АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2002, том 48, № 2, с. 281–284

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.883.67

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОРЕОЛА ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ АКУСТИЧЕСКОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ

© 2002 г. Д. Б. Островский

Центральный научно-исследовательский институт "Мофизприбор"
197376 Санкт-Петербург, Чкаловский пр. 46
E-mail: mfp@mail.wplus.net

Поступила в редакцию 14.05.2001 г.

Одним из достоинств параметрической излучающей антенны (ПИА) является низкий уровень ореола по сравнению с антеннами традиционного типа [1], что обеспечивает низкий уровень помехи по поверхностной и объемной реверберации, а также повышает скрытность излучения. Угловая зависимость давления на разностной частоте $P(\theta, \beta)$ может быть записана в виде:

$$P(\theta, \beta) = P_{f1}(\theta, \beta)P_{f2}(\theta, \beta)\Psi \qquad (1)$$

где (θ, β) – угловые координаты; $P_{f1,2}(\theta, \beta)$ – давления, развиваемые источником на парциальных частотах накачки f_1, f_2; Ψ – функция, не зависящая от углов (θ, β) и имеющая различный вид в зависимости от используемой модели ПИА [1–5].

Поскольку характеристика направленности определяет только угловые характеристики антенны, множитель ПИА [6], или ненормированная характеристика направленности, может быть записан в виде

$$R(\theta, \beta) = R_{f1}(\theta, \beta)R_{f2}(\theta, \beta), \qquad (2)$$

$R_{f1,2}(\theta, \beta)$ – парциальные характеристики направленности на частотах f_1, f_2.

Реальные источники обладают разбросом параметров элементов, поэтому $R_{f1}(\theta, \beta)$, $R_{f2}(\theta, \beta)$ и, следовательно, $R(\theta, \beta)$ являются случайными величинами, причем статистические характеристики $R(\theta, \beta)$ определяются статистическими характеристиками $R_{f1}(\theta, \beta)$, $R_{f2}(\theta, \beta)$. В единственной известной работе по статистическим характеристикам ПИА [7] исследуется только давление на разностной частоте в максимуме характеристики направленности в зависимости от разброса парциальных частот накачки, поэтому представляет интерес исследовать статистику ореола ПИА.

Рассмотрим статистические характеристики случайной характеристики направленности ПИА в общем случае, как это принято в статистической теории антенн [6, 8], т.е. при разбросе возбуждения по амплитуде и фазе, ошибках установки элементов и их отказах. Нормировку функции (2) будем осуществлять к ее математическому ожиданию, тогда модуль нормированной величины равен

$$|R(\theta, \beta)| = A|R_{f1}(\theta, \beta)R_{f2}(\theta, \beta)|, \qquad (3)$$

где

$$1/A = \overline{|R_{f1}(\theta, \beta)|}\,\overline{|R_{f2}(q, \beta)|}. \qquad (4)$$

Обозначим для упрощения записи $|R_{fi}(\theta, \beta)| = R_i$, $i = 1, 2$.

При формировании сигнала накачки различают двухканальный и одноканальный режимы возбуждения [1]. В первом из них источник разделяется на две одинаковые, но статистически независимые вложенные подрешетки. При одноканальном возбуждении сигнал биений частот накачки подается на каждый элемент источника.

Рассмотрим вначале двухканальный способ возбуждения. Учитывая, что подрешетки, составляющие источник накачки ПИА, статистически независимы, математическое ожидание и дисперсия характеристики направленности (ХН) на разностной частоте выражается через математические ожидания и дисперсии парциальных ХН:

$$\overline{R} = \overline{R_1}\,\overline{R_2}, \quad D_R = D_{R1}D_{R2} + \overline{R_1}^2 D_{R2} + \overline{R_2}^2 D_{R1}.$$

Каждая из функций R_1, R_2, как показано в [8], имеет распределение Райса:

$$f(R_i) = \frac{R_i}{\sigma_i^2}\exp\left(-\frac{R_i^2 + Q_i^2}{2\sigma_i^2}\right)I_0\left(\frac{R_iQ_i}{\sigma_i^2}\right), \qquad (5)$$

Q_i и σ_i $(i = 1, 2)$ – параметры распределения.

