АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2003, том 49, № 1, с. 100–103

УДК 534.222

О ГЕНЕРАЦИИ ЗВУКА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

© 2003 г. К. А. Наугольных[1, 2], С. А. Рыбак[2]

[1]Колорадский университет /Зелтех

[2]Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail: rybak@akin.ru

Поступила в редакцию 5.09.2002 г.

Две встречные гравитационно-капиллярные волны одинаковой частоты, образуя стоячую волну на поверхности океана, порождают в нелинейном приближении звуковую волну удвоенной частоты и амплитуды, пропорциональной квадрату возвышения поверхностной волны [1]. Этот эффект, обусловленный нелинейным взаимодействием встречных поверхностных волн, может вызывать излучение звуковой волны в океан и атмосферу [2]. Встречные волны могут возникать в процессе различных взаимодействий океана и атмосферы, в частности, при блокировке капиллярных волн на склоне гравитационной волны.

Л.М. Лямшев внес вклад в исследование акусто-гидродинамических явлений, интересуясь проблемами эоловых тонов, шумов турбулентных потоков и эффектами нелинейной генерации звука. Последнему вопросу и посвящена данная работа. Стоячая поверхностная волна в океане в нелинейном приближении сопровождается появлением незатухающей звуковой волны удвоенной частоты и амплитуды, пропорциональной квадрату амплитуды возвышения поверхностной волны [1]. Этот эффект, обусловленный нелинейным взаимодействием гравитационно-капиллярных волн, приводит к генерации звуковой волны, уходящей вверх, в атмосферу, и вниз, в глубь океана [2].

Взаимодействие поверхностных волн со звуковой естественно описать в терминах трехволнового взаимодействия [3]. Рассмотрим взаимодействие поверхностных волн и звука, удовлетворяющих условиям синхронизма:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega, \tag{1}$$

$$k_1 + k_2 = q_\rho, \tag{2}$$

здесь ω_i, k_i – частоты и волновые числа встречных гравитационно-капиллярных волн, а ω и q_ρ –частота и горизонтальная компонента волнового числа звука. Течение жидкости, вызванное поверхностными волнами, можно считать потенциальным

$$\Delta\varphi = 0, \tag{3}$$

здесь φ – потенциал скорости. Граничные условия на свободной поверхности жидкости выражают равенство вертикальной компоненты скорости производной от потенциала скорости по вертикальной координате z (кинематическое граничное условие)

$$\frac{\partial\varsigma}{\partial t} + \frac{\partial\varsigma}{\partial x_i}\frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{4}$$

и баланс давлений на свободной поверхности жидкости (динамическое граничное условие)

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 - gz + \gamma\Delta\varsigma = 0. \tag{5}$$

Здесь ς – возвышение поверхности жидкости, $\gamma = \alpha/\rho$, α – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность жидкости. В рассматриваемой задаче основная нелинейность задачи обусловлена граничными условиями, поэтому распространение звука может быть описано линейным волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - c^2\Delta\varphi = 0, \tag{6}$$

здесь c – скорость звука.

Действительно, нелинейные члены в уравнении для звука малы по сравнению с нелинейными членами гидродинамических уравнений в меру отношения скорости распространения поверхностных волн к скорости звука [3].

Пусть вертикальная координата z растет по направлению вверх, а плоскость $z = 0$ совпадает со свободной поверхностью жидкости. Тогда гравитационно-капиллярные волны, бегущие вдоль оси x, могут быть представлены в виде:

$$\varphi_{gi} = \varphi_i e^{ik_{ix}x - k_{iz}z - i\omega_i t}, \quad i = 1, 2. \tag{7}$$

Звуковую волну считаем бегущей вертикально вниз;

$$\varphi_s = \varphi_0 e^{iq_z z - i\omega t}, \quad q_z = \omega/c. \tag{8}$$

Рассмотрим взаимодействие встречных поверхностных волн ($k_1 + k_2 = 0$) и звуковой волны, распространяющейся вертикально вниз ($q_\rho = 0$) (рис. 1), удовлетворяющих условию синхронизма (1). Следуя [3], в приближении медленно меняющихся амплитуд, после подстановки выражений (6), (7) в уравнения (3), (4), и удерживая лишь квадратичные члены, получим:

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = -i2q_z k\varphi_0\varphi_2^+, \tag{9}$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial t} = -i2q_z k\varphi_0\varphi_1^+, \tag{10}$$

$$\varphi_0 = i4(k^2/\omega)\varphi_1\varphi_2. \tag{11}$$

Учет более высоких приближений, как было показано в [4], несущественен.

