АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2001, том 47, № 3, с. 389–392

УДК 534.88

О СИНТЕЗЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ АНТЕНН

© 2001 г. П. Н. Кравчун

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119899 Москва, Воробьевы горы
E-mail: kravchun@phys.msu.su

Поступила в редакцию 02.06.2000 г.

Рассматривается задача синтеза линейной дискретной решетки по заданной диаграмме направленности при единственном ограничении – количестве элементов. Задача позволяет использовать для ее решения наиболее эффективный из методов выпуклого программирования – метод Ньютона. Показано, что возможность варьирования координат элементов при синтезе антенны позволяет существенно повысить качество синтеза по сравнению со случаем антенн с фиксированной геометрией.

В настоящее время известно достаточно много различных подходов к задаче синтеза антенных решеток. Одним из наиболее распространенных является синтез по диаграмме направленности [1]. Однако практически все известные методы синтеза по диаграмме направленности (ДН) предполагают наличие существенных ограничений при решении задачи, чаще всего – неизменности координат элементов. Задача синтеза антенной решетки с достаточно малым числом элементов, обеспечивающей наилучшее воспроизведение заданной ДН, заставляет обратиться к таким методам синтеза, в которых варьируются все возможные параметры элементов: их координаты чувствительности и фазовые задержки в трактах обработки сигнала. Эта задача, несмотря на очевидность ее постановки, не нашла, на наш взгляд, должного отражения в литературе по синтезу акустических антенн. В немногочисленных работах, касающихся оптимизации дискретных антенн с неэквидистантными элементами, исследовались, как правило, лишь определенные типы антенн (см., например, [2], где рассматриваются широкополосные антенны с элементами, расстояния между которыми кратны некоторому заранее выбранному минимальному интервалу, а также [3], где обсуждается оптимальное размещение излучателей применительно к задаче гидроакустического позиционирования).

В данной работе рассматривается решение задачи синтеза линейной антенной решетки по заданной ДН при единственном ограничении, не являющемся принципиальным – фиксированном количестве элементов в антенне. Будем считать, что антенная решетка осуществляет пространственную обработку одной частотной компоненты акустического поля, состоит из $2N + 1$ ненаправленных элементов (излучателей или приемников) и обладает фазовым центром. В этом случае ее ДН $D_N(u, \mathbf{x})$ имеет вид

$$D_N(u, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} x_{i1} \cos(x_{i2} + 2\pi u x_{i3}), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}$ – вектор с компонентами: x_{i1} – чувствительность i-го элемента антенны в режиме приема или излучения, x_{i2} – фазовый сдвиг, вводимый в тракт обработки сигнала i-го элемента, x_{i3} – расстояние i-го элемента от фазового центра антенны, отнесенное к длине волны на рабочей частоте, $u = \sin\theta$ (θ – угол, отсчитываемый от направления, перпендикулярного оси антенны).

Пусть задана ДН $D_0(u)$, к которой необходимо приблизить диаграмму $D_N(u, \mathbf{x})$ синтезируемой антенны. Зная $D_0(u)$, задачу синтеза антенной решетки сформулируем следующим образом: для заданной целевой функции

$$C_N(\vec{\mathbf{x}}) = \int_{-\infty}^{+\infty} [D_N(u, \mathbf{x}) - D_0(u)]^2 du \quad (2)$$

найти вектор $\mathbf{x}_*$ такой, что

$$C_N(\mathbf{x}_*) = \min C_N(\mathbf{x}).$$

Таким образом, задача синтеза антенны, как и обычно, сводится к процедуре нахождения минимума целевой функции многих переменных. Следует отметить, что решение задачи минимизации рассматриваемой целевой функции в случае антенн с варьируемыми координатами элементов, в отличие от антенн с фиксированными координатами, может быть получено только численными методами.

