АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999, том 45, № 6, с. 789–798

УДК 534.24

СОВМЕСТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ МОМЕНТЫ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ, РАССЕЯННОГО НА ВЗВОЛНОВАННОЙ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ВЫСОКИМИ НЕРОВНОСТЯМИ

© 1999 г. Э. П. Гулин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4
E-mail: bvp@akin.ru

Поступила в редакцию 17.12.98 г.

В приближении пологих неровностей рассчитаны совместные пространственно-временной, частотно-пространственный и частотно-временной корреляционные моменты акустического поля, рассеянного на взволнованной водной поверхности с высокими (в масштабе длины звуковой волны) неровностями. Получено общее выражение для частотно-пространственно-временного корреляционного момента рассеянного поля точечного источника излучения. Проанализированы особенности совместных корреляционных моментов для различных моделей частотно-углового спектра гравитационных поверхностных волн.

Теоретическому исследованию корреляционных характеристик волнового поля, рассеянного статистически неровными поверхностями, посвящено довольно много работ, при этом расчеты проводились как для рассеивающей площадки, находящейся в зоне Фраунгофера, так и для рассеивающей области, сравнимой с зоной Френеля, а также для безграничной рассеивающей поверхности. Применительно к реальным условиям наблюдения отраженных (рассеянных вперед) от взволнованной морской поверхности и неровного морского дна акустических сигналов (падающая сферическая волна, безграничная или, по крайней мере, превышающая размеры области, существенной для рассеяния, неровная поверхность) корреляционные характеристики рассеянного поля в случае высоких (в масштабе длины волны) неровностей рассмотрены в работах [1–10]. Расчеты обычно производились в приближении Кирхгофа (методом касательной плоскости) для пологих неровностей (приближение Экарта [11]). По результатам расчетов были получены оценки пространственных, временных и частотных масштабов (интервалов) корреляции и уширения спектров рассеянного поля монохроматического источника излучения, установлена их связь с характеристиками неровных поверхностей. Для случая рассеяния на взволнованной водной поверхности найдены соотношения между пространственными и временными масштабами корреляции при использовании идеализированных моделей двумерного волнения и трехмерного изотропного волнения.

В меньшей степени исследованы совместные корреляционные моменты при одновременном разнесении по времени и пространству, по пространству и частоте, по времени и частоте, а также при одновременном разнесении по времени, пространству и частоте [2, 9, 10]. Вместе с тем именно вид совместных корреляционных моментов рассеянного поля в значительной степени определяет пространственно-временные корреляционные характеристики немонохроматических сигналов (импульсных, модулированных, шумоподобных) при их отражении от статистически неровной поверхности. Ниже основное внимание будет уделено расчетам этих корреляционных моментов для различных моделей взволнованной водной поверхности в условиях сильных флуктуаций отраженного волнового поля, т.е. при малом уровне когерентности, что имеет место в случае высоких неровностей (больших по сравнению с единицей значений квадрата параметра Рэлея).

Для расчетов воспользуемся полученным в работе [12] интегральным представлением пространственно-временного (ПВ) корреляционного момента комплексной амплитуды волнового поля P_r (передаточной функции канала), отраженного от абсолютно мягкой статистически неровной поверхности. Обобщая это представление на случай одновременного разнесения по времени, пространству и частоте, приходим к следующему исходному интегральному выражению для частотно-пространственно-временного (ЧПВ) корреляционного момента функции P_r:

$$K_P = \langle P_r(\mathbf{R}' - \mathbf{R}_0, t, k_1) \times$$

$$\times P_r^*(\mathbf{R}' - \mathbf{R}_0 + \Delta\mathbf{R}, t + \Delta t, k_2)\rangle =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\cdot\cdot\int \frac{\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2)}{\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1)\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2)\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)} \times$$

$$\times \tilde{S}[-\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1), -\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3),$$

$$\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2), \tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3), \Delta t, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3] \times \tag{1}$$

$$\times \exp[i(\boldsymbol{\kappa}_1 - \boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{R}' - \mathbf{R}_0) - i(\boldsymbol{\kappa}_2 - \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3, \Delta\mathbf{R}) +$$

$$+ i\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)Z_1 + i\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1)z - i\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)Z_2 -$$

$$- i\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2)z]d\boldsymbol{\kappa}_1 d\boldsymbol{\kappa}_2 d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2 d\mathbf{v}_3,$$

где

$$\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) = \sqrt{k_1^2 - |\boldsymbol{\kappa}_1 - \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3|^2},$$

$$\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1) = \sqrt{k_1^2 - |\boldsymbol{\kappa}_1|^2},$$

$$\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) = \sqrt{k_1^2 - |\boldsymbol{\kappa}_1 - \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3|^2},$$

$$\tilde{k}_2(\boldsymbol{\kappa}_2) = \sqrt{k_2^2 - |\boldsymbol{\kappa}_2|^2},$$

$$\tilde{k}_2(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2) = \sqrt{k_2^2 - |\boldsymbol{\kappa}_2 - \mathbf{v}_2|^2},$$

$$\tilde{k}_2(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) = \sqrt{k_2^2 - |\boldsymbol{\kappa}_2 - \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3|^2},$$

$$\tilde{S} = (2\pi)^{-6}\iiint_{-\infty}^{\infty} Q^{(4)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_3) \times \tag{2}$$

$$\times \exp[i(\mathbf{v}_1\boldsymbol{\rho}_1 + \mathbf{v}_2\boldsymbol{\rho}_2 + \mathbf{v}_3\boldsymbol{\rho}_3)]d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 d\boldsymbol{\rho}_3$$

– преобразование Фурье по пространственным переменным четырехмерной характеристической функции возвышений неровной поверхности

$$Q^{(4)} = \langle \exp[-i\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1)\zeta(\mathbf{r}_\perp, t) -$$

$$- i\tilde{k}_1(\boldsymbol{\kappa}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)\zeta(\mathbf{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}_1, t) + \tag{3}$$

$$+ i\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2)\zeta(\mathbf{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}_2, t + \Delta t) +$$

$$+ i\tilde{k}_2^*(\boldsymbol{\kappa}_2, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)\zeta(\mathbf{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}_3, t + \Delta t)]\rangle,$$

$\mathbf{R}_0 = \{0, 0, z\}$ – координаты источника, $\mathbf{R}' = \{X, Y, Z\}$ – координаты точки приема, $\Delta\mathbf{R} = \{\Delta X, \Delta Y, \Delta Z\}$ – вектор разнесения точек приема, $\zeta(\mathbf{r}_\perp, t)$ – возвышение водной поверхности (отклонения от средней плоскости $z = 0$), $\mathbf{r}_\perp = \{x, y\}$ – радиус-вектор текущей точки на средней плоскости $z = 0$, Δt – временной сдвиг, k_1 и k_2 – волновые числа на разнесенных частотах ω_1 и ω_2; $\boldsymbol{\kappa}_m = \{\kappa_{mx}, \kappa_{my}\}$, $\mathbf{v}_n = \{\nu_{nx}, \nu_{ny}\}$ и $\boldsymbol{\rho}_n = \{\rho_{nx}, \rho_{ny}\}$ – переменные интегрирования ($m = 1, 2$; $n = 1, 2, 3$); $\langle\cdot\rangle$ – символ усреднения по ансамблю статистически неровных поверхностей, * – знак комплексного сопряжения.

