АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2001, том 47, № 6, с. 789–792

УДК 534.231.1

ФАЗОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ И ПРОПУСКАНИИ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ ПЛОСКИМ СЛОЕМ

© 2001 г. **В. В. Ефимов, Д. И. Семенцов***

Ульяновский государственный технический университет
432027 Ульяновск, ул. Северный Венец 32
E-mail: evv@ulstu.ru
**Ульяновский государственный университет*
432700 Ульяновск, ул. Л. Толстого 42
E-mail: sdi@sdi.ulsu.ru

Поступила в редакцию 10.05.2000 г.

Установлено ранее не выявленное в акустике свойство: разность фаз отраженной и прошедшей звуковых волн для плоского слоя, граничащего с жидкими средами с одинаковыми упругими параметрами равна $\pi/2$ независимо от физических постоянных слоя и окружающих его сред, частоты звуковой волны.

Эффекты, имеющие место при распространении упругих волн в плоскослоистых структурах, всегда связаны с определенными фазовыми соотношениями на границах соответствующего слоя для волн, отраженных и прошедших сквозь этот слой. Так, фазовые соотношения играют важную роль в явлениях резонансного отражения от движущегося слоя звуковой волны [1], интерференции встречных волн в упругой диссипирующей среде [2–4], поглощения звука в слоистых системах [5, 6], в задачах о волноводном распространении упругих волн [7] и т.д. В настоящей работе исследуется свойство постоянства разности фаз прошедшей и отраженной от плоского слоя звуковых волн. В СВЧ-технике известен близкий по сути факт: коэффициенты прохождения и отражения на зажимах симметричного четырехполюсника без потерь имеют разность фаз, равную $\pm\pi/2$ [8]. Анализ выражений для коэффициентов прохождения и отражения электромагнитных волн в оптическом диапазоне подтвердил наличие указанного и связанных с ним важных фазовых соотношений [9]. В силу своей волновой природы, эти соотношения должны иметь место и в акустике. Однако в литературе их обсуждение отсутствует.

Пусть на плоский слой толщины d падает под некоторым углом плоская звуковая волна частоты ν. Среде, из которой падает волна, слою и среде, в которую проходит волна, присвоим номера 1, 2 и 3 соответственно. Все среды являются однородными жидкостями. Известно [10], что коэффициенты отражения r и пропускания t, связывающие амплитуды отраженной и прошедшей волн с амплитудой падающей волны в этом случае имеют вид:

$$r = \frac{(Z_2 - Z_1)(Z_2 + Z_3)\exp(-2i\varphi) + (Z_1 + Z_2)(Z_3 - Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3)\exp(-2i\varphi) + (Z_2 - Z_1)(Z_3 - Z_2)}, \quad (1)$$

$$t = \frac{4Z_2Z_3}{(Z_2 - Z_1)(Z_3 - Z_2)\exp(i\varphi) + (Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3)\exp(-i\varphi)}, \quad (2)$$

где импедансы плоской волны в средах $Z_j = \rho_j c_j/\cos\theta_j$ ($j = 1, 2, 3$), ρ_j и c_j – плотность соответствующей среды и скорость звуковой волны в ней, θ_j – углы, образуемые направлением распространения волны в каждой из сред с нормалью к границам слоя. Величина $\varphi = k_2 d\cos\theta_2$ имеет смысл набега фазы плоской волны при распространении через слой, где $k_2 = 2\pi\nu/c_2$ – волновое число в слое. Тогда изменения фазы волны при отражении от слоя δ_r и прохождении через него δ_t могут быть выражены как

$$\delta_r = \operatorname{arctg}\left[\frac{2Z_1Z_2(Z_3^2 - Z_2^2)\operatorname{ctg}\varphi}{(Z_2^4 - Z_1^2Z_3^2) + Z_2^2(Z_3^2 - Z_1^2)\operatorname{ctg}^2\varphi}\right], \quad (3)$$

$$\delta_t = \operatorname{arctg}\left[\frac{(Z_2^2 + Z_1Z_3)\operatorname{tg}\varphi}{Z_2(Z_1 + Z_3)}\right]. \quad (4)$$