Важным обстоятельством, определяющим выбор метода минимизации, является тот факт, что вектор первых производных C_N по $\mathbf{x}$ (градиент) и

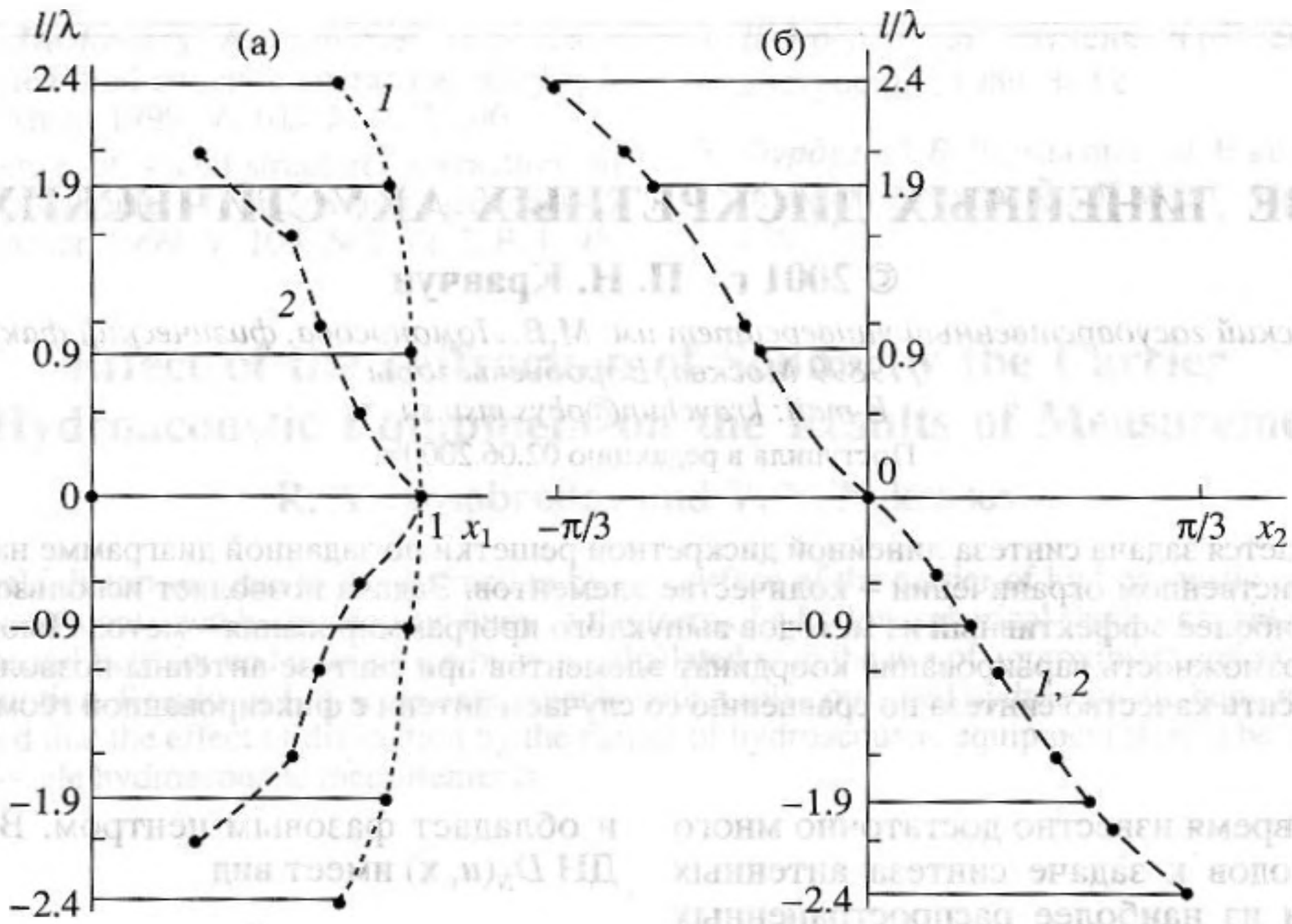

Рис. 1. Амплитудное (а) и фазовое (б) распределения чувствительности элементов вдоль базы синтезированных неэквидистантной (кривая *1*) и эквидистантной (кривая *2*) антенн (по оси ординат – нормированные расстояния элементов от фазового центра антенны).

