АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2000, том 46, № 5, с. 698–701

УДК 621.515:534

ОБ АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСЕ В ТУРБОМАШИНАХ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ТИПА

© 2000 г. В. Л. Хитрик

Научно-исследовательский институт химического машиностроения
141300 Сергиев Посад Московской области

Поступила в редакцию 01.09.99 г.

Теоретически рассмотрено возбуждение звука внутри центробежного насоса источником колебаний давления, помещенным во входное сечение рабочего лопаточного колеса. Отличительной особенностью в постановке задачи является то, что межлопаточные каналы и кольцевой канал между колесом и кожухом насоса (кольцевой отвод) рассматриваются как единая акустическая система. Показано, что при определенных условиях возбуждение звука внутри центробежного насоса может иметь резонансный характер. Получено уравнение для определения резонансных частот.

В работах [1, 2] теоретически исследовано распространение акустических волн во вращающемся межлопаточном канале рабочего колеса турбомашины.

В настоящей работе рассматривается задача о распространении звуковых волн в кольцевом отводе турбомашины центробежного типа (рисунок) с учетом влияния вращающихся межлопаточных каналов рабочего колеса.

Используя цилиндрическую систему координат r, x, z (рисунок), распространение звуковых волн в отводе можно описать следующими линеаризованными и проинтегрированными по поперечному сечению отвода уравнениями неразрывности и движения:

$$\frac{F}{c^2}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} - \rho_0 b v(r = d_2/2, x, z, t) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + F\frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где P – пульсация давления жидкости в отводе; b – ширина межлопаточного канала рабочего колеса на входе в отвод; F – площадь поперечного сечения отвода, $F = hL$; h, L – соответственно высота и ширина отвода, в общем случае не совпадающая с шириной межлопаточного канала рабочего колеса, $h = \text{const}$, $L = \text{const}$; c – скорость звука в покоящейся среде; ρ_0 – установившееся значение плотности жидкости, $\rho_0 = \text{const}$; $v(r = d_2/2, x, z, t)$ – радиальная компонента колебательной скорости жидкости в межлопаточном канале рабочего колеса на входе в отвод; z – осевая координата (перпендикулярная плоскости чертежа отвода, изображенного на рисунке); x – окружная координата, $x = d_2\varphi/2$ (положительное направление оси x совпадает с направлением вращения рабочего колеса, а ее начало находится в начальном сечении 0–0 (см. рисунок) кольцевого участка отвода; r – радиальная координата; d_2 – наружный диаметр рабочего колеса; φ – угловая координата; t – время.

При выводе уравнений (1), (2) приняты следующие допущения:

1) радиальная компонента колебательной скорости жидкости v постоянна по ширине межлопаточного канала ($r = d_2/2$, $-b/2 \le z \le b/2$) и равна нулю вне канала на внутренней ($r = d_2/2$, $-L/2 \le z \le -b/2$; $r = d_2/2$, $b/2 \le z \le L/2$), наружной ($r = d_2/2 + h$, $-L/2 \le z \le L/2$) и боковых ($z = -L/2$, $d_2/2 \le r \le d_2/2 + h$; $z = L/2$, $d_2/2 \le r \le d_2/2 + h$) стенках отвода;

2) пульсация давления постоянна по сечению отвода ($d_2/2 \le r \le d_2/2 + h$; $-L/2 \le z \le L/2$);