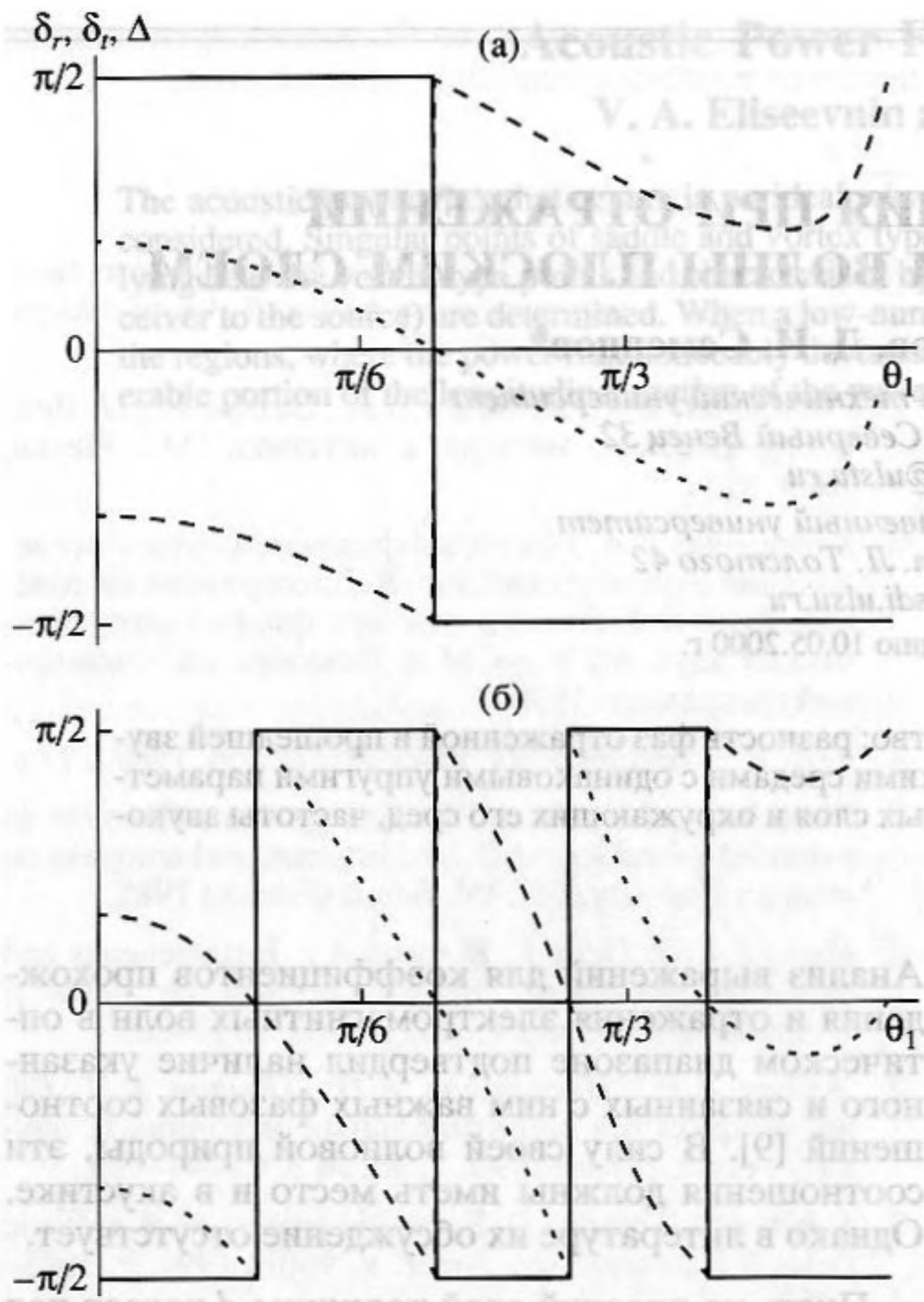

Рис. 1. Зависимости изменений фаз при отражении δ_r (мелкий пунктир), пропускании δ_t (крупный пунктир) и их разности Δ (сплошная линия) от угла падения звуковой волны на слой для двух значений толщины слоя $d = 10$ см (а) и 30 см (б); $c_1 = c_3 = 1482.7$ м/с, $\rho_1 = \rho_3 = 10^3$ кг/м^3, $c_2 = 1165$ м/с, $\rho_2 = 798.3$ кг/м^3, $\nu = 10$ кГц.

