АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 3, с. 420–422

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.532

О НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИЛАХ НА КРЫЛОВОМ ОБТЕКАЕМОМ ПРОФИЛЕ

© 1999 г. В. Л. Хитрик

Научно-исследовательский институт химического машиностроения
141300 Сергиев Посад Московской области

Поступила в редакцию 02.06.98 г.

Известно [1–3], что лопасти турбомашины осевого типа работают не в однородных условиях, а в условиях переменного набегающего потока, вызванного наличием других рядов лопастей. В результате этого сила, с которой жидкость действует на лопасть, тоже изменяется и служит источником вибрационного шума. Исследование вибрационного шума, вызванного неоднородностью осевого натекающего потока, сводится к определению нестационарных сил, действующих на элементы цилиндрических сечений лопастей. При этом обычно используется допущение о нулевой толщине лопастей, благодаря чему считается, что на профиле возникает лишь нестационарная подъемная сила, обусловленная нормальной к хорде профиля составляющей скорости неоднородного натекающего потока. В работе [4] приведено решение этой задачи для случая гармонического закона изменения нормальной составляющей скорости и произвольной величины отношения хорды профиля к длине волны порыва l/λ. В работах [5, 6] задача о силовом взаимодействии лопастей турбомашины с нестационарным натекающим потоком идеальной жидкости решена с учетом конечной толщины профиля и наличия гармонического порыва касательной составляющей скорости (нестационарной силы сопротивления) при различных значениях отношения длины хорды профиля к пространственному масштабу неоднородности потока (длине волны порыва). В частности, в [6] получены выражения для амплитуды касательной составляющей силы для двух законов изменения толщины профиля вдоль хорды: косинусоидального и параболического. При этом в обоих рассмотренных случаях предполагалось, что распределение толщины вдоль профиля симметрично относительно его центра.

Представляет интерес исследование поведения нестационарной силы сопротивления в случае возмущений касательной составляющей скорости потока жидкости со спектром лопастных частот взаимодействующих подвижной и неподвижной решеток профилей

$$\omega_z = k\Omega z, \tag{1}$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядковый номер гармоники лопастной частоты; Ω – частота вращения подвижной решетки; z – число лопастей в решетке, из которой происходит истечение жидкости во взаимодействующую решетку. Например, в случае осевого насоса с направляющим и спрямляющим аппаратами при рассмотрении нестационарной силы на лопастях рабочего колеса, обтекаемых нестационарным потоком из межлопастных каналов направляющего аппарата, z – число лопастей направляющего аппарата, а при рассмотрении нестационарной силы на лопастях спрямляющего аппарата, обтекаемых нестационарным потоком из межлопастных каналов рабочего колеса, z – число лопастей рабочего колеса.

В рассматриваемом случае выражение $\bar{h} = \bar{h}_0 \cos \pi \bar{x}$ относительной величины касательной составляющей силы для косинусоидального закона изменения толщины профиля вдоль хорды совпадает по форме с соответствующим выражением, полученным в работе [6]:

$$\tilde{F} = \frac{\bar{\lambda}^2}{\bar{\lambda}^2 - 4} \cos(\pi/\bar{\lambda}). \tag{2}$$

Входящая в формулу (2) относительная длина волны порыва $\bar{\lambda}$ определяется соотношением:

$$\bar{\lambda} = 2\pi V_0 / l\omega_z, \tag{3}$$

а выражение для местной скорости в системе координат, связанной с покоящимся профилем, задается в виде [6]

$$\bar{V} = 1 + \bar{u}_a \sin\left(\frac{2\pi\bar{x}}{\bar{\lambda}} - \bar{\omega}\bar{t}\right).$$

В представленных выше формулах используются следующие безразмерные величины:

$\bar{u}_a$ – амплитуда порыва скорости, $\bar{u}_a = u_a/V_0$; V_0 – средняя скорость натекающего на профиль

потока (скорость переноса порыва); $\bar{\omega}$ – безразмерная частота гармонических колебаний

$$\bar{\omega} = \omega_z l/V_0; \quad \tilde{F} = \bar{F}/\bar{F}_{\bar{\lambda}\to\infty}, \quad \bar{F} = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \bar{h}\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{t}}d\bar{x},$$

$$\bar{h} = h/l, \quad \bar{\lambda} = \lambda/l, \quad \bar{h}_0 = h_0/l,$$

$h = h(\bar{x})$ – толщина профиля; h_0 – максимальная толщина профиля; $\bar{x} = x/l$ – безразмерная координата, отсчитываемая вдоль хорды профиля; $\bar{V}$ – скорость жидкости вдоль оси x, отнесенная к средней скорости натекающего на профиль потока (скорости переноса порыва), $\bar{V} = V/V_0$; $\bar{t}$ – безразмерное время, $\bar{t} = tV_0/l$; $\bar{F}_{\bar{\lambda}\to\infty}$ – величина продольной силы для случая, когда профиль мал в сравнении с длиной волны порыва.

Из выражения (2) можно легко получить условие нулевого вклада касательной составляющей скорости порыва в формирование нестационарных сил:

$$\frac{\pi}{\bar{\lambda}} = n\pi \pm \frac{\pi}{2}, \tag{4}$$

где n – целое число, отличное от нуля.

