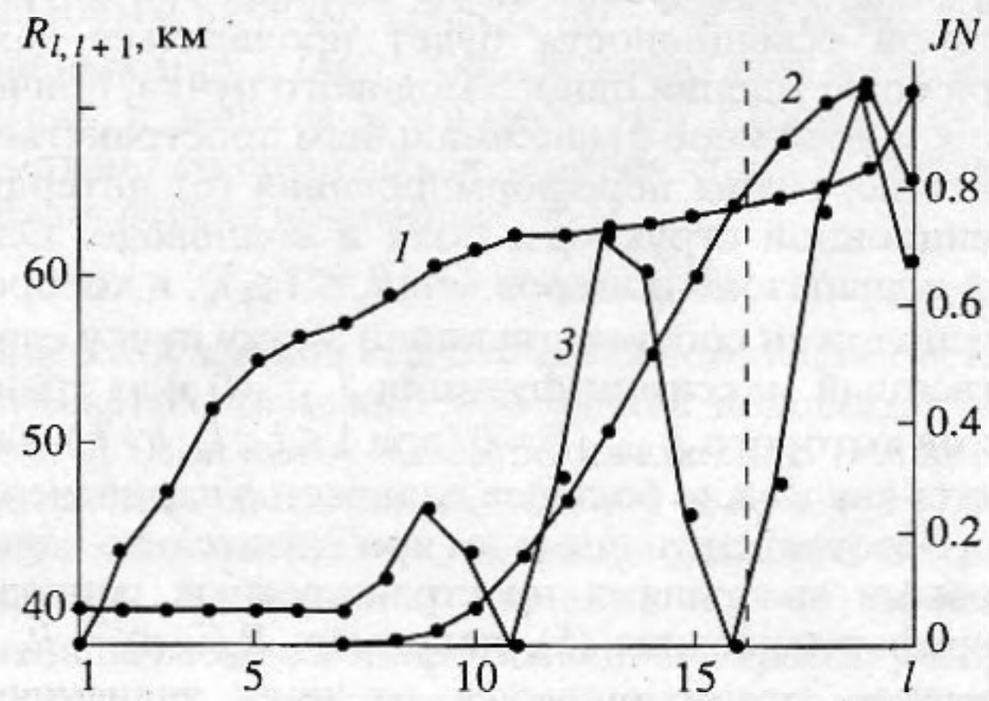

Рис. 3. Рассчитанные с использованием модовой программы "MALBA" [4] при $f = 14$ Гц зависимости от номера моды l периода интерференции $R_{l,l+1}$ – *1*, а также нормированной интенсивности $JN = (J_{l,l+1} - \min\{J_{l,l+1}\})/\max\{J_{l,l+1}\}$ соседних мод при $z_s = 104$ м для $z = 104$ м – *2* и $z = 1100$ м – *3*.

тота, t – время, p_0 – амплитуда возмущения давления, создаваемого точечным источником в однородной среде на сферической поверхности радиуса R_0. Для интенсивности акустического поля в дальней зоне источника $k_l r \gg 1$ с использованием соответствующей асимптотики функции Ханкеля найдем из (3) довольно очевидное выражение:

$$J(r) = p_0^2 \frac{R_0}{r}\left\{\sum_l |B_l|^2 + \sum_{l \neq n}\sum_n B_l B_n^* \cos[(k_l - k_n)r]\right\}, \quad (4)$$

в котором $B_l = \sqrt{2\pi R_0/k_l}\, e^{i\pi/4} A_l(z_s, z, k_l)$. Из (4) следует, что отнормированная на геометрическое расхождение интенсивность $J_0(r) = rJ(r)$ при конечном числе возбуждаемых мод $L(\omega) = \max(l)$ является периодической по r функцией с пространственными частотами биений или, как далее будем называть их, – периодами переформирования интерференционной структуры поля, определяемыми выражениями следующего вида:

$$R_g(l, n) = R_{l,l+1}(l) R_{n,n+1}(n)/\Delta R_{l,n}, \quad \Delta R_{l,n} = |R_{l,l+1}(l) - R_{n,n+1}(n)|. \quad (5)$$