Выражение (1) получено методом, основанным на приближенном решении интегрального уравнения для нормальной производной волнового поля на поверхности [12–14]. Ограничения метода сводятся к двум достаточным условиям

$$\sigma_{\zeta'}^2 \ll 1, \quad \Phi\sigma_{\zeta'}/\sin\psi \lesssim 1, \tag{4}$$

где $\sigma_{\zeta'}^2$ – дисперсия углов наклона неровностей, $\Phi = 2k\sigma_\zeta \sin\psi$ – параметр Рэлея, k – волновое число, σ_ζ^2 – дисперсия возвышений поверхности, ψ – угол скольжения в точке зеркального отражения от средней плоскости. Как видно из второго условия (4), в случае пологих неровностей и нескользящего падения волны на поверхность метод позволяет проводить расчеты и в области $\Phi^2 \gg 1$, т.е. для высоких неровностей. Дальнейшие исследования по уточнению и развитию метода пологих неровностей содержатся в более поздних работах [15–20].

Проведем в (1) приближенное интегрирование методом стационарной фазы по переменным $\boldsymbol{\kappa}_1$, $\boldsymbol{\kappa}_2$. Но перед этим упростим (1), предполагая, что функция $\tilde{S}$ существенно отлична от нуля при достаточно малых $|\mathbf{v}_n| \lesssim \nu_{\max}$ ($n = 1, 2, 3$), таких, чтобы в окрестности точек стационарной фазы степенные множители в (1) можно было считать не зависящими от $\mathbf{v}_n$. Заменим переменную интегрирования $\mathbf{v}_3$ на $\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ и выполним интегрирование по $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$. Применяя затем метод стационарной фазы и раскладывая показатель экспоненты подынтегрального выражения в ряд по степеням $\mathbf{v}$, с точностью до квадратичных относительно $\mathbf{v}$ членов разложения получаем следующее выражение для нормированного корреляционного момента B_P:

$$B_P = K_P\frac{(z + Z_1)(z + Z_2)}{\sin\psi_1 \sin\psi_2} \simeq$$

$$\simeq \exp[i(\varphi_{01} - \varphi_{02})]\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_2(\mathbf{v}, \Delta t)\exp(-i\mathbf{v}\Delta\tilde{\mathbf{R}}) \times \tag{5}$$

$$\times \exp[i(L_x\nu_x^2 + L_y\nu_y^2 + L_{xy}\nu_x\nu_y)]d\mathbf{v}.$$

Здесь через $\tilde{S}_2$ обозначено двукратное преобразование Фурье по $\boldsymbol{\rho} = \{\rho_x, \rho_y\}$

$$\tilde{S}_2(\mathbf{v}, \Delta t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty} Q^{(2)}(\boldsymbol{\rho}, \Delta t)\exp(i\mathbf{v}\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho} \tag{6}$$

двумерной характеристической функции

$$Q^{(2)}(\boldsymbol{\rho}, \Delta t) = \langle \exp[-i2k_1 \sin\psi_1 \zeta(\mathbf{r}_\perp, t) + $$
$$+ i2k_2 \sin\psi_2 \zeta(\mathbf{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}, t + \Delta t)]\rangle;$$
$$\Delta\tilde{\mathbf{R}} = \{\Delta\tilde{X}, \Delta\tilde{Y}\},$$
$$\Delta\tilde{X} = X_1 z/(z + Z_1) - X_2 z/(z + Z_2),$$
$$\Delta\tilde{Y} = Y_1 z/(z + Z_1) - Y_2 z/(z + Z_2),$$
$$L_x = (p_{x2}^{-1} - p_{x1}^{-1})/4, \quad L_y = (p_{y2}^{-1} - p_{y1}^{-1})/4,$$
$$L_{xy} = (p_{xy2}^{-1} - p_{xy1}^{-1})/2, \tag{7}$$
$$p_{xn}^{-1} = R_n(1 - \cos^2\psi_n \sin^2\varphi_n)/(k_n \sin^2\psi_n),$$
$$p_{yn}^{-1} = R_n(1 - \cos^2\psi_n \cos^2\varphi_n)/(k_n \sin^2\psi_n),$$
$$p_{xyn}^{-1} = R_n \cos^2\psi_n \sin 2\varphi_n/(2k_n \sin^2\psi_n),$$
$$\varphi_n = \operatorname{arctg}(Y_n/X_n), \quad R_n = \frac{2zZ_n}{(z + Z_n)\sin\psi_n},$$
$$\sin\psi_n = (z + Z_n)/\sqrt{X_n^2 + Y_n^2 + (z + Z_n)^2},$$
$$\varphi_{0n} = k_n(z + Z_n)/\sin\psi_n,$$

$n = 1, 2$ – индексы, соответствующие разнесенным значениям параметров (точек приема, времени, частоты).

Выражение (5) описывает случай трехмерной неровной поверхности с произвольной степенью анизотропии неровностей (трехмерное волнение). В случае двумерного волнения, когда ζ зависит лишь от одной координаты,

$$B_P \simeq \exp[i(\varphi_{01} - \varphi_{02})] \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_1(\nu, \Delta t) \times \tag{8}$$
$$\times \exp[i\nu|\Delta\tilde{\mathbf{R}}|\cos\vartheta_0 + i\nu^2(p_2^{-1} - p_1^{-1})/4]d\nu,$$

где $\tilde{S}_1(\nu, \Delta t)$ – однократное преобразование Фурье по переменной ξ характеристической функции $Q^{(1)}(\xi, \Delta t) = \langle \exp[-i2k_1 \sin\psi_1 \zeta(u, t) + i2k_2 \sin\psi_2 \zeta(u + \xi, t + \Delta t)]\rangle$; $p_n^{-1} = R_n[1 - \cos^2\psi \sin^2(\alpha - \varphi_n)]/(k_n \sin^2\psi_n)$, $u = x\cos\alpha + y\sin\alpha$, $\vartheta_0 = \alpha - \Delta\tilde{\varphi}$, α и $\Delta\tilde{\varphi}$ – углы в горизонтальной плоскости, отсчитываемые против часовой стрелки от положительного направления оси x и определяющие соответственно направление распространения поверхностной волны и направление вектора $\Delta\tilde{\mathbf{R}}$. Выражениями (5) и (8) можно пользоваться в области, ограниченной условиями (4), а также неравенствами

$$k_n \sin\psi_n \min(z, Z_n) \gg 1, \quad \frac{\nu_{\max}}{k_n \sin^2\psi_n} \ll 1,$$
$$\frac{\nu_{\max}^2}{4p_n} \frac{\nu_{\max}}{k_n \sin^2\psi_n} \frac{|\Delta p|}{p_n} \ll 1; \; n = 1, 2. \tag{9}$$

Согласно (9), источник и точки наблюдения должны быть достаточно удалены от поверхности, а линейные размеры участка поверхности, ответственного за рассеяние, должны быть малы по сравнению с расстоянием $R = \dfrac{2zZ}{(z + Z)\sin\psi}$ (случай малых углов рассеяния). Кроме того, накладывается ограничение сверху на величину пространственного и частотного разнесения, а также на величину волнового параметра $\nu_{\max}^2/(4p_n)$. При $\Phi^2 \gg 1$ два последних неравенства в (9) приводятся к виду

$$\sigma_\zeta/\sin\psi_n \ll 1, \quad k_n R_n \sigma_\zeta^2 \frac{\sigma_\zeta}{\sin\psi_n} \frac{|\Delta p|}{p_n} \ll 1, \tag{10}$$

и при не очень больших значениях параметра $k_n R_n$ основные ограничения сводятся к условиям (4) и первому неравенству в (9).