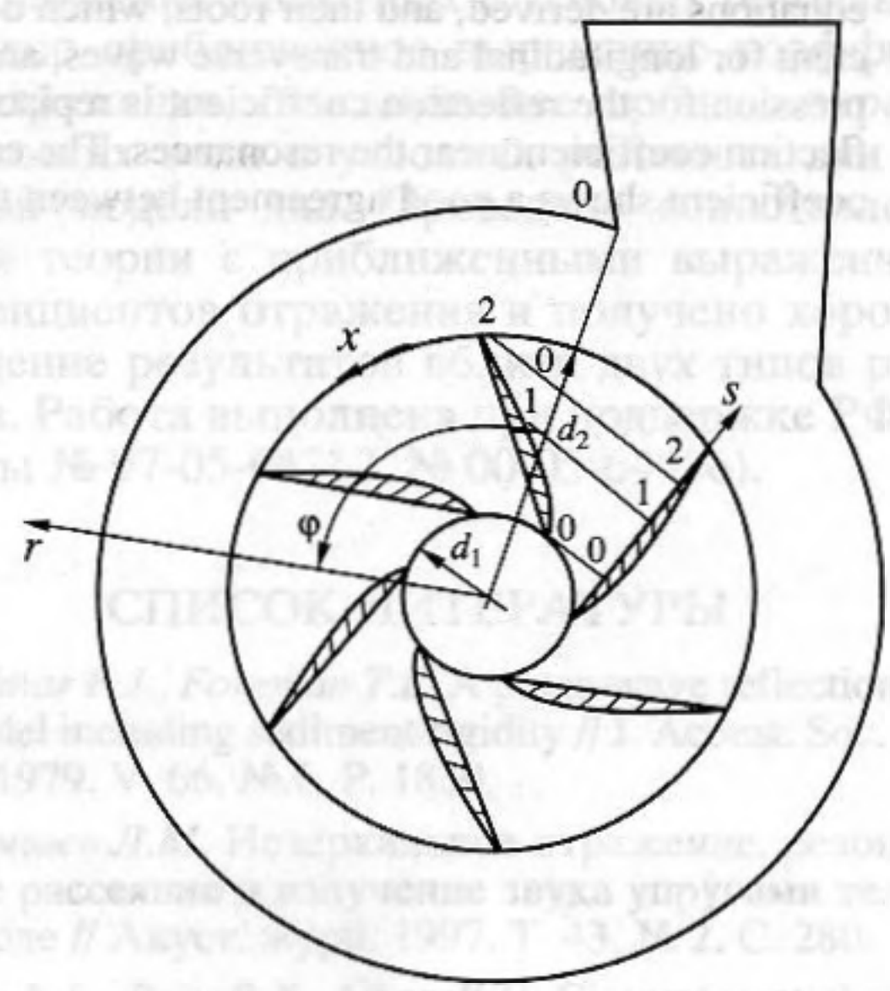

Схема турбомашины центробежного типа с кольцевым отводом.

3) высота отвода много меньше наружного радиуса рабочего колеса, $2h/d_2 \ll 1$.

Функция $G(x, t)$, входящая в систему уравнений (1), (2) и представляющая собой пульсацию массового расхода жидкости в отводе, определялась по формуле

$$G(x, t) = \rho_0 \int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{d_2/2}^{d_2/2+h} u(r, x, z, t)dr \right) dz. \quad (3)$$

В соотношении (3) через u обозначена компонента колебательной скорости жидкости в отводе в окружном направлении x.

Дифференцируя уравнения (1), (2) соответственно по временной t и окружной x координатам, а затем вычитая почленно второе уравнение из первого, исключим функцию $G(x, t)$. В результате получим

$$\frac{F}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - F\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial t}[\rho_0 b v(r = d_2/2, x, z, t)] = 0. \quad (4)$$

В уравнение (4) входит радиальная пульсационная скорость жидкости в межлопаточном канале рабочего колеса на входе в отвод $v(r = d_2/2, x, z, t)$, поэтому для решения уравнения (4) необходимо рассматривать распространение звуковых волн в кольцевом отводе и вращающихся межлопаточных каналах рабочего колеса как в единой акустической системе.

Введем дополнительные упрощения: все каналы узкие по сравнению с длиной звуковой волны; влияние потока среды и вращения рабочего колеса на распространение звука не учитывается; не учитывается и влияние выходного отверстия кольцевого отвода.