Поэтому, вполне естественно, что пространственная интерференционная структура поля в волноводе будет полностью повторяться с максимально возможным пространственным периодом переформирования

$$R_{\max} = \max\{R_g(l, n)\}. \quad (6)$$

Последнее как раз и означает, что в более общем случае, чем это отмечалось в [1–3] (см. (2)), эффект переформирования дальних зон акустической освещенности будет проявляться даже при возбуждении одного модового пучка, причем по крайней мере с максимальным пространственным периодом переформирования (6) интерференционной структуры поля в волноводе. Если же в диапазоне номеров мод $l_н \le l \le l_в$, в котором расположен соответствующий этому пучку единственный максимум функции $J_{l,l+1}(l)$ и за границами которого $J_{l,l+1}(l) \approx 0$ (при $1 \le l < l_н$, $l > l_в$), найдется как можно большее количество пар значений l, n с соответствующими им приблизительно одинаковыми значениями пространственных периодов переформирования (5), например, $R_g(l, n) \approx R_c$, и заметно отличающимися от нуля значениями $J_{l,l+1}(l)$, то обсуждаемый эффект будет проявляться также и с пространственным периодом переформирования $R_c < R_{\max}$. Поскольку же величина $R_{\max}$ может существенно преобладать над R_c, то в такой ситуации эффект переформирования дальних зон акустической освещенности будет проявляться с гораздо меньшим пространственным периодом R_c; при этом величина $R_{\max}$ может оказаться столь значительной, что реализация в натурных условиях трассы протяженностью $r \ge R_{\max}$ станет практически невозможной, по сравнению с $R_c \le r < R_{\max}$. Последнее обстоятельство представляется важным, так как с ростом частоты излучения имеющее место увеличение количества мод в заданном диапазоне изменения их фазовых скоростей $c(z_0) \le \omega/k_l \le c(H)$ приводит к уменьшению минимального значения разности $\Delta R_{l,n}$ (5) и, тем самым, к существенному возрастанию величины $R_{\max}$; здесь z_0 – глубина оси подводного звукового канала, H – глубина водного слоя океана.

Очевидно, что для наблюдения этого эффекта в океане необходимо, чтобы значения R_c или, по крайней мере, – $R_{\max}$, соответствовали реально возможной протяженности трассы распространения акустических сигналов, зависящей при заданной частоте излучения от потерь при распространении, а также – горизонтальных изменчивостей стратификации скорости звука и глубины водного слоя океана.

В рассмотренном выше частном случае $z = z_s$ проявление обсуждаемого эффекта в области расстояний r = 2000–2800 км (см. рис. 2) обусловлено существованием в модовом пучке (см. рис. 3) следующих пространственных периодов переформирования: $R_g(16, 19)$ = 2062 км, $R_g(15, 18)$ = ^463 км, R_g = (14, 17) = 2613 км, $R_g(17, 19)$ = 2743 км, в то время как $R_{\max} \approx 3000$ км. Конечно, проявляются интерференционные биения и гораздо с меньшими пространственными периодами: $R_g(18, 20)$ = 785 км, $R_g(19, 20)$ = 944 км, $R_g(15, 19)$ = 1605 км, которые в значительной мере ответственны за дифракционное расплывание зон акустической освещенности на соответствующих расстояниях (см. рис. 2, 3).

Остановимся теперь на приближенном описании рассмотренных выше эффектов пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности. С этой целью, как и в [7], воспользуемся квазиоптическим подходом, основанным на использовании приближения ВКБ для модового представления акустического поля в глубоководном океаническом волноводе с открытым к поверхности подводным звуковым каналом.

Поскольку здесь основной интерес представляют лишь рефрагированные и взаимодействующие с поверхностью океана моды (см. рис. 3), то с

использованием ВКБ приближения найдем следующее выражение для их амплитуд (см. [6]):

$$A_l(z_s, z, \zeta_l) = \left\{4\beta_l \cos\left[k_0 \int_z^{z_{1н}} \gamma_l(z)dz - \frac{\pi}{4}\right] \times \right.$$
$$\left. \times \cos\left[k_0 \int_{z_s}^{z_{1н}} \gamma_l(z)dz - \frac{\pi}{4}\right]\right\} / \{D_l \sqrt{\gamma_l(z)\gamma_l(z_s)}\}; \quad (7)$$

$$\beta_l = \zeta_l / k_0, \ \gamma_l(z) = \sqrt{n^2(z) - \beta_l^2},$$
$$D_l = 2\beta_l \int_{z'}^{z_{1н}} \frac{dz}{\gamma_l(z)}, \ k_0 = \frac{\omega}{c(z_0)}.$$