Дальнейшие расчеты проведем в предположении о том, что для возвышений неровной поверхности $\zeta(r_\perp, t)$ выполняется двумерный нормальный закон распределения. Тогда в случае высоких неровностей (при $\Phi_1^2, \Phi_2^2 \gg 1$) выражение (7) для характеристической функции $Q^{(2)}(\boldsymbol{\rho}, \Delta t)$ можно записать в виде

$$Q^{(2)}(\boldsymbol{\rho}, \Delta t) \simeq \exp\Big[-\frac{(\Delta\Phi)^2}{2} + \frac{\Phi_1\Phi_2}{2}(B''_{tt}(\Delta t)^2 + B''_{xx}\rho_x^2 + \tag{11}$$
$$+ B''_{yy}\rho_y^2 + 2B''_{tx}\rho_x\Delta t + 2B''_{ty}\rho_y\Delta t + 2B''_{xy}\rho_x\rho_y)\Big].$$

Через B''_{tt}, B''_{xx} и т.д. обозначены вторые производные нормированной ПВ корреляционной функции возвышений поверхности $B_\zeta(\boldsymbol{\rho}, \Delta t)$ по переменным ρ_x, ρ_y, Δt:

$$B''_{tt} = (\partial^2 B_\zeta/\partial(\Delta t)^2)_0, \quad B''_{xx} = (\partial^2 B_\zeta/\partial\rho_x^2)_0,$$
$$B''_{yy} = (\partial^2 B_\zeta/\partial\rho_y^2)_0, \quad B''_{xy} = (\partial^2 B_\zeta/\partial\rho_x\partial\rho_y)_0,$$
$$B''_{tx} = (\partial^2 B_\zeta/\partial(\Delta t)\partial\rho_x)_0, \quad B''_{ty} = (\partial^2 B_\zeta/\partial(\Delta t)\partial\rho_y)_0;$$

индекс "0" указывает на то, что значения производных берутся при $\rho_x = 0$, $\rho_y = 0$, $\Delta t = 0$; $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$.

Подставляя (11) и (6) в (5), после выполнения простых, но трудоемких выкладок приходим к выражению, которое дает полное корреляцион-

ное описание акустического поля, рассеянного на медленно изменяющейся (квазистатическое приближение) поверхности с высокими пологими неровностями:

$$B_P \simeq [(1+b_1)^2+b_2^2]^{-1/4}\times$$
$$\times\exp\Bigg\{-\frac{(\Delta\Phi)^2}{2}-\left(\frac{\Delta t}{\Delta\tilde{t}_k}\right)^2-[(1+b_1)^2+b_2^2]^{-1}\times$$
$$\times[(\Delta t)^2(b_1H_1+b_2H_2+ib_2H_1-ib_1H_2)+$$
$$+\Delta t\Delta\tilde{R}_x(b_1a_{tx}-b_2H_3-b_2H_4+$$
$$+ib_1H_3+ib_1H_4+ib_2a_{tx})+\Delta t\Delta\tilde{R}_y\times$$
$$\times(b_1a_{ty}-b_2H_5-b_2H_6+ib_1H_5+ib_1H_6+ib_2a_{ty})-$$
$$-(\Delta\tilde{R}_x)^2(b_1a_{xx}+b_2L_yd-ib_1L_yd+ib_2a_{xx})-$$
$$-(\Delta\tilde{R}_y)^2(b_1a_{yy}+b_2L_xd-ib_1L_xd+ib_2a_{yy})-$$
$$-\Delta\tilde{R}_x\Delta\tilde{R}_y(b_1a_{xy}+ib_2a_{xy})]+$$
$$+i(\varphi_{01}-\varphi_{02})+i\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{b_2}{1+b_1}\right)\Bigg\}, \tag{12}$$

где

$$b_1=-Ld,\quad L=4L_xL_y-L_{xy}^2,\quad d=4a_{xx}a_{yy}-a_{xy}^2,$$
$$b_2=4a_{xx}L_x+4a_{yy}L_y+2a_{xy}L_{xy},$$
$$\Delta\tilde{t}_k=\sqrt{2}/(\Phi_1\Phi_2|B''_{tt}|)^{1/2},$$
$$a_{xx}=-\Phi_1\Phi_2B''_{xx}/2,\quad a_{yy}=-\Phi_1\Phi_2B''_{yy}/2,$$
$$a_{xy}=-\Phi_1\Phi_2B''_{xy},$$
$$a_{tx}=\Phi_1\Phi_2B''_{tx},\quad a_{ty}=\Phi_1\Phi_2B''_{ty}, \tag{13}$$
$$H_1=L(a_{xx}a_{ty}^2+a_{yy}a_{tx}^2-a_{xy}a_{tx}a_{ty}),$$
$$H_2=a_{xt}^2+a_{ty}^2+a_{tx}a_{ty},\quad H_3=2L_y(a_{xy}a_{ty}-2a_{yy}a_{tx}),$$
$$H_4=L_{xy}(2a_{xx}a_{ty}-a_{xy}a_{tx}),$$
$$H_5=2L_x(a_{xy}a_{tx}-2a_{xx}a_{ty}),$$
$$H_6=L_{xy}(2a_{yy}a_{tx}-a_{xy}a_{ty}).$$

Для расчета совместных корреляционных моментов поля, рассеянного на взволнованной водной поверхности, необходимо определить вторые производные ПВ корреляционной функции $B_\zeta(\mathbf{\rho}, \Delta t)$. Согласно современным представлениям [21], двумерный (частотно-угловой) энергетический спектр волнения имеет вид

$$S_\zeta(\Omega,\vartheta)=G_\zeta(\Omega)\theta_\zeta(\Omega,\vartheta), \tag{14}$$

где $G_\zeta(\Omega)$ – частотный спектр, θ_ζ – угловой спектр, в общем случае зависящий от частоты. Для спектра такого вида

$$B''_{tt}=-2\int_0^\infty G_\zeta(\Omega)\Omega^2d\Omega,$$
$$B''_{xx}=-2\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\theta}(\vartheta,\Omega)G_\zeta(\Omega)\nu^2(\Omega)\cos^2(\vartheta+\alpha)d\Omega d\vartheta,$$
$$B''_{yy}=-2\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\theta}(\vartheta,\Omega)G_\zeta(\Omega)\nu^2(\Omega)\sin^2(\vartheta+\alpha)d\vartheta d\Omega, \tag{15}$$
$$B''_{xy}=-\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\theta}(\vartheta,\Omega)G_\zeta(\Omega)\nu^2(\Omega)\sin(2\vartheta+2\alpha)d\Omega d\vartheta,$$
$$B''_{tx}=2\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\theta}(\vartheta,\Omega)G_\zeta(\Omega)\Omega\nu(\Omega)\cos(\vartheta+\alpha)d\Omega d\vartheta,$$
$$B''_{ty}=2\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{\theta}(\vartheta,\Omega)G_\zeta(\Omega)\Omega\nu(\Omega)\sin(\vartheta+\alpha)d\vartheta d\Omega,$$

где $\tilde{\theta}(\vartheta,\Omega)=\theta_\zeta(\Omega,\vartheta)[\int_{-\pi}^{\pi}\theta_\zeta(\Omega,\vartheta)d\vartheta]^{-1}$, $\nu(\Omega)$ – зависимость волнового числа от частоты (закон дисперсии) для поверхностных волн.