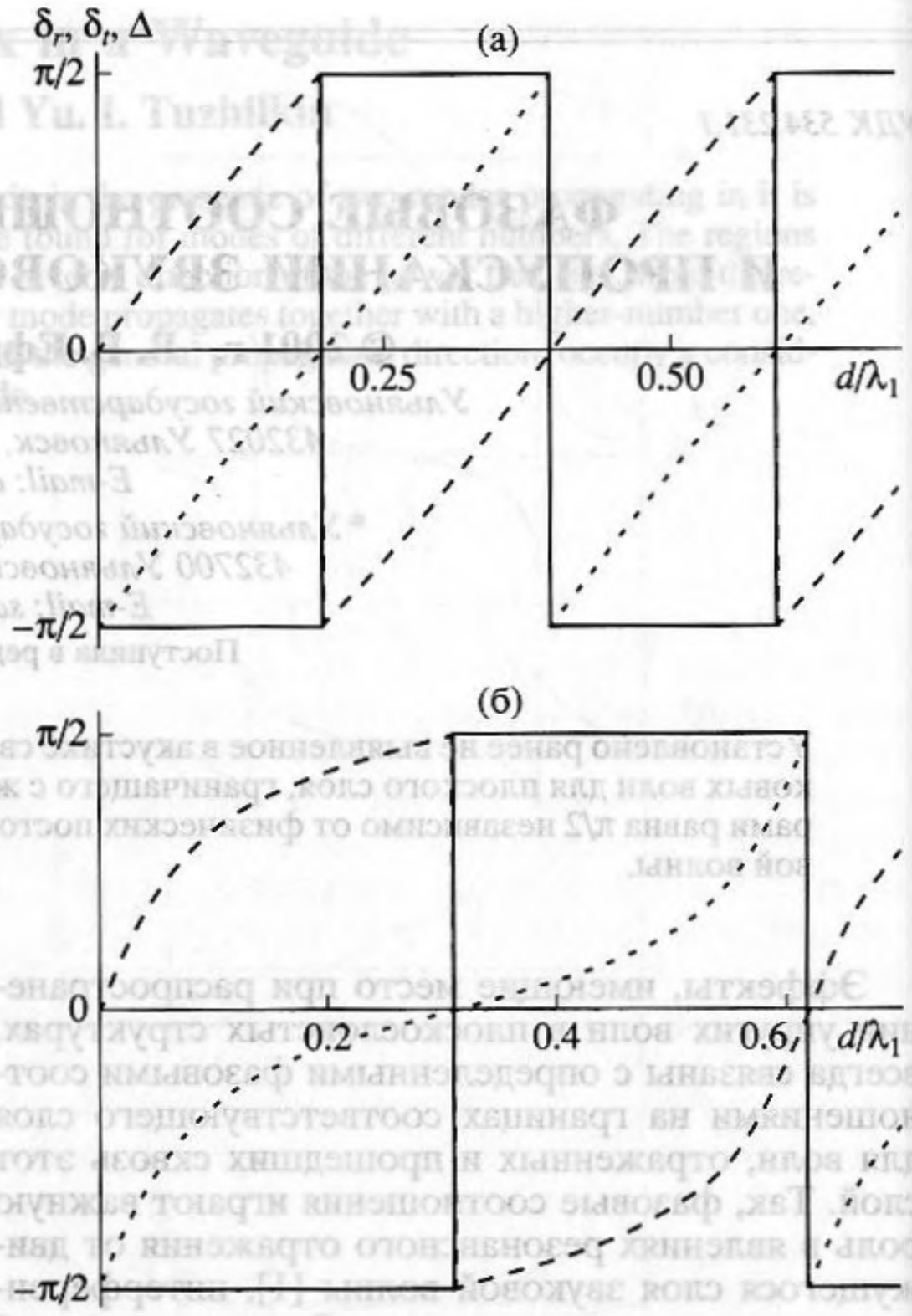

Рис. 2. Зависимости изменений фаз падающей на слой волны при отражении δ_r (мелкий пунктир), пропускании δ_t (крупный пунктир) и их разности Δ (сплошная линия) от относительной толщины слоя d/λ_1 для двух значений угла падения $\theta_1 = 10°$ (а) и 80° (б); $c_1 = c_3 = 1482.7$ м/с, $\rho_1 = \rho_3 = 10^3$ кг/м^3, $c_2 = 1165$ м/с, $\rho_2 = 798.3$ кг/м^3, $\nu = 10$ кГц.

Анализ выражений (3) и (4) показывает, что в случае "симметричного" слоя, когда импедансы крайних сред одинаковы ($Z_1 = Z_3$), набеги фаз при отражении и пропускании волны удовлетворяют простому соотношению:

$$\Delta = \delta_r - \delta_t = \pm\frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

Данное соотношение справедливо независимо от параметров слоя и окружающих его сред. В случае $Z_1 \neq Z_3$, либо при наличии в слое поглощения, выражение (5), определяющее своего рода фазовое согласование в процессах отражения и пропускания слоем упругой волны, перестает выполняться.

На рис. 1 и 2 представлены результаты численного анализа соотношений для набегов фаз звуковой волны при отражении δ_r (мелкий пунктир), прохождении δ_t (крупный пунктир) и их разности Δ (сплошная линия) для различных параметров данной слоистой структуры и угла падения волны.

На рис. 1 приведены зависимости указанных величин от угла падения θ_1 волны на слой для двух значений его толщины. В качестве расчетных были выбраны параметры слоя этилового спирта, находящегося в воде [11]: $c_1 = c_3 = 1482.7$ м/с, $\rho_1 = \rho_3 = 10^3$ кг/м^3, $c_2 = 1165$ м/с, $\rho_2 = 798.3$ кг/м^3. Из приведенных кривых видно, что соотношение (5) выполняется для всех углов θ_1. "Скачки" параметра Δ на величину π обусловлены соответствующим изменением аргумента амплитудных коэффициентов отражения или пропускания. Анализ показывает, что с увеличением толщины слоя число таких "скачков" на полном интервале углов падения ($0 \leq \theta_1 < \pi/2$) возрастает. В основном подобные изменения приходятся на середину интервала θ_1.

Зависимости набегов фаз δ_r, δ_t и величины Δ от относительной толщины слоя d/λ_1 для всех значений углов падения представлены на рис. 3. Здесь $\lambda_1 = c_1/\nu$ – длина падающей на слой волны. Видно, что параметр Δ принимает только значения $\pm\pi/2$ независимо от толщины слоя. Расчеты показывают, что с ростом угла падения указанные зависимости становятся все более нелинейными в интервалах толщины, где они монотонны.

Следует отметить, что представленные кривые носят периодический характер. Период η зависимостей $\delta_r(d/\lambda_1)$, $\delta_t(d/\lambda_1)$ и $\Delta(d/\lambda_1)$ увеличивается с ростом угла падения и уменьшением показателя преломления слоя $n = c_1/c_2$ относительно окружающих его сред, что отражено на рис. 3. В уменьшенном масштабе приведена зависимость периода η от угла падения θ_1 в условиях, когда $c_1 = c_2 = c_3$, а $\rho_1 = \rho_3 \neq \rho_2$. Анализ показывает, что указанные зависимости определяются лишь относительным показателем преломления слоя независимо от плотности всех трех сред и конкретных значений скорости звука в них.