Здесь ζ_l и $k_0\gamma_l(z)$ – соответственно горизонтальные и вертикальные волновые числа мод в ВКБ приближении, D_l – длина цикла бриллюэновского луча, покидающего горизонт $z = z'$ и пересекающего ось канала $z = z_0$ под углом скольжения $\chi_l = \arccos(\beta_l)$, $z' = \begin{cases} 0 \\ z_{1в} \end{cases}$, $z_{1в}$ и $z_{1н}$ – глубины верхних и нижних точек поворота соответствующих бриллюэновских лучей, при которых $\gamma_l(z_{1в}) = \gamma_l(z_{1н}) = 0$. В этом приближении дисперсионное уравнение для определения $\zeta_l(\omega)$ имеет следующий вид (см. [6]):

$$k_0 \int_{z'}^{z_{1н}} \gamma_l(z)dz = \pi(l - \nu)$$
$$\nu = \begin{cases} 1/4, & z' = 0, \\ 1/2, & z' = z_{1в} \end{cases}, \quad (8)$$

а пространственный период переформирования интерференционной структуры поля определяется следующим выражением:

$$R_g(l, n) = D_l D_n / |D_l - D_n|, \quad (9)$$

поскольку $R_{l,l+1} \approx D_l$ (см. [7]).

Для представляющих здесь основной интерес мод высоких номеров $l \geq l_{\min}(z_s, z, \omega) \gg 1$, которые, кстати, только и описываются достаточно корректно в приближении ВКБ (см. [6]), поведение функции $J_{l,l+1}(l)$ практически не отличается от поведения функции $J_{l,l}(l)$ (см. [7]), характеризующей зависимость интенсивности отдельной моды от ее номера и являющейся значительно более удобной для дальнейшего анализа; здесь $l_{\min}(z_s, z, \omega)$ – минимальный номер моды, дающей заметный вклад в полное поле.

С использованием (7), (8) выражение для интенсивности моды соответствующего номера запишется в следующем виде:

$$J_{l,l}(l) = \frac{16\beta_l^2}{D_l^2 \gamma_l(z_s)\gamma_l(z)} \times$$
$$\times \begin{cases} \sin^2 F_l(z_s) \sin^2 F_l(z), & n(0) < \beta_l < n(z_s) \\ \sin^2 \Phi_l(z_s) \sin^2 \Phi_l(z), & n(H) < \beta_l < n(0) \end{cases}, \quad (10)$$

где

$$F_l(z) = k_0 \int_{z_{1н}}^{z} \gamma_l(z)dz + \frac{\pi}{4}, \ \Phi_l(z) = k_0 \int_0^z \gamma_l(z)dz. \quad (11)$$

Из сказанного выше относительно причин проявления двух разновидностей эффекта переформирования дальних зон акустической освещенности, а также из полученных здесь зависимостей для $R_g(l, n)$ (9) и $J_{l,l}(l)$ (10) следует, что в океаническом волноводе с конкретной зависимостью $n(z)$ приближенное описание этого эффекта сводится, по существу, к определению диапазона частот излучения и области глубин погружения корреспондирующих точек, в которых реализуются соответствующие (этим разновидностям эффекта) условия. А именно, в первом случае, при соответствующих значениях номеров мод $l = l_1(z_s, z, \omega)$ и $l = l_2(z_s, z, \omega)$ должны существовать всего лишь два выделенных и сравнимых по амплитуде максимума у функции $J_{l,l}(l)$ (10) ($J_{l,l}(l_1) \approx J_{l,l}(l_2)$), отвечающих рефрагированному

$$l_{\min}(z_s, z, \omega) \leq l_1(z_s, z, \omega) \leq L_r(\omega) \quad (12)$$