Перейдем к обсуждению результатов расчетов ПВ корреляционного момента рассеянного поля для различных моделей спектра волнения. В рамках простейшей модели двумерного квазигармонического волнения, описываемой угловым спектром $Q_\zeta=\delta(\vartheta-\alpha)$ и временной корреляционной функцией $B_\zeta(\Delta t)=\tilde{B}_\zeta\left(\frac{\Delta t}{\Delta t_\zeta}\right)\cos(\Omega_0\Delta t)$, где $\delta(\cdot)$ – дельта-функция, $\Omega_0=2\pi/T_\zeta$, Δt_ζ и T_ζ – временной масштаб корреляции и средний период волнения, из общего выражения (12) при $\gamma^2=(\Omega_0\Delta t_\zeta)^2\gg1$ получаем

$$B_P(\Delta\mathbf{R},\Delta t)\simeq(1+b^2)^{-1/4}\times$$
$$\times\exp\Big[-\frac{(\Delta\Phi)^2}{2}-D_1(D_2+D_3)- \tag{16}$$
$$-iD_1(bD_2-b^{-1}D_3)+iC\Big].$$

Здесь $b=\Delta p(v\Delta t_k)\varepsilon_{12}^{-2}(p_1p_2)^{-1}$, $\varepsilon_{12}=\Phi_1\Phi_2/\Phi_0^2$, $\Phi_0=(\Phi_1+\Phi_2)/2$, $\Delta p=p_2-p_1$, $\Delta t_k\simeq\sqrt{2}/(\Omega_0\Phi_0)$, $D_1=\varepsilon_{12}(\Delta t_k)^{-2}(1+b^2)^{-1}$, $D_2=(\Delta t-\Delta\tilde{R}\cos\vartheta_0/v)^2+2(\mu-$

$-1)(\Delta\tilde{R}\cos\vartheta_0)^2/(v^2\gamma^2)$, $D_3 = 2(\mu-1)b^2(\Delta t)^2/\gamma^2$, $\Delta\tilde{R} = |\Delta\tilde{\mathbf{R}}| = \sqrt{(\Delta\tilde{X})^2 + (\Delta\tilde{Y})^2}$, $C = 0.5\,\mathrm{arctg}\,b + (\varphi_{01} - \varphi_{02})$; $\mu = 1$ в случае двумерной поверхностной волны, движущейся без изменения формы со скоростью v (гравитационная волна на поверхности мелкого водоема) и $\mu = 2$ в случае гравитационной волны на поверхности глубокого водоема, движущейся с фазовой скоростью $v = g/\Omega_0$ ($g = 9.81$ м/с^2).

Из выражения (16) следует, что, за исключением окрестностей значений $\cos\vartheta_0 = 0$ и $\Delta\tilde{R} = 0$, в случае $\mu = 1$ высокий уровень корреляции может сохраняться при весьма больших временных и пространственных сдвигах, намного превышающих масштабы временной Δt_k и пространственной $\Delta R_k = |\Delta\mathbf{R}|_k$ корреляции. При произвольной ориентации вектора разнесения точек приема $\Delta\mathbf{R}$ масштаб корреляции ΔR_k связан известным соотношением [2, 10] с величиной $\Delta\tilde{R}_k(\Delta R_k) = v\Delta t_k/|\cos\vartheta_0|$, которую также можно условно называть пространственным масштабом корреляции. В данном случае ярко выражен эффект переноса максимума корреляции, состоящий в том, что при наличии пространственных сдвигов максимум корреляции смещается относительно нулевого временного сдвига на величину $\Delta t = \Delta\tilde{R}\cos\vartheta_0/v$. При этом существенное значение имеют знаки временного сдвига Δt и смещения точки зеркального отражения от средней плоскости $\Delta\tilde{U} = \Delta\tilde{R}\cos\vartheta_0 = \Delta\tilde{X}\cos\alpha + \Delta\tilde{Y}\sin\alpha$ при разнесении точек приема $\Delta\mathbf{R} = \{\Delta X, \Delta Y, \Delta Z\}$. Размеры области ПВ корреляции, в пределах которой пространственные сдвиги компенсируются временными, ограничиваются соотношениями $(\Delta\Phi)^2 \simeq 2$, $b^2 \simeq 54$ (по спаду уровня корреляции в "е" раз) или $(\Delta\Phi)^2 \simeq 2$, $b^2 \simeq b^2_{\max}$, если $b^2_{\max} < 54$.

При наличии дисперсии поверхностных волн, приводящей к изменению их формы в процессе распространения (случай $\mu = 2$), размеры области ПВ корреляции ограничиваются максимальными сдвигами ($|\Delta t|_{\max} = |\Delta\tilde{U}|_{\max}/v \simeq \Delta t_k\gamma/\sqrt{2} = \Delta\tilde{U}_k\gamma/(\sqrt{2}\,v)$. По сравнению со случаем $\mu = 1$ масштабы ПВ корреляции $\Delta t_k^{\text{п.в}} \simeq |\Delta t|_{\max}$ и $\Delta\tilde{U}_k^{\text{п.в}} \simeq |\Delta\tilde{U}|_{\max}$ существенно сокращаются, но в силу условия $\gamma^2 \gg 1$ все же заметно превышают масштабы временной Δt_k и пространственной $\Delta\tilde{U}_k$ корреляции. В окрестности значений $\Delta\tilde{U} = 0$ (или $\Delta\tilde{R} \simeq 0$, $\cos\vartheta_0 \simeq 0$) эффект переноса отсутствует, но происходит некоторое расплывание областей ПВ корреляции по временной оси с увеличением разнесения точек приема. В частном случае разнесения в горизонтальной плоскости по фронту волны при $\cos\vartheta_0 = 0$, $\Delta t = 0$ сохраняется полная корреляция в разнесенных точках приема, а ПВ-корреляционная функция $B_P(\Delta\mathbf{R}, \Delta t)$ совпадает по модулю с временной корреляционной функцией $B_P(0, \Delta t)$. Отметим, что случай медленно затухающих осцилляций $B_\zeta(\Delta t)$ нуждается в отдельном рассмотрении [2], а приведенное выше выражение (16) справедливо при выполнении условия $24\pi^2\Phi^2/\gamma^4 \gg 1$.

Остановимся подробнее на результатах расчетов для более адекватной реальным условиям модели углового спектра анизотропного трехмерного волнения [21]:

$$\theta_\zeta(\vartheta, \Omega) = \theta_\zeta(\vartheta) = \begin{cases} C_\zeta\cos^l(\vartheta - \alpha) & \text{при } |\vartheta - \alpha| \le \pi/2, \\ 0 & \text{при } |\vartheta - \alpha| > \pi/2, \end{cases} \tag{17}$$

где $C_\zeta = \Gamma(l+1)/[\sqrt{\pi}\,\Gamma(l+1/2)]$ – нормировочный множитель, $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция. При достаточно малых пространственных сдвигах, удовлетворяющих условию $k\sigma_\zeta^2\max(|\Delta X|, |\Delta Y|, |\Delta Z|/\sin\psi)z/(z+Z) \ll 1$,

$$B_P(\Delta R, \Delta t) \simeq \exp\{-[(\Delta t)^2 + M^2(\Delta\tilde{R})^2 - 2N\Delta t\Delta\tilde{R}](\Delta t_k)^{-2} + i(\varphi_{01} - \varphi_{02})\}, \tag{18}$$

где

$$M^2 = \frac{\overline{\Omega^4}}{2\overline{\Omega^2}g^2}\left(\frac{1 + l\cos^2\vartheta_0}{1 + l/2}\right),$$

$$N = \frac{2q_l\cos\vartheta_0\overline{\Omega^3}}{g\pi\overline{\Omega^2}}, \quad \overline{\Omega^r} = 2\int_0^\infty G(\Omega)\Omega^r d\Omega,$$

$$\Delta t_k \simeq \sqrt{2}/\left(\sqrt{\overline{\Omega^2}}\Phi_0\right),$$

$$q_l = [\pi/(l+1)]\left[\Gamma\left(\frac{l+2}{2}\right)/\Gamma\left(\frac{l+1}{2}\right)\right]^2.$$

Следует отметить, что выражение (18) справедливо для любой формы частотного спектра волнения, если существуют спектральные моменты $\overline{\Omega^r}$ при $r = 0, 1, \ldots, 4$. Этому условию не удовлетворяет, например, широко известный спектр Пирсона–Московитца ($m = 4$, $n = 5$), часто используемый для описания полностью развитого ветрового волнения.