матрица вторых производных (матрица Гессе, или гессиан) для данного типа целевой функции могут быть вычислены в аналитическом виде. Для минимизации функций, обладающих такими свойствами, оптимальным является метод Ньютона, характеризуемый наиболее высокими скоростью сходимости и устойчивостью в сравнении с другими известными численными методами минимизации [4]. Использование метода Ньютона при решении рассматриваемой задачи дает особые преимущества, так как функция $D_N(u, \mathbf{x})$ представляет собой сумму величин одинаковой структуры и, следовательно, градиент и матрица Гессе целевой функции обладают тем свойством, что структура их элементов, относящихся к одному приемнику (излучателю) антенны, повторяется и для всех других приемников (излучателей).

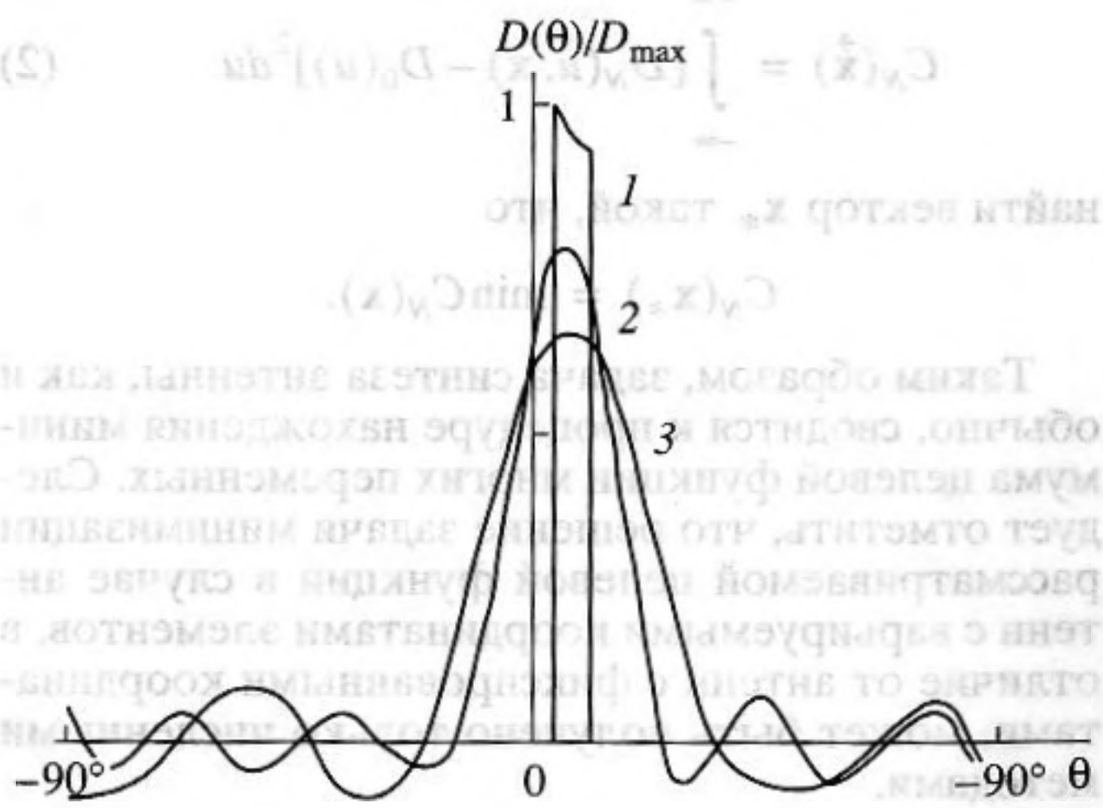

Рис. 2. Заданная косекансная ДН (кривая *1*) и диаграммы направленности синтезированных неэквидистантной (кривая *2*) и эквидистантной (кривая *3*) антенн.