Тогда распространение звуковых волн во вращающихся межлопаточных каналах рабочего колеса, имеющих переменные, цилиндрически расходящиеся сечения, можно описать с помощью уравнения Вебстера [3]:

$$\frac{\partial^2 P_k}{\partial t^2} - \frac{c^2}{F_k(s)}\frac{\partial}{\partial s}\left(F_k(s)\frac{\partial P_k}{\partial s}\right) = 0, \quad (5)$$

где P_k – пульсация давления жидкости в межлопаточном канале рабочего колеса; $F_k(s)$ – переменная площадь поперечного сечения межлопаточного канала рабочего колеса; s – продольная координата межлопаточного канала.

Продольная составляющая колебательной скорости жидкости в межлопаточном канале, согласно уравнению движения Эйлера $\rho_0 \frac{\partial v_k}{\partial t} = -\frac{\partial P_k}{\partial s}$, для рассматриваемых здесь гармонических волн с частотой колебаний ω связана с пульсационным давлением соотношением

$$v_k(s) = -\frac{1}{i\rho_0\omega}\frac{\partial P_k}{\partial s}, \quad (6)$$

где i – мнимая единица.

Допустим, что переменные сечения межлопаточных каналов рабочего колеса изменяются по квадратичному закону: $F_k = F_k(s) \sim s^2$.

В этом случае звуковое поле в межлопаточных каналах, удовлетворяющее уравнению Вебстера (5), может быть представлено в виде

$$P_k = P_-\frac{e^{-iks}}{s} + P_+\frac{e^{iks}}{s}, \quad (7)$$

$$v_k = e^{-iks}\left(\frac{1}{s^2 i\rho_0\omega} + \frac{1}{\rho_0 cs}\right)P_- + e^{iks}\left(\frac{1}{s^2 i\rho_0\omega} - \frac{1}{\rho_0 cs}\right)P_+, \quad (8)$$

где P_-, P_+ – постоянные величины; k – волновое число, $k = \omega/c$. Записывая выражения для P_k и v_k при $s = s_1$ и $s = s_2$, где s_1, s_2 – координаты входного и выходного сечений межлопаточного канала рабочего колеса, и затем исключая из этих выражений параметры P_-, P_+, получим соотношения, связывающие амплитуды пульсаций скорости в радиальном направлении и давления на выходе из межлопаточного канала v_{k2}^r, P_{k2} с соответствующими амплитудами на входе в межлопаточный канал v_{k1}^r, P_{k1}:

$$v_{k2}^r = \frac{s_1}{s_2}\left[v_{k1}^r\frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1}\left(1 - \frac{\operatorname{tg}kl}{ks_2}\right)\cos kl - P_{k1}\frac{i\sin\beta_2}{\rho_0 c}\left(1 + \frac{1}{k^2 s_1 s_2} - \frac{l}{k^2 s_1 s_2}\operatorname{ctg}kl\right)\sin kl\right], \quad (9)$$

$$P_{k2} = \frac{s_1}{s_2}\left[-v_{k1}^r\rho_0 c\frac{i\sin kl}{\sin\beta_1} + P_{k1}\left(1 + \frac{\operatorname{tg}kl}{ks_1}\right)\cos kl\right], \quad (10)$$

где l – длина межлопаточного канала рабочего колеса; β_1, β_2 – углы установки лопаток рабочего колеса соответственно на входе и выходе рабочего колеса.

Далее, на основании экспериментальных данных, полученных Е.А. Фоломеевым при исследовании динамических характеристик центробежных насосов, будем считать, что амплитуда пульсации давления на входе в рабочее колесо не зависит, в отличие от амплитуды радиальной компоненты колебательной скорости жидкости,

от окружной координаты. Тогда в выражениях (9), (10) можно положить

$$P_{k1} = P_1 = \text{const}. \tag{11}$$

Принимая обычное в акустике допущение о непрерывности пульсации давления на выходе межлопаточного канала рабочего колеса, а затем подставляя (9), (10) в (4), приходим, учитывая (11), к следующему линейному неоднородному уравнению относительно функции $v(r = d_1/2, x) = v_1(x)$:

