АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1998, том 44, № 3, с. 426–427

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ ЗВУКА ПУЗЫРЬКОМ ГАЗА В ЖИДКОМ СЛОЕ

© 1998 г. А. Д. Лапин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 15.05.97 г.

Газовый пузырек в жидкости является эффективным рассеивателем монопольного типа [1]. Теория рассеяния звука пузырьком газа в свободной жидкой среде исчерпывающе разработана в литературе [1–5]. Представляет интерес исследовать особенности рассеяния звука пузырьком газа в волноводе. Влияние поглощения на рассеяние и подсчет самого поглощения удобно рассмотреть, исходя из баланса энергии пузырька как осциллятора с одной степенью свободы, колеблющегося в вынуждающем поле первичной волны [1]. Ниже рассчитано сечение рассеяния и сечение поглощения газового пузырька в однородном жидком слое.

Рассмотрим однородный жидкий слой ($0 < z < h$) с жесткой нижней ($z = 0$) и мягкой верхней ($z = h$) границами. Пусть в точке $(0, 0, z_0)$ этого слоя расположен газовый пузырек, малый по сравнению с длиной волны падающего звука. Под действием падающего гармонического поля пузырек пульсирует и создает рассеянное поле $p(x, y, z)$. Обозначим через V – амплитуду объемной скорости при вынужденных пульсациях пузырька. Рассеянное поле равно полю монополя с объемной скоростью v, и оно определяется по известной формуле [6]:

$$p(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} V\frac{k\rho c}{2h}\times$$

$$\times\cos(\zeta_n z_0)\cos(\zeta_n z)H_0^{(1)}(\xi_n r),$$

где

$$\zeta_n = \frac{\pi(2n-1)}{2h}, \quad \xi_n = \sqrt{k^2-\zeta_n^2}, \quad r = \sqrt{x^2+y^2},$$

$H_0^{(1)}(\xi_n r)$ – функция Ханкеля, k – волновое число, ρ и c – соответственно плотность жидкости и скорость звука в ней.

Уравнение баланса энергии позволяет найти объемную скорость монополя и, следовательно, рассеянное поле p. Пусть пузырек колеблется в установившемся режиме на своей резонансной частоте. При вынужденных резонансных колебаниях скорость осциллятора находится в фазе с вынуждающей силой. За обобщенную скорость осциллятора примем объемную скорость пузырька; тогда обобщенной вынуждающей силой будет звуковое давление p_0 в первичной волне на поверхности пузырька. Так как сила и скорость при резонансе синфазны, то среднее значение работы силы за период равно половине произведения амплитуд силы и скорости

$$Q = \frac{1}{2}p_0V.$$

Эта механическая энергия, получаемая пузырьком от первичного поля, будет частично затрачиваться на излучение, а частично теряться необратимо из-за трения.

Излученная (рассеянная) энергия равна

$$Q_{\text{расс}} = \frac{1}{2}RV^2,$$

где R – обобщенное сопротивление излучения монополя в волноводе. Величина R определяется по формуле

$$R = \operatorname{Re}\frac{p(0, 0, z_0)}{V} = \frac{k\rho c}{2h}\sum_{n=1}^{N}\cos^2(\zeta_n z_0),$$

где N – число распространяющихся мод в волноводе.

Учтем необратимые потери энергии, вызываемые силами, пропорциональными скорости. Таковыми являются потери вследствие вязкости и теплопроводности. Если обозначить обобщенный коэффициент трения через η, то поглощенную энергию получим по формуле

$$Q_{\text{погл}} = \frac{1}{2}\eta V^2$$

Уравнение баланса энергии примет вид

$$\frac{1}{2}p_0V = \frac{1}{2}RV^2 + \frac{1}{2}\eta V^2.$$

Отсюда найдем объемную скорость пузырька

$$V = \frac{p_0}{(R+\eta)}.$$

Рассеянную и поглощенную энергии получим по формулам

$$Q_{\text{расс}} = \frac{1}{2}\frac{Rp_0^2}{(R+\eta)^2}, \quad Q_{\text{погл}} = \frac{1}{2}\frac{\eta p_0^2}{(R+\eta)^2}.$$

Эффективность, с которой пузырек рассеивает и поглощает падающие на него волны, удобно характеризовать, сравнивая мощности $Q_{\text{расс}}$ и $Q_{\text{погл}}$ с плотностью потока энергии $q_0 = \frac{p_0^2}{2\rho c}$ в падающей первичной волне. Величины $\sigma_{\text{расс}} = \frac{Q_{\text{расс}}}{q_0}$ и $\sigma_{\text{погл}} = \frac{Q_{\text{погл}}}{q_0}$ называют соответственно сечением рассеяния и сечением поглощения пузырька. Эти величины можно вычислить по формулам

$$\sigma_{\text{расс}} = \frac{R\rho c}{(R+\eta)^2} = \frac{\sigma_0}{(1+\eta/R)^2}, \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{погл}} = \frac{\eta\rho c}{(R+\eta)^2} = \frac{\sigma_0\eta/R}{(1+\eta/R)^2}, \quad (2)$$

где $\sigma_0 = \frac{\rho c}{R}$ – сечение рассеяния при отсутствии поглощения. Суммарное сечение рассеяния и поглощения равно