Проиллюстрируем рассмотренный способ решения задачи на примере синтеза линейных антенн, ДН которых аппроксимирует одну из весьма распространенных на практике диаграмм – косекансную. На рис. 1 и 2 приведены результаты синтеза неэквидистантной антенны, состоящей из 7 элементов, по заданной косекансной ДН, отличной от нуля в интервале углов $\theta = 2°–6°$. Для сравнения на рис. 1 и 2 представлены также результаты синтеза и ДН антенны с фиксированным (эквидистантным) расположением того же числа элементов, при синтезе которой по той же заданной косекансной ДН варьировались лишь амплитуды и фазовые задержки для каждого из элементов (в этом случае задача синтеза антенны может быть решена методом Фурье [1]). Из приведенных результатов следует, что антенна с варьируемыми при синтезе координатами элементов существенно лучше аппроксимирует заданную диаграмму в сравнении с эквидистантной антенной, причем оптимальные расстояния элементов от фазового центра значительно отличаются от эквидистантного расположения.

Качество синтезированной неэквидистантной решетки в сравнении с эквидистантной наиболее

отчетливо иллюстрируется зависимостями среднеквадратичного отклонения (2) для обоих типов антенн от длины базы антенны и от числа элементов в антеннах. Указанные зависимости, нормированные на максимум ДН, приведены на рис. 3 и 4. Их сравнение показывает заметное преимущество систем из неэквидистантно расположенных элементов с точки зрения выигрыша в среднеквадратичном отклонении при одинаковом числе элементов в антенне. Что же касается вопроса о зависимости среднеквадратичного отклонения от длины раскрыва антенны, то при не слишком большом числе элементов в антенной решетке оба типа решеток обеспечивают практически одинаковые среднеквадратичные отклонения независимо от вида заданной ДН.

Весьма существенным качеством любой антенны является ее устойчивость по отношению к отклонениям параметров отдельных элементов от расчетных значений (параметрическая надежность). Отклонения эти являются чаще всего случайными по своей природе, они связаны с разбросом чувствительности элементов, фазовых задержек в тракте обработки и неточностью в размещении преобразователей вдоль базы антенны. Распределение отклонений указанных параметров будем считать нормальным и характеризовать стандартными отклонениями σ_a, σ_φ и σ_r соответственно.

Задача вычисления квадрата ДН антенны $D_{er}(u, \mathbf{x})$, усредненного при указанных выше предположениях, но без учета случайных отклонений координат элементов, была решена в [5], где получен результат:

$$M[D_{er}^2(u, \mathbf{x})] = D_N^2(u, \mathbf{x}) + \Delta^2 \sum_{i=1}^{N} x_{i1}^2,$$

где M означает усреднение по ансамблю диаграмм, Δ – коэффициент, определяемый дисперсией параметров элементов. Величина Δ вычислена в [5] в предположении о наличии только амплитудно-фазовых ошибок. В рассматриваемой задаче, когда присутствуют также и ошибки в размещении элементов, коэффициент Δ, как нетрудно показать, изменяется и становится равным:

$$\Delta = (\sigma_a^2 + \sigma_\varphi^2 + k^2 u^2 \sigma_r^2)^{1/2},$$

где k – волновое число. Легко убедиться, что последнее слагаемое в этой формуле на практике далеко не всегда мало по сравнению с двумя первыми.

Оценим также усредненную величину среднеквадратичного отклонения $C_{er}(\mathbf{x})$, определяемую соотношениями (1) и (2), при наличии случайных