и взаимодействующему с поверхностью океана

$$L_r(\omega) < l_2(z_s, z, \omega) \leq L(\omega) \quad (13)$$

модовым пучкам; здесь $L_r(\omega)$ – число рефрагированных мод, а $L(\omega)$ – общее число мод, возбуждаемых в данном волноводе. Во втором случае должны реализоваться условия слабого возбуждения рефрагированных мод

$$J_{l,l}(l) \approx 0 \quad (1 \ll l \leq L_r(\omega)) \quad (14)$$

при возбуждении всего лишь одного взаимодействующего с поверхностью океана модового пучка (см. (13)), в котором: либо как можно большему числу пар соседних мод l, $l + 1$ и n, $n + 1$ ($l \neq n$) отвечают достаточно близкие значения величины $R_g(l, n)$ (9), либо значение $R_{\max}$ (6) заметно меньше возможной протяженности трассы распространения акустических сигналов в конкретном (реальном) районе Мирового океана, либо эти два требования выполняются одновременно.

Далее, с целью упрощения приближенных аналитических расчетов, рассмотрим проявление эффекта переформирования в пространственной зависимости $J(r)$ при расположении корреспондиру-

ющих точек на одном горизонте $z_s = z$ (см. [3]); при этом выражение (10) принимает следующий вид:

$$J_{l,l}(l) = \frac{16\beta_l^2}{D_l^2\gamma_l^2(z)}\begin{cases}\sin^4 F_l(z), & n(0) < \beta_l < n(z_s)\\ \sin^4 \Phi_l(z), & n(H) < \beta_l < n(0).\end{cases} \quad (15)$$

В связи с тем, что для взаимодействующих с поверхностью океана мод, во-первых, представляет основной интерес лишь весьма узкий диапазон изменения соответствующих им значений величины β_l, расположенный для каждой моды достаточно далеко от ее критической частоты; во-вторых, отсутствуют горизонты поворота выше оси канала $z < z_0$, то, как следует из (15), соответствующее им поведение функции $J_{l,l}(l)$ будет определяться в основном тригонометрическим сомножителем в (15). Последнее означает, что положение максимума $l = l_2(z, \omega)$ во взаимодействующем с поверхностью океана модовом пучке будет определяться из уравнения следующего вида (см. [7]):

$$\Phi_l(z)\big|_{l = l_2} = \frac{\pi}{2}. \quad (16)$$

Для рефрагированных мод также представляет интерес аналогичный диапазон изменения β_l, однако, в отличие от взаимодействующих с поверхностью мод, они уже имеют точки поворота при определенных глубинах выше оси канала $0 < z_{1в} < z_0$. Поэтому необходимо рассмотреть две принципиально различные ситуации. Во-первых, если корреспондирующие точки достаточно удалены от горизонтов поворота соответствующих соседних мод $z_{l+1в} < z < z_{1в}$, то поведение функции $J_{l,l}(l)$ (15) будет также определяться в основном тригонометрическим сомножителем; в результате чего для определения положения максимума $l = l_1(z, \omega)$ в рефрагированном модовом пучке получим аналогичное (16) уравнение

$$F_l(z)\big|_{l = l_1} = \frac{\pi}{2}. \quad (17)$$

Во-вторых, если корреспондирующие точки расположены вблизи горизонта поворота соответствующей моды $z_s \approx z_{1в}$, то положение максимума $l_1(z_s, \omega)$ определится из следующего соотношения:

$$l_1(z_s, \omega) = l_{\min}(z_s, \omega), \quad (18)$$

в котором выражение для минимального номера моды

$$l_{\min}(z_s, \omega) = \frac{k_0}{\pi}\int_{z_s}^{z_*}\sqrt{n^2(z) - n^2(z_s)}\,dz + \frac{1}{2} \quad (19)$$

следует из дисперсионного уравнения (8) при $z_s = z_{1в}$, $\beta_l = n(z_s)$; здесь z_* – сопряженная глубина, определяемая из уравнения $n(z_s) = n(z_*)$.