Соотношение (4) с учетом (1), (3) можно представить в виде

$$k\frac{l\Omega z}{\pi V_0} \pm 1 = 2n. \tag{5}$$

Из (5) следует, что нулевой вклад будет иметь место, если левая часть равенства (5) будет целым четным числом. Тогда безразмерный комплекс $C = k\dfrac{l\Omega z}{\pi V_0}$ должен быть нечетным целым числом. Очевидно, указанное условие может быть реализовано не для всех гармоник k. В самом деле, допустим, что C – целое нечетное число. Тогда постоянный множитель $\dfrac{l\Omega z}{\pi V_0}$ должен быть либо целым числом, либо – несократимой рациональной дробью.

Пусть $l\Omega z/\pi V_0$ – целое число. В этом случае для четных гармоник C будет четным числом и, следовательно, условие (5) не будет выполнено. Если $l\Omega z/\pi V_0$ – несократимая рациональная дробь, то C может быть целым лишь в случае, когда k кратно знаменателю этой дроби. Ясно, что если k и знаменатель рациональной дроби, равной $l\Omega z/\pi V_0$, – взаимно простые числа, то C не будет целым числом. В этом случае условие (5) также не будет удовлетворено.

Рассмотрим теперь ромбовидный закон изменения толщины профиля вдоль хорды:

$$\begin{aligned} \bar{h}(\bar{x}) &= 2\bar{h}_0(0.5 + \bar{x}) \quad \text{при} \quad -0.5 \le \bar{x} \le 0, \\ \bar{h}(\bar{x}) &= 2\bar{h}_0(0.5 - \bar{x}) \quad \text{при} \quad 0 \le \bar{x} \le +0.5. \end{aligned} \tag{6}$$

Найдем для распределения (6) выражение, определяющее относительную величину силы $\tilde{F}$. Поскольку распределение толщины вдоль профиля (6) симметрично относительно центра профиля, то будем использовать полученную для этого случая в [6] формулу

$$\bar{F} = \frac{1}{\bar{S}}\int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} \bar{h}(\bar{x})\cos\frac{2\pi\bar{x}}{\bar{\lambda}}d\bar{x}, \tag{7}$$

где $\bar{S} = S/l^2$, S – площадь профиля. Так как относительная площадь профиля (6) равна $\bar{S} = S/l^2 = lh_0/l^2 = h_0/l = \bar{h}_0$, то, подставляя в (7) значение $\bar{S} = \bar{h}_0$ и выполняя затем интегрирование с использованием распределения (6), получим

$$\tilde{F} = \left(\frac{\bar{\lambda}}{\pi}\right)^2\left(1 - \cos\frac{\pi}{\bar{\lambda}}\right) = 2\left(\frac{\bar{\lambda}}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2\bar{\lambda}}\right). \tag{8}$$

Условие нулевого вклада касательной составляющей скорости порыва в формирование нестационарных сил, действующих на ромбовидный профиль, как следует из (8), имеет вид

$$\pi/2\bar{\lambda} = n\pi, \tag{9}$$

где n – целое число, отличное от нуля.

С учетом (1), (3), выражение (9) можно написать в виде

$$kl\Omega z/4\pi V_0 = n. \tag{10}$$

Из формулы (10) видно, что для отсутствия на профиле нестационарной силы сопротивления необходимо, чтобы левая часть (10) представляла бы собой целое число. Очевидно, что для этого достаточно, если численное значение комплекса $l\Omega z/4\pi V_0$, содержащего конструкционные и режимные параметры турбомашины, будет равно целому числу. Ясно, что в этом случае на всех гармониках спектра лопастных частот возмущений касательной составляющей скорости потока жидкости нестационарная сила сопротивления будет отсутствовать.

Таким образом, при ромбовидном профиле, имеющем симметричное распределение толщины вдоль хорды, подходящим выбором конструкционных и режимных параметров вклад касательной составляющей порыва скорости в формирование нестационарных сил, действующих на

лопасти турбомашины, можно свести к нулю на всех гармониках спектра лопастных частот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голдстейн М.Е.* Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981.
2. *Zaccaria M.A., Lakshminarayana B.* Unsteady flow field due to nozzle wake interaction with the rotor in axial flow turbine. P. I. Rotor passage flow field // Trans. ASME. J. Turbomach. 1997. V. 119. № 2. P. 201–213.
3. *Zaccaria M.A., Lakshminarayana B.* Unsteady flow field due to nozzle wake interaction with the rotor in axial flow turbine. P. II. Rotor exit flow field // Trans. ASME. J. Turbomach. 1997. V. 119. № 2. P. 214–224.
4. *Sears W.R.* Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and its Practical Application // Journal of the Aeronautical Sciences. 1941. V. 8. № 3. P. 104–108.
5. *Хаскинд М.Д.* Неустановившееся движение твердого тела в ускоренном потоке безграничной жидкости // ПММ. 1956. Т. 20. Вып. 1. С. 120–123.
6. *Левковский Ю.Л., Чекалова Ю.С.* Нестационарные силы на крыловом, обтекаемом профиле // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 3. С. 505–511.