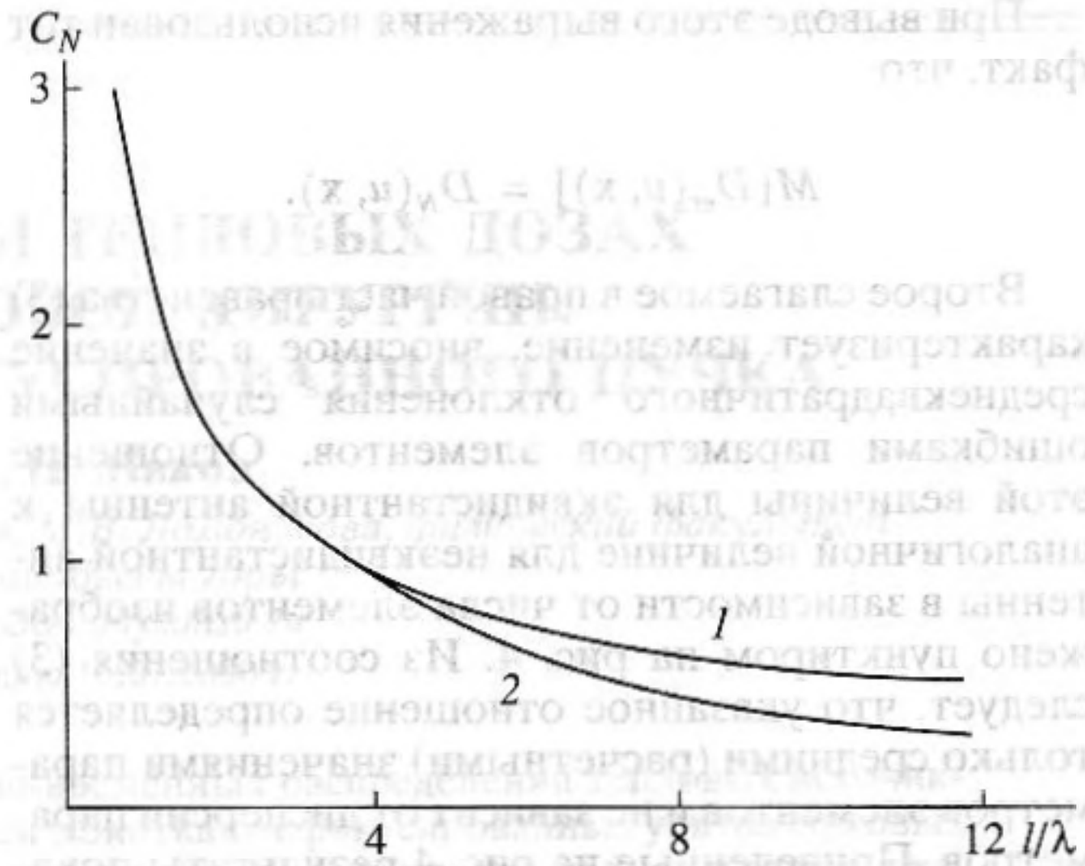

Рис. 3. Зависимость величины среднеквадратичного отклонения C_N от длины антенны для эквидистантной (кривая *1*) и неэквидистантной (кривая *2*) антенн. По оси ординат – длина базы антенны в длинах волн.