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}\left(\frac{\omega}{c}\right)\right]v_1 = -i\frac{\sin\beta_1}{\rho_0 c}P_1\times$$

$$\times\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\left(1 + \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_1/c}\right)\operatorname{ctg}(\omega l/c) + \right.$$

$$\left.+\left(1 + \frac{1}{(\omega/c)^2 s_1 s_2} - \frac{l}{(\omega/c)^2 s_1 s_2}\operatorname{ctg}[\omega l/c]\right)\frac{b\sin\beta_2}{F}\left(\frac{\omega}{c}\right)\right]. \tag{12}$$

Подстановкой убеждаемся, что решением (12) является выражение

$$v_1(x) = C_1\exp\left[ix\sqrt{\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}\left(\frac{\omega}{c}\right)\right]}\right] +$$

$$+ C_2\exp\left[-ix\sqrt{\left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}\left(\frac{\omega}{c}\right)\right]}\right] - i\frac{\sin\beta_1}{\rho_0 c}P_1\times \tag{13}$$

$$\times\frac{\frac{\omega}{c}\left(1 + \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_1/c}\right)\operatorname{ctg}(\omega l/c) + \left(1 + \frac{1}{(\omega/c)^2 s_1 s_2} - \frac{l}{(\omega/c)^2 s_1 s_2}\operatorname{ctg}[\omega l/c]\right)\frac{b\sin\beta_2}{F}}{\left[\left(\frac{\omega}{c}\right) - \left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}\right]},$$

где C_1, C_2 – постоянные величины. Для анализа полученного решения (13) весь диапазон возможных частот колебаний источника давления, помещенного во входном сечении рабочего колеса, разобьем на два поддиапазона

$$\omega < c\left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F} \quad \text{и}$$

$$\omega > c\left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}.$$

Кроме того, отдельно рассмотрим случай, когда

$$\omega = c\left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}.$$

В рамках рассматриваемой здесь постановки задачи решение уравнения (12) должно быть, очевидно, периодическим по переменной x. Как видно из (13), для диапазона частот колебаний, определяемого неравенством

$$\omega < c\left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F},$$

условию периодичности по x может удовлетворить только такое решение уравнения (12), которое не зависит от окружной координаты x, т.е. является константой. В этом случае внутри насоса возбуждаются синфазные гармонические колебания с частотой ω.

При

$$\omega > c\left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}$$

гармонические колебания, создаваемые источником давления во входном сечении рабочего колеса, распространяются в кольцевом отводе в виде плоской звуковой волны с постоянной амплитудой.

Если частота колебаний источника давления во входном сечении рабочего колеса удовлетворяет условию

$$\omega = c\left(1 - \frac{\operatorname{tg}[\omega l/c]}{\omega s_2/c}\right)\frac{b\operatorname{ctg}(\omega l/c)\sin\beta_2}{F}, \tag{14}$$

то, как видно из (13), возбуждение звука внутри центробежного насоса имеет резонансный характер.

Очевидно, что для исключения резонансного возбуждения звука достаточно подобрать значения конструкционных параметров, входящих в

выражение (14), таким образом, чтобы при заданной частоте ω условие (14) не выполнялось.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kurosaka M., Caruthers J.E.* Coriolis resonance within a rotating duct // Amer. Inst. Aeronautics and Astronautics Journ. 1982. V. 20. № 8. P. 1148–1150.
2. *Хитрик В.Л.* О распространении звука во вращающемся межлопаточном канале турбомашины // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 1. С. 110–115.
3. *Webster A.G.* Acoustical impedance and the theory of horns and of the phonograph // Proc. Nat. Acad. Sci. 1919. V. 5. P. 275–282.

Acoustic Resonance in Turbine Centrifugal Pumps

V. L. Khitrik

The sound excitation inside a centrifugal pump by a source of pressure oscillations positioned in the inlet cross-section of the impeller is considered theoretically. The specific feature of the problem formulation is that the blade channels and the channel between the impeller and the pump casing (the open diffuser) are considered as a single acoustic system. It is shown that, in certain conditions, a resonance-type sound excitation may occur inside the centrifugal pump. An equation for the determination of the resonance frequencies is obtained.