Естественно, что для существования всего лишь двух единственных максимумов при $l = l_1(z, \omega)$ и $l = l_2(z, \omega)$ необходимо потребовать, чтобы для значений номеров мод $l = l_{01}(z, \omega)$ и $l = l_{02}(z, \omega)$, характеризующих соответственные положения следующих за $l = l_1(z, \omega)$ и $l = l_2(z, \omega)$ минимумов у функции $J_{l,l}(l)$, формально выполнялись следующие условия:

$$l_{01}(z, \omega) \geq L_r(\omega), \quad (20)$$

$$l_{02}(z, \omega) \geq L(\omega). \quad (21)$$

Как следует из (15), значения величин $l_{01}(z, \omega)$ и $l_{02}(z, \omega)$ можно, по аналогии с (16), (17), определить из следующих уравнений:

$$F_l(z)\big|_{l = l_{01}} = \pi, \quad (22)$$

$$\Phi_1(z)\big|_{l = l_{02}} = \pi. \quad (23)$$

Если же эффект переформирования в $J(r)$ обусловлен интерференционными явлениями всего лишь в одном взаимодействующем с поверхностью модовом пучке, то одно из необходимых условий слабого возбуждения рефрагированных мод (см. (14)), которое должно выполняться при расположении корреспондирующих точек вдали от горизонтов поворота соответствующих соседних мод $z_{l+1в} < z < z_{1в}$, запишется, как следует из (15), в виде следующего неравенства (см. [7])

$$F_l(z) \ll \pi/2. \quad (24)$$

Более "жесткое", чем (24), условие слабого возбуждения рефрагированных мод следует из достаточно очевидного требования, а именно, расположения корреспондирующих точек на глубинах, заметно удаленных от горизонта поворота предпоследней рефрагированной моды:

$$0 < z < z_{1в}\big|_{l = L_r - 1}, \quad (25)$$

поскольку для последней моды $l = L_r$ горизонт поворота формально совпадает со свободной поверхностью, и она, по сути, является уже существенно взаимодействующей с этой границей раздела.

Наряду с (12), (13) полученные выше соотношения (16)–(25) существенно упрощают приближенное описание эффекта периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности, т.е. позволяют достаточно просто и эффективно определять отвечающие ему диапазон частот излучения и область глубин погружения корреспондирующих точек.

Простота и эффективность предлагаемого подхода для приближенного описания влияния дифракционных эффектов на формирование пространственной интерференционной структу-

ры поля в океанических волноводах, который основан на анализе полученных с использованием приближения ВКБ зависимостей $J_{l,l}(l)$, $R_{l,l+1}(l)$, $R_g(l, n)$ при различных частотах излучения, и из которого, в частности, следуют соотношения (16)–(25), достаточно наглядно продемонстрированы в [7] на примере приближенного описания частотной зависимости ширины дальних зон акустической освещенности в подводном звуковом канале с билинейной зависимостью квадрата показателя преломления акустических волн от глубины. Поэтому здесь, не останавливаясь на иллюстрации аналогичных преимуществ этого же подхода, но уже для приближенного описания эффекта периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности в океаническом волноводе с какой-либо простейшей аналитической зависимостью $n^2(z)$, например, как и в [7], с билинейной, рассмотрим более важный и принципиальный вопрос о причинах, не позволяющих описывать этот эффект в рамках лучевой теории, следующей, тем не менее, из того же приближения ВКБ для модового представления поля [8, 9].

Посмотрим сначала, в какой степени лучевая теория позволяет описывать обсуждаемый эффект в том же конкретном волноводе (см. рис. 1). В этой связи, сравним приведенные на рис. 2 результаты расчетов зависимости $J(r)$, полученные с использованием модовой теории, с результатами расчетов аналогичной зависимости (см. рис. 3 в [7]), полученными в [7] при тех же условиях, но с использованием лучевой программы "DELTA" [10], основанной на некогерентном суммировании изначально усредненных вкладов отдельных лучей. Из такого сравнения зависимостей $J(r)$ можно сделать следующие выводы о применимости геометроакустического приближения для описания этих эффектов в исследуемой области расстояний. Во-первых, оно позволяет качественно правильно описать лишь однократное переформирование дальних зон акустической освещенности, хотя по отношению к зависимости $J(r)$, приведенной на рис. 2, предсказывает обратное изменение величины этого эффекта с уменьшением глубины приема. Во-вторых, с приближением корреспондирующих точек к свободной поверхности океана заметно расширяется пространственная область применимости этого приближения, ограниченная расстоянием до полного перекрытия дальних зон акустической освещенности.