В случае антенны традиционного типа, которой является источник, при отношении $Q/\sigma > 3$–4 распределение Райса (5) переходит в распределе-

ние Гаусса, а при $Q/\sigma < 0.5$ – в распределение Релея [9]

$$f(R) = \frac{R}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

соответственно с математическим ожиданием и дисперсией

$$M[R] = \sigma\sqrt{\pi/2}, \quad D[R] = \sigma^2(2-\pi/2). \quad (7)$$

Учитывая, что интерес представляет достаточно низкий уровень ореола, полагаем, что модуль характеристики направленности имеет распределение (6). В этом случае парциальные характеристики направленности независимы и распределение модуля нормированной характеристики на разностной частоте определяется из двухмерного распределения Релея.

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sigma_1^2\sigma_2^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1\sigma_2}\right), \quad (8)$$

где $\sigma_{1,2}$ – параметры распределения, соответствующие случайным величинам X, Y, т.е. R_1 и R_2.

Выразим параметр σ через статистические характеристики флуктуаций параметров элементов антенны. Множитель антенны $R(\theta, \beta)$:

$$R(\theta, \beta) = \sum_{m=1}^{N_0} A_{m0}\Delta_m\exp[i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0)\mathbf{r}_{m0}], \quad (9)$$

где A_{m0} – номинальный коэффициент возбуждения **m**-ого элемента; N_0 – номинальное количество элементов; **k** – волновой вектор; $\mathbf{r}_{\mathbf{m}0}$ – вектор номинального положения элемента в антенне.

Комплексный коэффициент разброса параметров m-ого элемента Δ_m, обобщая данные, представленные в [6, 8, 10], представим в виде

$$\Delta_m = a_m(1+\delta_m)\exp(i\varphi_m)\exp[i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0)\delta\mathbf{r}_\mathbf{m}], \quad (10)$$

где a_m – параметр отказов, принимающий с вероятностью p значение 1, если элемент работоспособен, и значение $1-p$ при отказе; δ_m – относительная амплитудная ошибка; φ_m – фазовая ошибка; $\delta\mathbf{r}_\mathbf{m}$ – флуктуация положения элемента.

Будем для определенности предполагать, что флуктуации имеют следующие свойства:

– элементы и различные типы флуктуаций статистически независимы;

– флуктуации равномерно распределены по раскрыву антенны;

– элементы статистически неразличимы;

– фазовые ошибки, ошибки установки имеют распределение Гаусса с нулевым математическим ожиданием, среднеквадратические отклонения ошибок: σ_Δ – амплитудные, σ_φ – фазовые, σ_d – ошибки установки.

При учете этих предположений, как следует из [8], параметр σ распределения (6) имеет вид

$$\sigma_i^2 = \frac{1+\sigma_\Delta^2 - p\exp(-\sigma_\varphi^2 - k_i^2\sigma_d^2)}{2p\exp(-\sigma_\varphi^2 - k^2\sigma_d^2)} \times \\ \times R_э^2(\theta, \beta, f_i)\sum_{m=1}^{M} A_{m0}^2 \Big/ \left(\sum_{m=1}^{M} A_{m0}\right)^2, \quad (11)$$

где $R_э$ – характеристика направленности элемента (в случае плоской антенны, при полной компенсации [6]), M – количество элементов, в случае двухканального режима $M = N_0/2$, N_0 – номинальное количество элементов источника; $k_i = 2\pi f_i/c$.