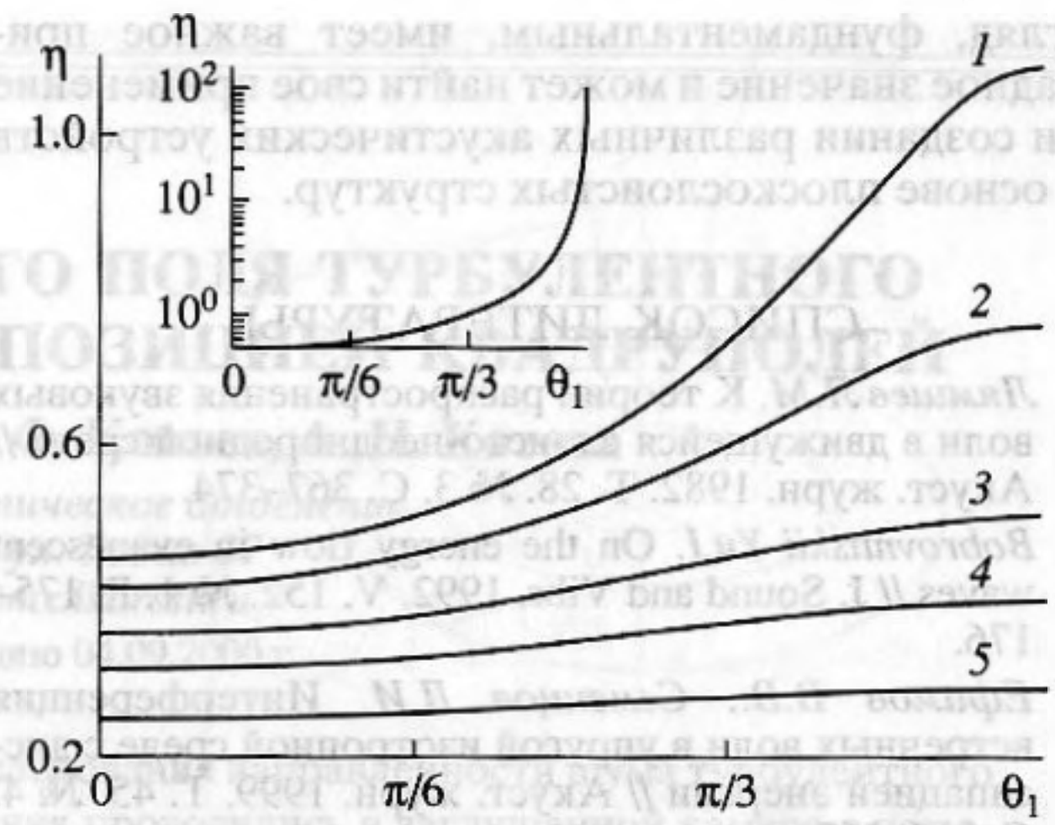

Рис. 3. Зависимости периода кривых $\delta_r(d/\lambda_1)$, $\delta_t(d/\lambda_1)$ и $\Delta(d/\lambda_1)$ от угла падения θ_1 волны для различных значений показателя преломления слоя: $n = 1.1$ (кривая *1*), 1.2 (*2*), 1.4 (*3*), 1.6 (*4*), 2.0 (*5*). Уменьшенный масштаб: $n = 1$, $\rho_1 = \rho_3 \neq \rho_2$.

На рис. 4 представлены зависимости числа скачков N параметра Δ на всем интервале углов падения от показателя преломления слоя n и относительной толщины слоя d/λ_1. Видно, что число таких скачков проявляет тенденцию к нелинейному их уменьшению с увеличением показателя преломления и к линейному росту с увеличением нормированной толщины слоя.