Отмеченные в сформулированных выше выводах различия в поведении зависимостей $J(r)$, полученных с использованием модового (см. рис. 2) и геометроакустического (см. рис. 3 в [7]) представлений поля, позволяют предположить, что они могут быть обусловлены, по-видимому, завышенным относительным вкладом рефрагированных лучей в полное поле по сравнению с аналогичным вкладом взаимодействующих с поверхностью океана лучей.

Однако существует и другая – принципиальная причина отмеченных расхождений между геометроакустическим и модовым представлениями поля, проявляющаяся при описании его пространственной структуры в стратифицированном океаническом волноводе, которая не связана с тем, что в приближении ВКБ значения горизонтальных волновых чисел мод ζ_l отличаются от соответствующих им точных значений k_l (см. [11, 12], а также п. 45.3 и п. 48.5 в [13]), причем тем больше, чем меньше номер моды при фиксированной частоте излучения. Такой причиной является пренебрежение в геометроакустическом представлении дискретностью изменения лучевого параметра $\beta = \cos\chi$, где χ – соответствующий угол скольжения геометроакустических лучей, сохраняющейся, однако, для аналогичного параметра β_l бриллюэновских лучей в приближении ВКБ (см. (8)).

Для доказательства последнего утверждения проанализируем дополнительные предположения, принимаемые при выводе геометроакустического представления из приближения ВКБ для модового представления поля.

Как известно, (см. [13]), первое из этих представлений – лучевая теория – весьма точно описывает распространение акустических волн в стратифицированных средах лишь в соответствующем – достаточно высокочастотном – диапазоне спектра излучения. Это обусловлено тем, что с увеличением частоты излучения практически пропорционально ей возрастает полное количество возбуждаемых в волноводе мод, в результате чего диапазон изменения их фазовых скоростей $c_0 < c_0/\beta_l < c(H)$ разбивается на все большее число интервалов, величина каждого из которых уменьшается обратно пропорционально $L(\omega)$. Именно это позволяет при значительном количестве мод $L(\omega) \gg 1$ считать изменения величины β_l от l непрерывными. Последнее предположение непосредственно используется при переходе от приближения ВКБ к геометроакустическому соответствующей заменой суммирования по l интегрированием по лучевому параметру β с применением метода стационарной фазы (см. [8]).

Полагая же $\beta_l = \beta$, из (6), (9) с использованием (8) найдем для максимальной величины пространственного периода переформирования интерференционной структуры поля следующее приближенное выражение:

$$R_{\max} = \max\left\{\frac{D_l D_{l+1}}{|D_l - D_{l+1}|}\right\} \approx \max\left\{\frac{D_l^2}{|\partial D_l/\partial l|}\right\} = \frac{k_0}{2\pi}\max\left\{\frac{D^3(\beta)}{|\partial D/\partial\beta|}\right\}, \tag{26}$$

в котором $D(\beta)$ – длина цикла соответствующего геометроакустического луча. Из (26) следует, что если хотя бы при некотором одном значении $\beta = \beta_c$ выполняется равенство

$$\left(\frac{\partial D}{\partial \beta}\right)\bigg|_{\beta = \beta_c} = 0, \qquad (27)$$

соответствующее существованию экстремума у функции $D(\beta)$, то эффект периодического переформирования полной пространственной интерференционной структуры акустического поля в океаническом волноводе наблюдаться не будет, поскольку $R_{\max} \longrightarrow \infty$ при $\beta \longrightarrow \beta_c$. Однако, как раз такая ситуация и характерна для океанических волноводов с открытым к поверхности подводным звуковым каналом, поскольку в них угловая зависимость $D(\beta)$ в отвечающем отраженным от поверхности лучам диапазоне изменения β всегда имеет минимум, существование которого, например, наглядно демонстрируют приведенные в [7] (см. рис. 4 в [7]) результаты расчетов $D(\beta)$, полученные при той же стратификации $c(z)$ (см. рис. 1). Поэтому, именно вследствие непрерывного характера изменения лучевого параметра в геометроакустическом приближении, оно принципиально не в состоянии полностью описать эффект периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности при соответствующих условиях распространения акустических сигналов в океанических волноводах. В то же время, приближение ВКБ для модового представления, на котором основан предложенный в данной работе квазиоптический подход для описания дифракционных явлений и в котором сохраняется дискретный характер изменения аналогичного параметра для бриллюэновских лучей, позволяет принципиально, в отличие от лучевой теории, описывать закономерности частотной зависимости параметров пространственной интерференционной структуры акустического поля и, тем самым, – рассматриваемый эффект в стратифицированных океанических волноводах.