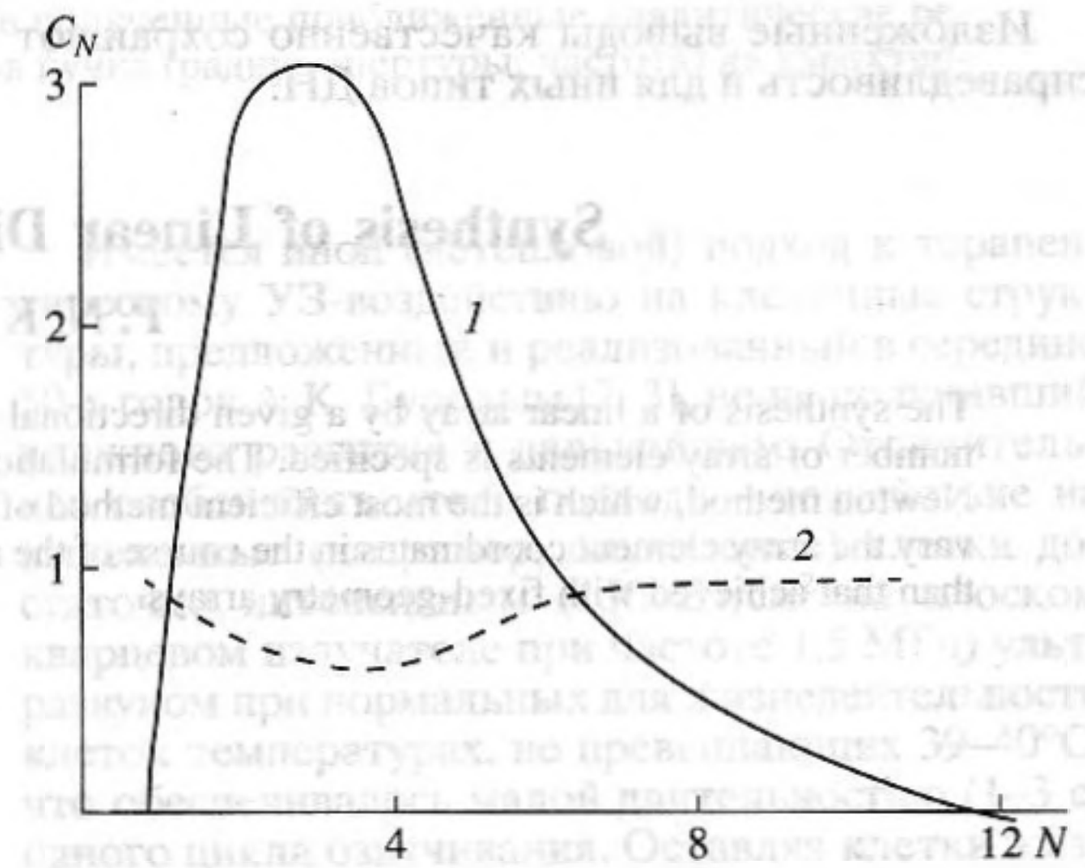

Рис. 4. Зависимости разности $C_N^{Э} - C_N^{НЭ}$ среднеквадратичных отклонений $C_N^{Э}$ для эквидистантных и $C_N^{НЭ}$ для неэквидистантных антенн (кривая *1*) и отношения изменения среднеквадратичного отклонения, обусловленного случайными отклонениями параметров элементов, для эквидистантной антенны к аналогичной величине для неэквидистантной антенны (кривая *2*) от числа приемников в антенне.

ошибок всех параметров элементов. Легко показать, раскрыв скобки в выражении (2), что

$$M[C_{er}(\mathbf{x})] = C_N(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{N} x_{i1}^2 \int_{-1}^{+1} \Delta^2 du. \quad (3)$$

При выводе этого выражения использован тот факт, что

$$M[D_{er}(u, \mathbf{x})] = D_N(u, \mathbf{x}).$$

Второе слагаемое в правой части равенства (3) характеризует изменение, вносимое в значение среднеквадратичного отклонения случайными ошибками параметров элементов. Отношение этой величины для эквидистантной антенны к аналогичной величине для неэквидистантной антенны в зависимости от числа элементов изображено пунктиром на рис. 4. Из соотношения (3) следует, что указанное отношение определяется только средними (расчетными) значениями параметров элементов и не зависит от дисперсии параметров. Приведенные на рис. 4 результаты показывают, что эквидистантная антенна при малом числе элементов является более устойчивой, чем неэквидистантная, однако с ростом числа элементов устойчивость обоих типов антенн становится практически одинаковой.

Изложенные выводы качественно сохраняют справедливость и для иных типов ДН.

Натурные эксперименты, проведенные на Ладожском озере, показали, что в пределах ошибки эксперимента основные выводы находят подтверждение на практике.

Автор выражает благодарность К.А. Пестову за помощь в выполнении расчетов и полезные обсуждения, а также считает своим долгом отметить вклад О.С. Тонаканова (1930–1995) в постановку исходной задачи и организацию натурных измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жуков В.Б.* Расчет гидроакустических антенн по диаграмме направленности. Л.: Судостроение, 1977.
2. *Ohga J.* A design for a directional sound source using an irregularly spaced array // J. Acoust. Soc. Japan. 1974. V. 30. № 5. P. 291–296.
3. *Dosso S.E., Sotirin B.J.* Optimal array element localization // J. Acoust. Soc. Amer. 1999. V. 106. № 6. P. 3445–3459.
4. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.
5. *Смарышев М.Д.* Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1973.

Synthesis of Linear Discrete Acoustic Arrays

P. N. Kravchun

The synthesis of a linear array by a given directional pattern is considered under the only constraint that the number of array elements is specified. The formulation of the problem allows solving it with the help of the Newton method, which is the most efficient method of convex programming. It is shown that the possibility to vary the array element coordinates in the course of the array synthesis provides a much higher synthesis quality than that achieved with fixed-geometry arrays.