Из вида (11) следует, что зависимыми от частоты f_i являются ХН элемента $R_э$ и волновое число k. Учитывая, что обычно выполняется условие $f_i/F \approx 10$ (F – разностная частота) и, следовательно, $f_1 \approx f_2 \approx f_0 = (f_1 + f_2)/2$, можно принять, что $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma(f_0)$. В распределении (8) заменим $\sigma_{1,2}$ на σ и получим плотность распределения ХН ПИА, как произведения независимых случайных величин, в виде [11]

$$f(R) = RK_0(R/\sigma^2)/\sigma^4, \quad (12)$$

где $K_0(z)$ – функция Макдональда; математическое ожидание и дисперсия равны

$$M[R] = \pi\sigma^2/2, \quad D[R] = \sigma^4(4-\pi^2/4). \quad (13)$$

На рисунке (а) представлены гистограмма и аппроксимирующее ее распределение (12). Моделирование производилось для антенны со средней частотой накачки $f_0 = 50$ кГц, разностная частота $F = 5$ кГц, общее число элементов $N_0 = 18 \times 18$, уровни парциальных характеристик направленности составляли 0.0266 и 0.0264. Значения числовых характеристик флуктуаций: $p = 0.9$; $\sigma_\Delta = 0.7$; $\sigma_\varphi = 0.3$; $\sigma_d = 2$ мм, количество реализаций $n = 1000$. Сплошная кривая соответствует параметру распределения σ, полученному по результатам моделирования из формул (13), а в пунктирной кривой параметр σ вычислялся по формуле (11). Обе кривые практически совпадают и статистически достоверно аппроксимируют распределение случайной ХН параметрического излучателя при двухканальном способе возбуждения.

Рассмотрим режим одноканального излучения. Из выражений для моделей параметрического излучателя следует, что при одноканальном способе возбуждения давления P_{f1}, P_{f2} создаются

полным раскрывом антенны. Соответственно, в формировании парциальных ХН R_1, R_2 участвуют все элементы источника. ХН ПИА вычисляется по формуле (3), но в этом случае парциальные характеристики R_1, R_2 не являются независимыми.

Каждая их парциальных характеристик представляет собой случайный процесс по частоте, в общем случае нестационарный. В то же время в теории параметрического излучателя [4, 5] при $f/F \gg 1$ произведение давлений на частотах f_1, f_2 в формуле (1) заменяется на квадрат давления на частоте f_0: $P_{f1}P_{f2} \cong P_{f0}^2$. Тогда ХН ПИА (3) трансформируется в выражение

$$|R(\theta, \beta)| = A|R_{f0}(\theta, \beta)|^2, \quad 1/A = \overline{|R_{f0}(\theta, \beta)|}^2$$

и представляет собой квадрат характеристики направленности источника на частоте f_0.

Исходная характеристика источника имеет распределение Райса (5). Квадрат такой случайной величины, т.е. характеристики направленности параметрической антенны, будет иметь распределение

$$f(R) = \frac{1}{2\sigma^2}\exp\left(-\frac{R+Q^2}{2\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{\sqrt{R}Q}{\sigma^2}\right), \qquad (14)$$

при этом параметр $Q = |R_0(f_0)|$ – номинальная характеристика источника, параметр σ определяется по формуле (11) при $M = N_0$.

Если $Q/\sigma > 3$, ХН ПИА распределена как квадрат гауссовой случайной величины