Присутствие в показателе экспоненты (18) слагаемого, пропорционального $\Delta t\Delta\tilde{R}$, свидетельству-

ет о наличии эффекта переноса и в рассматриваемом случае трехмерного анизотропного волнения. Размеры области ПВ корреляции определяются выражениями $\Delta t_k^{\text{п.в}} = |\Delta t|_{\max} \simeq \Delta t_k(1 - N^2/M^2)^{-1/2}$, $\Delta\tilde{R}_k^{\text{п.в}} \simeq \Delta\tilde{R}_{\max} \simeq \Delta\tilde{R}_k(1 - N^2/M^2)^{-1/2}$, где $\Delta\tilde{R}_k \simeq M^{-1}$. При заданных значениях спектральных моментов $\overline{\Omega^2}$ и $\overline{\Omega^4}$ масштабы пространственной корреляции $\Delta\tilde{R}_k$ зависят от степени анизотропии волнения (величины l) и от угла ϑ_0. При $\cos\vartheta_0 \simeq 1$ для $l \geq 2$ зависимость от l слабая: в случае двумерного волнения ($l \longrightarrow \infty$) величина $\Delta\tilde{R}_k$ примерно на 15% меньше, чем в случае $l = 2$ (трехмерное анизотропное волнение). В то же время при $\cos\vartheta_0 = 0$ $\Delta\tilde{R}_k \sim (1 + l/2)^{1/2}$, и, к примеру, для $l = 8$ и 200 величина $\Delta\tilde{R}_k$ примерно в 1.6 раза и в 7 раз больше, чем для $l = 2$. Соответственно угловая зависимость $\Delta\tilde{R}_k(\vartheta_0)$ значительно сильнее выражена при больших l: при $\cos\vartheta_0 = 0$ в случае $l = 2$ значения $\Delta\tilde{R}_k$ в $\sqrt{3}$ раз больше, чем при $\cos^2\vartheta_0 = 1$, а в случае $l = 200$ – примерно в 14 раз. Для оценок масштабов ПВ корреляции и расширения области ПВ корреляции по сравнению с областями временной и пространственной корреляции необходимо задаться конкретными значениями параметров частотного спектра волнения.

Для обобщенного вида частотного спектра [21], описывающего разные стадии ветрового волнения и условия зыби, $G(\Omega) = a_1\Omega^{-n}\exp(-a_2\Omega^{-m})$, где m, n и размерные константы a_1, a_2 зависят от скорости ветра, продолжительности его действия и величины разгона, $\overline{\Omega^r} = \Omega_{\max}^r (n/m)^{r/m}\Gamma\left(\frac{n-r-1}{m}\right)/\Gamma\left(\frac{n-1}{m}\right)$, где $\Omega_{\max}$ – частота (круговая), соответствующая максимуму спектра. Так, для известного спектра Неймана–Пирсона ($m = 2$, $n = 6$, $\Omega_{\max} = \sqrt{2}\,g/(\sqrt{3}\,v_{\text{в}})$, где $v_{\text{в}}$ – скорость ветра) при $l = 2$ масштабы корреляции определяются соотношениями $\Delta t_k \simeq (\Omega_{\max}\Phi_0)^{-1} = \sqrt{1.5}\,v_{\text{в}}/(g\Phi_0)$, $\delta = \Delta t_k^{\text{п.в}}/\Delta t_k = \Delta\tilde{R}_k^{\text{п.в}}/\Delta\tilde{R}_k \simeq 1$–$1.605$, причем значения $\Delta t_k^{\text{п.в}}$ и $\Delta\tilde{R}_k^{\text{п.в}}$ максимальны при $\cos^2\vartheta_0 = 1$ и минимальны при $\cos\vartheta_0 = 0$. Для спектра ветрового волнения на основной стадии развития волн в соответствии с [21] $m = 5.5$, $n = 6.5$ и $l = 2$–8. В этом случае $\Delta t_k \simeq 1.16/(\Omega_{\max}\Phi_0)$, а наибольшие значения отношения δ изменяются в пределах примерно 2.13–2.28, т.е. зависимость $\delta(l)$ весьма слабая. Наконец, при $m = 5$, $n = 6$, $l \geq 8$ (случай пологой зыби) $\Delta t_k \simeq 1.12/(\Omega_{\max}\Phi_0)$ и $\delta_{\max} \simeq 1.9$. Таким образом, при анизотропном трехмерном волнении эффект переноса с расширением области корреляции рассеянного поля выражен заметно слабее, чем при двумерном квазигармоническом волнении. При $\cos\vartheta_0 = 0$ он совсем отсутствует, и совместный ПВ корреляционный момент $B_P(\Delta t, \Delta R)$ сводится к произведению временной $B_P(\Delta t, 0)$ и пространственной $B_P(0, \Delta R)$ функций корреляции рассеянного поля. Такой же вид имеет функция $B_P(\Delta t, \Delta R)$ для любых ϑ_0 в случае изотропного волнения на поверхности глубокого водоема, когда нет избранного направления распространения поверхностных волн:

$$B_P(\Delta t, \Delta R) \simeq \exp\{-[(\Delta t)^2 + (\Delta\tilde{R})^2\overline{\Omega^4}/(2\overline{\Omega^2}g^2)]/(\Delta t_{\text{к}})^2 + i(\varphi_{01} - \varphi_{02})\}. \quad (19)$$

При невыполнении условия достаточной малости пространственных сдвигов в области корреляции, что имеет место в случаях, когда пространственная декорреляция связана в большей степени не со смещением ответственной за рассеяние области на поверхности $\Delta\tilde{R}$, а с ее деформацией (расширением или сжатием) при изменении положения точки приема (например, в случае разнесения вдоль зеркального луча), для оценки масштабов пространственной и ПВ корреляции в рамках выбранной модели спектра волнения следует пользоваться общим выражением (12), а в частном случае двумерного квазигармонического волнения – выражением (16). В соответствии с (16) для разнесения приемников вдоль зеркального луча, когда $\Delta\tilde{R} = 0$ и $\Delta R = \Delta Z/\sin\psi = \Delta X/\cos\psi$, $\Delta Z = \Delta X\,\mathrm{tg}\,\psi$ при $Y_1 = Y_2 = 0$

$$B_P(\Delta R, \Delta t) = (1 + b^2)^{-1/4}\exp[-(\Delta t/\Delta t_{\text{кв}})^2 + iC], \quad (20)$$