Важно отметить, что свойство постоянности разности фаз $\Delta = \delta_r - \delta_t$ выполняется и в случае прохождения звуковой волны через упругую пластинку, помещенную в жидкость. При этом амплитудные коэффициенты отражения r и пропускания t будут иметь вид:

$$r = \frac{M(Z_3 - Z_1) + i[(N^2 - M^2)Z_1 - Z_3]}{M(Z_1 + Z_3) + i[(N^2 - M^2)Z_1 + Z_3]}, \quad (6)$$

$$t = \frac{\rho_1}{\rho_3}\frac{2NZ_3}{M(Z_1 + Z_3) + i[(N^2 - M^2)Z_1 + Z_3]}, \quad (7)$$

где M и N – параметры, вещественные в отсутствии поглощения, определяемые импедансами сред, толщиной пластинки, направлением распространения в ней продольной и поперечной волн и их волновыми числами [10]. Когда граничащие с пластинкой жидкости описываются одинаковыми параметрами ($Z_1 = Z_3$), отношение r/t есть мнимое число, что равносильно выражению (5). Можно предположить, что отмеченным свойством будет обладать и более общий случай отражения и прохождения звуковой волны через произвольную, но симметричную относительно средней плоскости стопу упругих слоев без потерь.

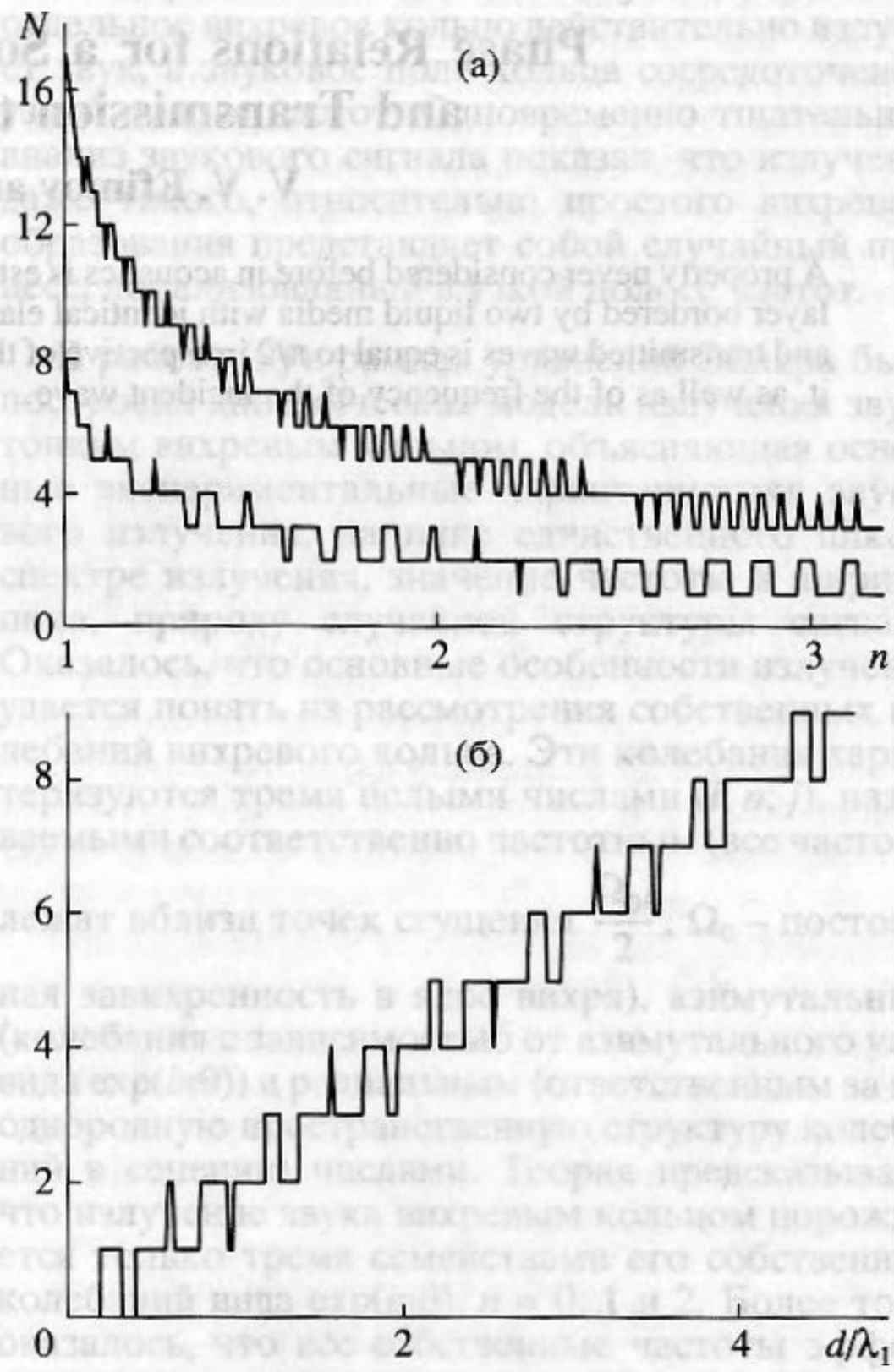

Рис. 4. Зависимости числа скачков N параметра Δ на всем интервале углов падения ($0 \leq \theta_1 < \pi/2$) волны с частотой $\nu = 10$ кГц от показателя преломления слоя n (а) для значений $d = 30$ см (кривая *1*) и 70 см (*2*) и от относительной толщины слоя (б). Расчетные данные: а – $c_1 = c_3 = 1482.7$ м/с, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$; б – $c_1 = c_3 = 1482.7$ м/с, $\rho_1 = \rho_3 = 10^3$ кг/м^3, $c_2 = 1165$ м/с, $\rho_2 = 798.3$ кг/м^3.

В заключение отметим, что указанное свойство постоянности разности фаз Δ, являясь, на наш

взгляд, фундаментальным, имеет важное прикладное значение и может найти свое применение при создании различных акустических устройств на основе плоскослоистых структур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лямшев Л.М.* К теории распространения звуковых волн в движущейся слоисто-неоднородной среде // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 3. С. 367–374.