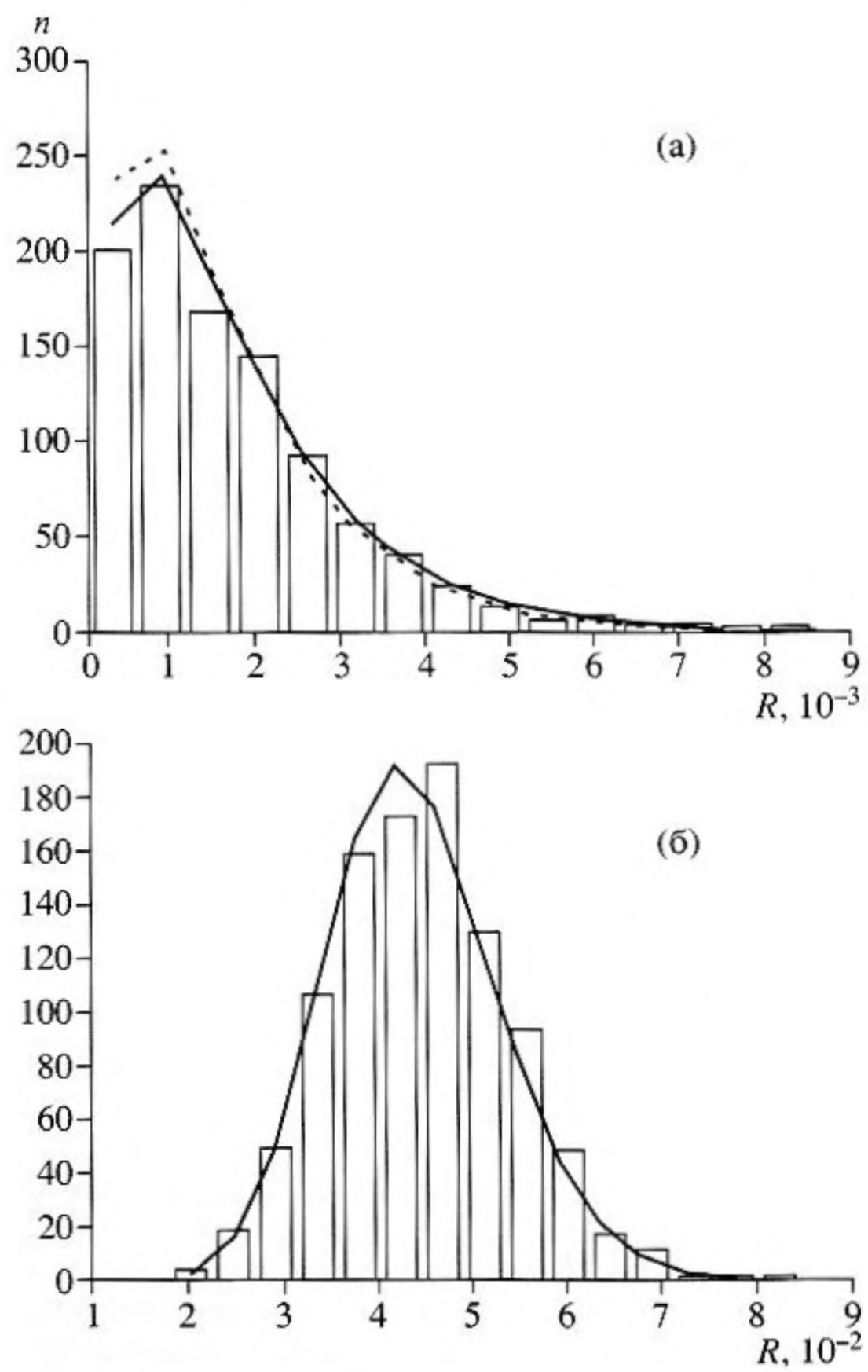
$$f(R) = \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi R}}\exp\left[-\frac{(\sqrt{R}-Q)^2}{2\sigma^2}\right].$$

При $Q/\sigma < 0.5$ ХН ПИА при одноканальном режиме возбуждения имеет распределение

$$f(R) = \frac{1}{2\sigma^2}\exp\left(-\frac{R}{2\sigma^2}\right).$$

Результаты моделирования, представленные на рисунке (б) выполнялись для той же антенны-источника, что и в двухканальном режиме. В данном случае выбрано направление, при котором отношение $Q/\sigma \approx 1$, поэтому аппроксимирующая кривая построена по формуле (14).

Сопоставим устойчивость к флуктуациям статистических характеристик параметрического излучателя при различных режимах возбуждения и антенны традиционного типа (линейно-акустической) при одинаковых номинальном количестве элементов N_0 и величинах флуктуаций σ_Δ, σ_φ, σ_d, p. Сопоставление произведем для малых уровней характеристики направленности, когда выполняется условие $Q/\sigma < 0.5$. В таблице представлены



Гистограммы распределений и аппроксимирующие функции: а – двухканальный метод; б – одноканальный метод.