где $\Delta t_{kb} = \Delta t_k(1 + b^2)^{1/2}[1 + 2(\mu - 1)b^2\gamma^{-2}]^{-1/2}$, а величина b в рассматриваемом случае имеет вид $b \simeq 0.5\Delta R_{12}D_\alpha\gamma^2\Phi_0^2/R$, где $\Delta R_{12} = R_1 - R_2$, $R = (R_1 + R_2)/2$, $D_\alpha = R(1 - \cos^2\psi\sin^2\alpha)/[k\sin^2\psi(v\Delta t_\zeta)^2]$. В данном случае эффект переноса отсутствует, но при $D_\alpha \gtrsim 1$ имеет место расплывание области корреляции по временной координате Δt. Зависящий от b "текущий" масштаб ПВ корреляции $\Delta t_{kb}^{\text{п.в}}$ определяется выражением $\Delta t_{kb}^{\text{п.в}} \simeq \Delta t_k(1 + b^2)^{1/2}[1 + 2(\mu - 1)b^2\gamma^{-2}]^{-1/2}[1 - 0.25\ln(1 + b^2)]^{1/2}$. Наибольшее значение $\Delta t_{kb}^{\text{п.в}}$ соответствует значению $b = b_0$, которое находится из уравнения $\partial(\Delta t_{kb}^{\text{п.в}})/\partial(\Delta R) = 0$. Согласно оценкам, $\Delta t_{kb_0}^{\text{п.в}} \simeq 2.25\Delta t_k$ при $\mu = 1$ и $\Delta t_{kb_0}^{\text{п.в}} \simeq 1.3\Delta t_k$ и $1.65\,\Delta t_k$ соответственно для $\gamma^2 = 10$ и 30 при $\mu = 2$. В области $D_\alpha \gtrsim 1$ пространственный ("продоль-

ный") масштаб корреляции определяется выражением $\Delta R_k^{(2)} \simeq 14.6(z + Z)Z/(z\sin\psi D_\alpha \gamma^2 \Phi_0^2) \simeq 1.8(z + Z)^2[kz^2\sigma_\zeta^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\psi)]^{-1}$. При $\psi = \pi/2$ величина ΔR_k не зависит от направления распространения поверхностной волны (угла α), при $\psi \neq \pi/2$ ΔR_k увеличивается с ростом $\sin^2\alpha$. В предельном случае малых D_α, когда $D_\alpha \ll (\gamma\Phi_0)^{-2}$, $b^2 \ll 1$, и с точностью до осциллирующего фазового множителя при разнесении вдоль зеркального луча сохраняется полная корреляция. В этом случае $\Delta t_k^{\text{п.в}} \simeq \Delta t_k$ и $|B_P(\Delta R, \Delta t)| \simeq |B_P(0, \Delta t)|$.

Для случая трехмерного анизотропного волнения ПВ корреляционный момент $B_P(\Delta R, \Delta t)$ при разнесении вдоль зеркального луча так же может быть представлен в виде (20), если заменить b^2 на $\tilde{b}^2 = (1 + b_1)^2 + b_2^2 - 1$, при этом $C = \varphi_{01} - \varphi_{02} + 0.5\,\mathrm{arctg}[b_2/(1 + b_1)] + (\Delta t/\tilde{b})^2[(L_x a_{tx}^2 + L_y a_{ty}^2) \times (1 + b_1) + 4L_x L_y b_2(a_{xx}a_{ty}^2 + a_{yy}a_{tx}^2 - a_{xy}a_{tx}a_{ty})]$, $\Delta t_{\text{кв}} = \Delta t_{\text{к}}\delta(\Delta R_{12}, \psi, \alpha)$, где $\delta = [1 + (\Delta R_{12})^2 W^2 d_1 + (\Delta R_{12})^4 W^4 d_2]^{1/2}/[1 + (\Delta R_{12})^2 W^2 \tilde{d}_1 + (\Delta R_{12})^4 W^4 \tilde{d}_2]^{1/2}$, $W^2 = [\Phi_0^2\Omega_{\max}^4/(8k\sin^2\psi g^2)]^2 (n/m)^{8/m} \times \left[\Gamma\left(\frac{n-5}{m}\right)/\Gamma\left(\frac{n-1}{m}\right)\right]^2$, $d_1 = 4[1 + \sin^4\psi + \frac{2l\cos 2\alpha}{l+2}(1 - \sin^4\psi) + \left(\frac{l}{l+2}\right)^2(\cos^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha\sin^4\psi + 2\sin^2\psi\sin^2 2\alpha)]$, $d_2 = (4\sin\psi)^4(l + 1)^2/(l + 2)^4$, $\tilde{d}_1 = d_1 - \Delta d_1$, $\tilde{d}_2 = d_2 - \Delta d_2$, $\Delta d_1 = [\Delta d_2/(32\sin^4\psi)][(l + 2)^3/(l + 1)][\cos^2\alpha + \sin^4\psi\sin^2\alpha + (\cos 2\alpha\cos^2\alpha - \cos 2\alpha\sin^2\alpha\sin^4\psi + \sin^2\psi\sin^2 2\alpha]l/(l + 2)]$, $\Delta d_2 = (32\sin^2\psi)\left[\Gamma\left(\frac{l+2}{2}\right)/\Gamma\left(\frac{l+1}{2}\right)\right]^4 \Gamma^2 \times \left(\frac{n-4}{m}\right)/\left[\Gamma\left(\frac{n-5}{m}\right)\Gamma\left(\frac{n-3}{m}\right)(l+1)(l+2)^3\right]$.

Максимальный размер области ПВ корреляции по временной координате соответствует значению $\Delta R = \Delta R_0$, которое находится из уравнения $\partial(\Delta t_{k\tilde{b}}^{\text{п.в}})/\partial(\Delta R) = 0$, где $\Delta t_{k\tilde{b}}^{\text{п.в}}(\Delta R) = \Delta t_k\delta(\Delta R)\mathrm{Re}\{1 - 0.25\ln[1 + \tilde{b}^2(\Delta R)]\}^{1/2}$, при этом ΔR связано с ΔR_{12} приближенным соотношением $\Delta R \simeq \Delta R_{12}(z + Z)^2/(2z^2)$. Пространственный масштаб корреляции по спаду корреляции в "е" раз в случае трехмерного волнения $\Delta R_k^{(3)}$ находится из уравнения $\tilde{b}^2 \simeq 54$, решая которое получаем $\Delta R_k^{(3)} \simeq (z + Z)^2 h/(2z^2 W)$, где $h = [(d_1^2 + 216d_2)^{1/2} - d_1]^{1/2}/(2d_2)^{1/2}$. Отсюда, например, при $n = 6$, $m = 2$, $l = 2$ будем иметь $d_1 = (1 + 2\cos^2\alpha)^2 + (1 + 2\sin^2\alpha)^2\sin^4\psi + 2\sin^2 2\alpha\sin^2\psi$, $d_2 = 9\sin^4\psi$ и

$$\Delta R_k^{(3)} \simeq 3k\sin^2\psi v_{\text{в}}^4(z + Z)^2 h/(4z^2\Phi_0^2 g^2) \simeq \simeq 3h(z + Z)^2/(4k\sigma_\zeta^2 z^2). \quad (21)$$

Отношение $\tilde{\delta} = \max\Delta t_{k\tilde{b}}^{\text{п.в}}/\Delta t_k$, характеризующее расплывание области корреляции по Δt, изменяется в этом случае от 1 примерно до 1.1 в зависимости от ψ и α. Отметим, что выражение (21) получено в предположении $D_0 = Rh(\alpha, \psi)/[k\sin^2\psi(v_{\text{в}}\Delta t_\zeta)^2] \gtrsim 1$, где величина D_0 играет роль волнового параметра для рассматриваемого случая трехмерного волнения, а функция $h(\alpha, \psi)$ изменяется в пределах от 1.4 при $\psi = \pi/2$ для любых α до 7.4 при $\sin^2\alpha = 1$, $\psi \ll 1$. Для одинаковых среднеквадратичных значений углов наклона неровностей отношение масштабов корреляции $\Delta R_k^{(2)}/\Delta R_k^{(3)}$ близко к единице при $\sin^2\alpha = 0$, $\psi \ll 1$, увеличивается до 1.74 при $\psi = \pi/2$ и произвольных α и достигает наибольших значений $(0.33/\sin^2\psi)$ при $\sin^2\alpha = 1$, $\psi \ll 1$.