В заключение сформулируем основные результаты, полученные в настоящей работе.

Во-первых, установлено, что эффект периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности в глубоководном океаническом волноводе с открытым к поверхности подводным звуковым каналом может проявляться вследствие интерференционных пространственных биений не только двух приблизительно одинаковых по интенсивности модовых пучков, один из которых сформирован рефрагированными модами, а другой – взаимодействующими с поверхностью, но и аналогичных биений различных пар мод в одном модовом пучке, взаимодействующем с поверхностью океана.

Во-вторых, с использованием приближения ВКБ для модового представления поля в океаническом волноводе, разработана квазиоптическая теория эффекта переформирования дальних зон акустической освещенности, позволяющая находить в простой форме характерные соотношения, определяющие диапазон частот излучения и область глубин погружения корреспондирующих точек, где этот эффект заметно проявляется.

В-третьих, выяснена принципиальная причина, вследствие которой геометроакустическое приближение не описывает рассматриваемые здесь эффекты переформирования пространственной интерференционной структуры акустического поля в стратифицированном океаническом волноводе, заключающаяся в том, что в этом приближении пренебрегают дискретностью изменения лучевого параметра, имеющей место, однако, для аналогичного параметра бриллюэновских лучей в ВКБ приближении.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94–02–06071–а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петухов Ю.В.* Влияние дифракционных и интерференционных эффектов на формирование дальних зон акустической освещенности в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 3. С. 585–588.

2. *Петухов Ю.В.* Эффект квазипериодического формирования дальних зон акустической освещенности в подводном звуковом канале // Формирование акустических полей в океанических волноводах / Под ред. Зверева В.А. Н. Новгород: ИПФ АН СССР, 1991. С. 55–65.

3. *Петухов Ю.В.* Частотная зависимость эффекта квазипериодического распределения дальних зон акустической освещенности в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 5. С. 917–923.

4. *Вагин А.В., Мальцев Н.Е.* Расчеты низкочастотных звуковых полей в слоистом океане // Вопросы судостроения. Акустика. 1977. № 9. С. 61–81.

5. *Фельсен Л.* Квазиоптические методы в дифракции // Квазиоптика / Под ред. Каценеленбаума Б.З., Шевченко В.В. М.: Мир, 1966. С. 11–62.

6. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.

7. *Петухов Ю.В.* Квазиоптическая теория эффекта минимального дифракционного расплывания дальних зон акустической освещенности на определенной частоте в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2.

8. *Haskell N.A.* Asymptotic approximation for the normal modes in sound channel wave propagation // J. Appl. Phys. 1951. V. 22. № 2. P. 157–168.

9. *Кудряшов В.М.* Геометроволновой способ вычисления акустических полей в волноводе // Акуст. журн. 1976. Т. 22. № 5. С. 724–728.

10. *Пискарев А.Л.* О расчете усредненных распределений интенсивности звуковых полей в океане // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 4. С. 724–731.

11. *Бреховских Л.М.* О некоторых проблемах акустики океана // Изв. АН СССР. ФАО. 1968. Т. 4. № 12. С. 1291–1304.

12. *Вировлянский А.Л.* К вопросу о применимости геометрической оптики в плоско-слоистых волноводах // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 12. С. 1592–1594.

13. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.

Spatially Periodic Reformation of Far Insonification Zones in an Underwater Sound Channel: Quasi-Optical Theory

Yu. V. Petukhov

Nizhnii Novgorod Institute of Radiowave Physics, ul. Bol'shaya Pecherskaya 25, Nizhnii Novgorod, 603600 Russia

Abstract—Unlike the ray theory, the WKB approximation for a field in the mode representation is shown to completely describe the phenomenon of spatially periodic reformation of far insonification zones, which occurs at specific frequencies and depths of the transmitter and receiver in an abyssal ocean waveguide with an underwater sound channel opened to the surface and an acoustically transparent bottom.