2. *Bobrovnitskii Yu.I.* On the energy flow in evanescent waves // J. Sound and Vibr. 1992. V. 152. № 1. P. 175–176.
3. *Ефимов В.В., Семенцов Д.И.* Интерференция встречных волн в упругой изотропной среде с диссипацией энергии // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 4. С. 565–567.
4. *Hsia Shao-Yi, Yang Shiuh-Kuang.* Mechanical activity of a chiral slab sandwiched between achiral halfspaces // Jap. J. Appl. Phys. Pt. 1. 1999. V. 38. № 5A. P. 2863–2868.
5. *Тютекин В.В.* Модель плоской активной звукопоглощающей системы // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 238–243.
6. *Алибегов Т.М., Вовк А.Е.* Поглощение звука тонкими слоями // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 543–544.
7. *Khallaf N.S.A., Parnovski L., Vassiliev D.* Trapped modes in a waveguide with a long obstacle // J. Fluid Mech. 2000. V. 403. P. 251–261.
8. *Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т.* Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Т. 1. М.: Связь, 1971. 439 с.
9. *Афанасьев С.А., Ефимов В.В., Семенцов Д.И.* Интерференция встречных волн в тонком диэлектрическом слое // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 76. № 3. С. 475–478.
10. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
11. Физические величины: Справочник / Под ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

Phase Relations for a Sound Wave at Its Reflection and Transmission through a Plane Layer

V. V. Efimov and D. I. Sementsov

A property never considered before in acoustics is established: in the case of a sound wave incidence on a plane layer bordered by two liquid media with identical elastic properties, the phase difference between the reflected and transmitted waves is equal to $\pi/2$ irrespective of the physical constants of the layer and the media contacting it, as well as of the frequency of the incident wave.