ЧВ корреляционный момент рассеянного поля при достаточно больших значениях волнового параметра описывается теми же выражениями, что и в случае разнесения точек приема вдоль зеркального луча, если заменить ΔR_{12} на $\Delta kR/k_0 = \Delta\omega R/\omega_0$, где $k_0 = (k_1 + k_2)/2$, $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$, $R = (R_1 + R_2)/2$. Масштаб частотной корреляции $\Delta\omega_{k1}$ связан с ΔR_k соотношением $\Delta\omega_{k1}/\omega_0 \simeq 2\Delta Rkz^2/[R(z + Z)^2]$, а расплывание области корреляции по временной оси такое же, как и при разнесении вдоль зеркального луча. При малых значениях волнового параметра в (20) добавляется экспоненциальный множитель $\exp[-(\Delta\omega/\Delta\omega_{k2})^2]$, где $\Delta\omega_{k2} \simeq \sqrt{2}\,\omega_0/\Phi_0$ – второй масштаб частотной корреляции, появление которого связано с изменением размеров области, существенной для рассеяния, по вертикали при изменении частоты. Расплывание области корреляции в общем случае определяется множителем $\tilde{\delta} = \left[1 - \left(\frac{\Delta\omega_{k2}}{2\omega_0}\right)^2\right]^{-1}\mathrm{Re}\{1 - 0.25\ln[1 + \tilde{b}^2(\Delta\omega)]\}^{1/2}\delta(\Delta\omega)$, причем для малых значений волнового параметра, когда $\Delta\omega_{k1}^2 \gg \Delta\omega_{k2}^2$, $\delta(\Delta\omega) \simeq 1$, $\tilde{b}^2(\Delta\omega) \ll 1$ и, поскольку $(\Delta\omega_{k2}/\omega_0)^2/4 = 1/(2\Phi_0^2) \ll 1$, $\Delta t_k^{\text{ч.в}} \simeq \Delta t_k$, т.е. расплывание практически отсутствует.

Выражением (20) с добавлением экспоненциального множителя $\exp[-(\Delta\omega/\Delta\omega_{k2})^2]$ можно пользоваться и для описания ЧП корреляционного момента при разнесении приемников вдоль зеркаль-

ного луча, если заменить ΔR_{12} на $(k_2R_1 - k_1R_2)/k_0$. В данном случае при $k_2/k_1 = R_2/R_1$ пространственные сдвиги "компенсируются" частотными (увеличение размеров зоны Френеля с увеличением расстояния R компенсируется их уменьшением с повышением частоты), что приводит к расширению области корреляции. Размеры области ЧП корреляции ограничиваются масштабом корреляции $\Delta\omega_{k2}$ и при достаточно больших значениях волнового параметра, когда $(\Delta\omega_{k1}/\Delta\omega_{k2})^2 \ll 1$, существенно превышают масштабы частотной $(\Delta\omega_{k1})$ и пространственной (ΔR_k) корреляции: $\Delta\omega_{\text{к}}^{\text{ч.п}} \simeq \Delta\omega_{k2} \gg \Delta\omega_{k1}$, $\Delta R_{\text{к}}^{\text{ч.п}} \simeq R\Delta\omega_{k2}(z+Z)^2/(2\omega_0 z^2) = \Delta R_k\Delta\omega_{k2}/\Delta\omega_{k1} \gg \Delta R_k$. При малых значениях волнового параметра компенсация пространственных сдвигов частотными не приводит к расширению области корреляции.

При разнесении приемников по другим направлениям выражение для ЧП корреляционного момента усложняется. Например, в случае двумерного квазигармонического волнения можно воспользоваться выражением (16), которое дает общее описание ЧПВ корреляционного момента рассеянного поля, если в Φ_1, p_1 и Φ_2, p_2 учесть различие углов скольжения (ψ_1 и ψ_2) и частот (ω_1 и ω_2). Тогда выражения для входящих в (16) величин, определяющих масштаб ЧП корреляции, можно записать в виде $b = 7.3\ \Delta\tilde{\omega}_1/\Delta\omega_{k1}$, $(\Delta\Phi)^2/2 \simeq (\Delta\tilde{\omega}_2/\Delta\omega_{k2})2$, $D_1(D_2 + D_3) = (\Delta\tilde{U})^2[1 - (0.5\Delta\Phi/\Phi_0)^2][1 + 2(\mu - 1)/\gamma^2]/[(v\Delta t_k)^2(1 + b^2)]$, где $\Delta\tilde{\omega}_1 = \{[\omega_2R_1\sin\psi_2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\psi_1)/(R\sin\psi_1)] - [\omega_1R_2\sin\psi_1(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\psi_2)/(R\sin\psi_2)]\}/(\cos^2\alpha + \sin^2\psi\sin^2\alpha)$, $\Delta\tilde{\omega}_2 = (\omega_1\sin\psi_1 - \omega_2\sin\psi_2)/\sin\psi$, $\sin\psi = (\sin\psi_1 + \sin\psi_2)/2$.

При $\Delta\tilde{\omega}_1 = 0$ и $\Delta\tilde{\omega}_2 = 0$ имеет место компенсация пространственных сдвигов частотными, однако она приводит к существенному расширению области корреляции лишь в рассмотренном выше случае разнесения вдоль зеркального луча или для углов разнесения, близких к зеркальному, а также в тех случаях, когда в пределах области пространственной корреляции выполняется условие $|\Delta\tilde{U}| = \Delta\tilde{R}|\cos\vartheta_0| \ll v\Delta t_k$ (например, при $\Delta R = \Delta X$ или $\Delta R = \Delta Z$, если $Y = 0$ и $\sin^2\alpha \simeq 1$). Для большей части области изменения параметров пространственный масштаб корреляции ΔR_k находится из соотношения $|\Delta\tilde{U}| = v\Delta t_k$, а множитель, характеризующий пространственное расплывание области ЧП корреляции $\tilde{\delta} = \Delta\tilde{U}_k^{\text{ч.п}}/\Delta\tilde{U}_k$, приближенно описывается таким же выражением, как и для ЧВ корреляционного момента. Последнее заключение справедливо и для трехмерного анизотропного волнения, если заменить $\Delta\tilde{U}_k$ и $\Delta\tilde{U}_k^{\text{ч.п}}$ на $\Delta\tilde{R}_k$ и $\Delta\tilde{R}_k^{\text{ч.п}}$, причем в отличие от случая двумерного волнения влияние компенсации пространственных сдвигов частотными, приводящее к пространственному и частотному расширению области корреляции, проявляется только при углах разнесения, близких к зеркальному.

В случае одновременного разнесения по времени, пространству и частоте компенсация частотных сдвигов пространственными при $\Delta\tilde{\omega}_1 = 0$ и пространственных сдвигов временными при $\Delta\tilde{U} = v\Delta t$ приводит к дополнительной деформации области корреляции. При $\Delta\tilde{\omega}_1 = 0$ $b = 0$, поэтому расплывание области корреляции по времени отсутствует, а ее расширение связано только с эффектом переноса. Масштабы ЧПВ корреляции при $\Delta\tilde{\omega}_1 = 0$, $\Delta\tilde{U} = v\Delta t$ в случае отсутствия дисперсии поверхностных волн ($\mu = 1$) определяются соотношением $(\Delta\Phi)^2/2 \simeq 1$, откуда, например, для разнесения по горизонтали вдоль трассы распространения звука (вдоль оси X при $Y_1 = Y_2 = 0$) $\Delta X_{k_1}^{\text{ч.п.в}} \simeq (z+Z)^2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\psi)/(\sqrt{2}X_0\Phi_0\cos^2\alpha\sin^2\psi)$, $\Delta t_{k1}^{\text{ч.п.в}} \simeq \Delta t_k + \Delta X_{k_1}^{\text{ч.п.в}} z|\cos\alpha|/[(z+Z)v]$, $\Delta\omega_k^{\text{ч.п.в}}/\omega_0 \simeq (3\cos^2\alpha + \sin^2\psi\sin^2\alpha)/(\sqrt{2}\Phi_0\cos^2\alpha)$, где $X_0 = (X_1 + X_2)/2$, $\Delta X = X_1 - X_2$.