формулы для математического ожидания и дисперсии, позволяющие выполнить анализ, а также отношения статистических характеристик ПИА к аналогичным характеристикам линейной антенны. В таблице обозначено: ζ_M – отношение математического ожидания ХН ПИА при двухканальном (одноканальном) режиме возбуждения к математическому ожиданию ХН линейной антенны; ζ_D – отношение дисперсий. В качестве параметра σ взят параметр линейной антенны, что учтено в соответствующих формулах для двухканального режима. В нижней строке сравниваются оба режима возбуждения параметрического излучателя, условно обозначенные $X(2)$ и $X(1)$.

Параметр σ имеет порядок $1/N_0$, поэтому и по математическому ожиданию, и по дисперсии ореол ХН ПИА более устойчив к случайным флуктуациям, т.е. имеет меньший средний уровень и меньший разброс значений. Одноканальный ре-

Таблица

Режим	Математическое ожидание		Дисперсия	
	Формула	ζ_M	Формула	ζ_D
Линейный	$\sigma\sqrt{\pi/2}$	1	$\sigma^2(2-\pi/2)$	1
Двухканальный	$\pi\sigma^2$	$\sigma\sqrt{2\pi}$	$4\sigma^4(4-\pi^2/4)$	$2\sigma^2(4+\pi)$
Одноканальный	$2\sigma^2$	$2\sigma\sqrt{2\pi}$	$4\sigma^4$	$8\sigma^2/(4-\pi)$
$X(2)/X(1)$	–	$\pi/2 > 1$	–	$4-\pi^2/4 > 1$

жим возбуждения несколько более устойчив к флуктуациям параметров элементов, чем двухканальный.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков Б.К., Тимошенко В.И.* Параметрические антенны в гидролокации. Л.: Судостроение, 1989. 256 с.
2. *Tjøtta J.N., Tjøtta S., Vefring E.H.* Propagation and interaction of the collinear finite amplitude sound beams // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 88. № 6. P. 2859–2870.
3. *Железный В.Б.* Параметрическое взаимодействие на сферических и цилиндрических волнах // Прикладная акустика (Таганрог). 1985. Вып. 11. С. 23–26.
4. *Moffett M.B., Mellen R.H.* Model for parametric acoustic sources // J. Acoust. Soc. Amer. 1977. V. 61. № 2. P. 325–337.
5. *Rolleigh R.L.* Difference frequency pressure within the interaction region of a parametric array // J. Acoust. Soc. Amer. 1975. V. 58. № 5. P. 964–971.
6. *Смарышев М.Д., Добровольский Ю.Ю.* Гидроакустические антенны. Л.: Судостроение, 1984. 300 с.
7. *Зуев В.Н., Калягин Н.И.* О статистике амплитуды звукового давления волны разностной частоты на оси параметрической антенны // Прикладная акустика (Таганрог). 1983. Вып. 9. с. 47–49.
8. *Жуков В.Б., Островский Д.Б.* Параметрическая надежность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1980. 192 с.
9. *Beckmann P.* Statistical distribution of the amplitude and phase of a multiply scattered field // J. of Research of the Nat. Bureau of Standards. 1962. V. 66D. № 3. P. 231–240.
10. *Хрусталев В.М.* Оценка влияния отказов антенн и усилительных каналов на уровень выходного сигнала аддитивной антенны-решетки // Труды Таганрогского радиотехнического института. 1971. Вып. 22. С. 107–113.
11. *Островский Д.Б.* Статистические характеристики бокового поля параметрической излучающей антенны // Судостроительная промышленность. Сер. Общетехническая. 1992. Вып. 37. С. 49–53.

Statistical Properties of the Sidelobe Level of an Acoustic Parametric Antenna

D. B. Ostrovskii

Morfizpribor Central Research Institute, Chkalovskii pr. 46, St. Petersburg, 197376 Russia

e-mail: mfp@mail.wplus.net

The effect of random amplitude–phase excitation errors, element setting errors, and element failures on the sidelobe level of the pattern of a parametric radiator is considered. The sidelobe level distribution functions and their parameters for the two-channel and one-channel source excitation modes are found. The parametric antenna is shown to be more stable to fluctuations in parameters of the elements than a traditional antenna.