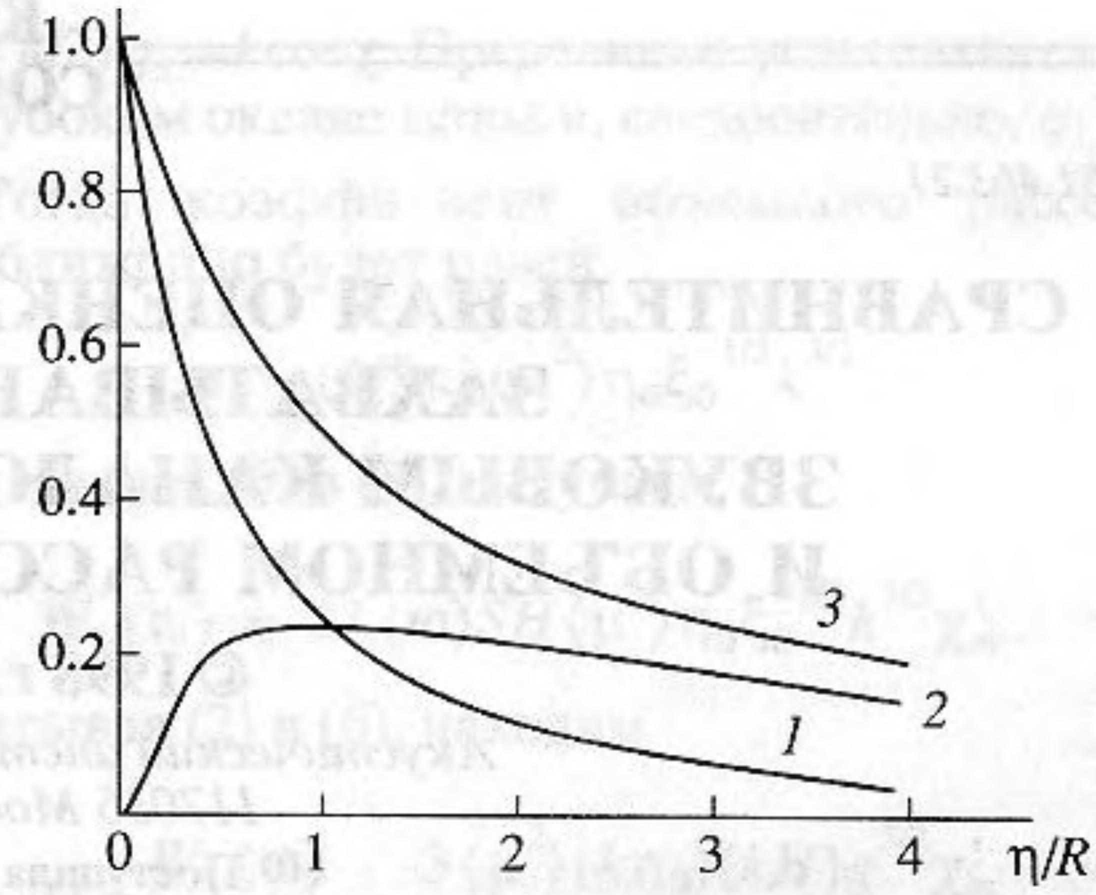
$$\sigma_{\text{полн}} = \sigma_{\text{расс}} + \sigma_{\text{погл}}.$$

На рисунке показана зависимость относительных значений $\sigma_{\text{расс}}$, $\sigma_{\text{погл}}$ и $\sigma_{\text{полн}}$ от приведенного коэффициента трения η/R. При увеличении коэффициента трения сечение рассеяния убывает монотонно от максимального значения σ_0 при $\eta = 0$ до нуля при $\eta = \infty$. Сечение поглощения при этом сначала растет, достигает максимума, а затем снова стремится к нулю. Максимум достигается при равенстве поглощенной и рассеянной мощности. При $\eta = R$ имеем соотношение:

$$\sigma_{\text{расс}} = \sigma_{\text{погл}} = \sigma_0/4.$$

Формулы (1) и (2) переходят в известные формулы для сечений рассеяния и поглощения газового пузырька в свободной водной среде [1] при подстановке в них соответственного обобщенного сопротивления излучения монополя. В безграничной однородной среде монополь создает сферически-симметричную волну

$$p(x, y, z) = -ik\rho c\frac{V}{4\pi}\frac{e^{ikr_1}}{r_1},$$



Величины $\frac{\sigma_{\text{расс}}}{\sigma_0}$, $\frac{\sigma_{\text{погл}}}{\sigma_0}$ и $\frac{\sigma_{\text{полн}}}{\sigma_0}$ в зависимости от параметра η/R (соответственно кривые *1*, *2* и *3*).

где $r_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}$, и его обобщенное сопротивление излучения R получим по формуле

$$R = \operatorname{Re}\frac{p(0, 0, z_0)}{V} = \frac{k^2\rho c}{4\pi}.$$

В безграничной однородной водной среде сечение рассеяния пузырька при отсутствии потерь равно

$$\sigma_0 = \frac{\rho c}{R} = \frac{4\pi}{k^2} = \lambda^2/\pi,$$

где λ – длина волны.

Отметим, что все результаты получены при резонансной частоте пульсирующего газового пузырька и они справедливы при любой форме этого пузырька.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Clay C.S., Medwin H.* Acoustical Oceanography. Wiley, New York, 1977.
3. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: ИЛ, 1959.
4. *Андреева И.Б.* Рассеяние звука в океанических звукорассеивающих слоях // В кн.: Акустика океана / Под ред. Бреховских Л.М. М.: Наука, 1974.
5. *Fenillade C.* The attenuation and dispersion of sound in water containing multiply interacting air bubbles // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 6. P. 3412–3430.
6. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.