Приведенные формулы справедливы при $|\Delta X| \ll X$ для любых углов α, за исключением узкого сектора углов в окрестности значений $\alpha = \pi/2$ и $3\pi/2$. При $\cos^2\alpha = 0$, $\Delta\tilde{\omega}_1 = 0$ будем иметь $\Delta\tilde{U} = 0$ и $\Delta\tilde{\omega}_2 = 0$, что означает сохранение полной коррелированности по пространству и частоте, а $\Delta t_k^{\text{ч.п.в}} \simeq \Delta t_k$. При наличии дисперсии ($\mu = 2$) на размеры области ЧПВ корреляции накладывается еще одно ограничение, которое приводит к появлению второго масштаба временной и пространственной корреляции,

$$\Delta t_{k2}^{\text{ч.п.в}} \simeq \Delta t_k\gamma[1 - (0.5\Delta\Phi/\Phi_0)^2]^{-1/2},$$

$$\Delta X_{k2}^{\text{ч.п.в}} \simeq v\Delta t_{k2}^{\text{ч.п.в}}(z+Z)/(z|\cos\alpha|),$$

а эффективные масштабы корреляции $\Delta t_k^{\text{ч.п.в}}$ и $\Delta X_k^{\text{ч.п.в}}$ соответствуют наименьшим значениям из $\Delta t_{k1}^{\text{ч.п.в}}$, $\Delta t_{k2}^{\text{ч.п.в}}$ и $\Delta X_{k1}^{\text{ч.п.в}}$, $\Delta X_{k2}^{\text{ч.п.в}}$. При разнесении вдоль зеркального луча масштабы $\Delta R_k^{\text{ч.п.в}}$ и $\Delta\omega_k^{\text{ч.п.в}}$ с учетом компенсации пространственных сдвигов частотными при $\Delta\tilde{\omega}_1 = 0$ определяются по

формулам, полученным для ЧП корреляционного момента, а временной масштаб $\Delta t_k^{\text{ч.п.в}}$ близок к Δt_k.

В случае трехмерного анизотропного волнения выражение для ЧПВ корреляционного момента имеет весьма громоздкий вид и поэтому здесь не приводится. Существенным является то обстоятельство, что в данном случае сохраняются все качественные особенности поведения ЧПВ корреляционного момента рассеянного поля, выявленные при анализе результатов, полученных в рамках модели двумерного квазигармонического волнения, однако зависимость от угла ϑ_0 (или от угла α при $Y_1 = Y_2 = 0$) выражена значительно слабее.

В заключение отметим, что приведенные в статье результаты аналитических расчетов и оценок, выполненных на основе полученных общих выражений для ЧПВ корреляционного момента акустического поля, рассеянного взволнованной поверхностью с высокими неровностями, дают качественное представление об особенностях поведения совместных корреляционных моментов при одновременном разнесении по времени и пространству, времени и частоте, пространству и частоте как для идеализированной модели двумерного волнения, так и для более адекватной реальным условиям модели трехмерного анизотропного волнения. Более детальный анализ может быть выполнен с помощью численных расчетов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-18430-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев Г.А.* О частотной и пространственной корреляции волн, рассеянных шероховатой поверхностью // Изв. высш. учеб. завед. – Радиотехника. 1966. Т. 9. № 1. С. 137–140.
2. *Гулин Э.П.* Частотно-пространственно-временная корреляция волнового поля, рассеянного неровной поверхностью // Труды Акуст. ин-та. 1967. Вып. 2. С. 49–69.
3. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
4. *Fortuin L.* Survey of literature on reflection and scattering of sound waves at the sea surface // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 45. Pt. 2. № 5. P. 1209–1228.
5. *Кравцов Ю.А., Фукс И.М., Шмелев А.Б.* Последовательное применение метода Кирхгофа к задаче о рассеянии звуковой волны на поверхности со случайными неровностями // Изв. высш. учеб. завед. – Радиофизика. 1971. Т. 13. № 6. С. 854–864.
6. *Venetsanopoulos A.N., Tuteur F.B.* Stochastic filter modeling for the sea-surface scattering channel // J. Acoust. Soc. Amer. 1971. V. 49. Pt. 1. № 4. P. 1100–1107.
7. *Лысанов Ю.П.* Рассеяние звука неровными поверхностями // Акустика океана. М.: Наука, 1974. С. 231–330.
8. *Андреева И.Б., Чупров С.Д.* Отражение и рассеяние звука взволнованной поверхностью океана // Акустика океана. М.: Наука, 1974. С. 331–394.
9. *Гулин Э.П.* О корреляции шумоподобного излучения, отраженного от статистически неровной поверхности // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 2. С. 219–227.
10. *Гулин Э.П.* Отражение импульсных сигналов от неровной поверхности // Акуст. журн. 1974. Т. 20. № 4. С. 550–560.
11. *Eckart C.* The scattering of sound from the sea surface // J. Acoust. Soc. Amer. 1953. V. 25. P. 566–570.
12. *Гулин Э.П.* Применение метода интегрального уравнения для приближенного расчета волнового поля, рассеянного статистически неровной поверхностью // VI Всесоюзная акустическая конференция. М., 1968. AV 3–4.
13. *Лысанов Ю.П.* Об одном приближенном решении задачи о рассеянии звуковых волн на неровной поверхности // Акуст. журн. 1956. Т. 2. № 2. С. 182–187.
14. *Meecham W.C.* Fourier transform method for the treatment of the problem of the reflection from irregular surfaces // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. P. 370–378.
15. *Воронович А.Г.* К теории рассеяния звука на неровной свободной поверхности // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 741–753.
16. *Milder D.M.* An improved formalism for wave scattering from rough surfaces // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 89. № 1. P. 529–541.
17. *Thorsos E.I., Broschat Sh.L.* An investigation of the small slope approximation for scattering from rough surfaces. Part 1. Theory // J. Acoust. Soc. Amer. 1995. V. 97. № 7. P. 2082–2093.
18. *Mudalier S.* Acoustic ware scattering from a randomly rough surface // Can. J. Phys. 1996. V. 74. № 9–10. P. 641–650.
19. *Broschat Sh.L., Thorsos E.I.* An investigation of the small slope approximation for scattering from rough surfaces. Part II. Numerical studies // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. № 5. Pt. 1. P. 2615–2625.
20. *McDaniel S.T.* An iterative solution of the rough-surface scattering problem // Waves Random Med. 1998. V. 8. № 1. P. 3–14.
21. *Давидан И.Н., Лопатухин Л.И., Рожков В.А.* Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 256 с.

Joint Correlation Moments of an Acoustic Field Scattered by a Water Surface with Large Roughnesses

E. P. Gulin

In the smooth roughness approximation, joint space-time, frequency- space, and frequency-time correlation moments of an acoustic field scattered by a rough water surface with large roughness (on a scale of the sound wavelength) are calculated. A general expression is obtained for a frequency-space-time correlation moment of a scattered field of a point source of sound. The features of the joint correlation moments are analyzed for various models of a frequency-angular spectrum of surface gravity waves.