Принимая во внимание, что потенциал скорости поверхностной волны связан со смещением поверхности соотношением $\varphi_i = (\omega/k)\varsigma_i$, получим выражение для амплитуды звуковой волны, излучаемой при взаимодействии встречных поверхностных волн амплитуды ς_a

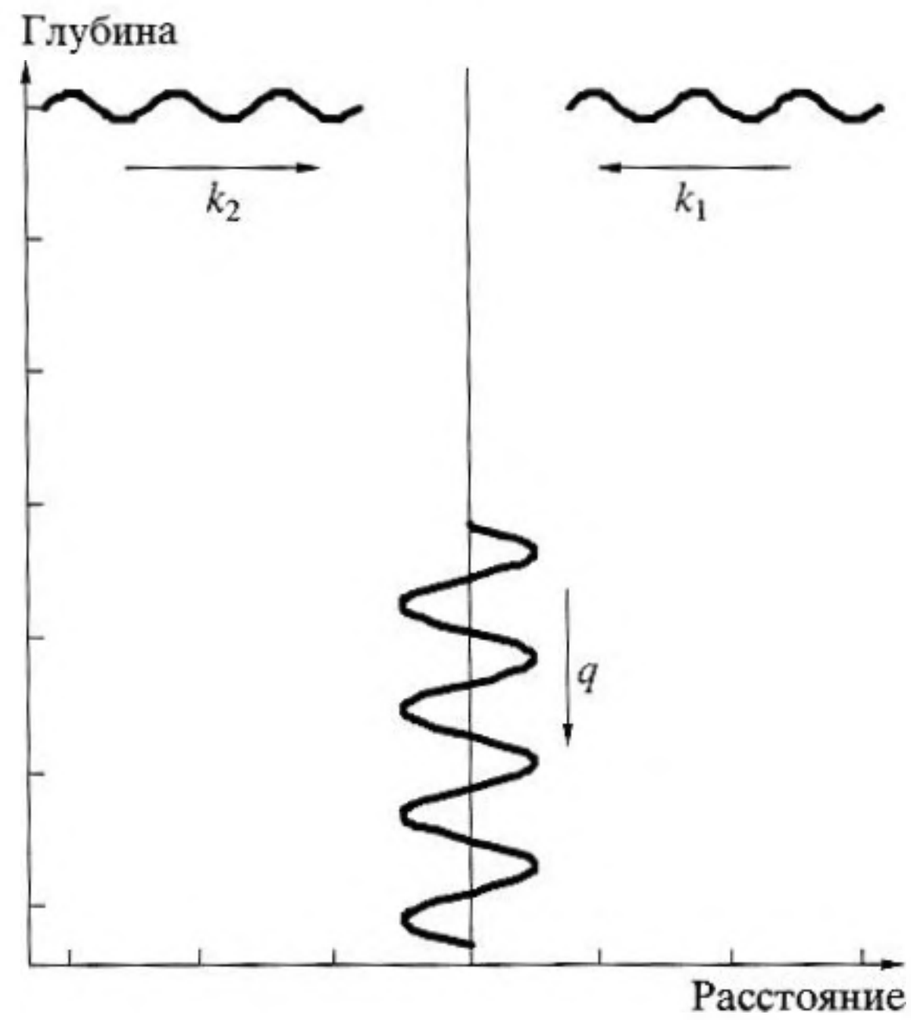
$$\left\|\frac{p_s}{p_g}\right\| = \left\|\frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right\| = 4k\varsigma_a, \tag{12}$$

т.е. отношение амплитуд давления в звуковой волне и поверхностной волне пропорционально наклону поверхностной волны. Избыточное давление, вызванное возвышением поверхности на величину ς, $p_g = \rho g\varsigma$, где g – гравитационное ускорение. Поэтому, при $\varsigma_a = 10^{-2}$ см и $4k\varsigma_a = 0.1$ $p_s \sim 10^{-1}$ Па. Заметим, что эта величина соответствует экспериментально наблюдаемому уровню шума океана в диапазоне 10 Гц [5]. Возбуждение звука широкополосным полем поверхностных волн определяется соотношением, полученным Бреховских [2]:

$$P^2(\omega) = \frac{\pi\rho^2}{4c^2}\omega^2(5\omega^2 - kg)^2\Phi^2(\omega)\left(k\frac{dk}{d\omega}\right)^{-1}. \tag{13}$$

Здесь $P(\omega)$ – спектральная плотность давления звуковой волны, ρ – плотность жидкости, $\Phi(\omega)$ – одномерная спектральная плотность поверхностного волнения. Для проведения численной оценки воспользуемся эмпирическим пространственным спектром поверхностного воления, предложенным Тобой [6]:

$$S(k) = Bk^{-9/2}u_*, \tag{14}$$



Встречные гравитационно-капиллярные волны с волновыми векторами k_1 и k_2 порождают звуковую волну с волновым вектором q.

где $B = 0.03/T^{0.5}$, $u_* = 0.04U^W$, U^W – скорость ветра. Соответствующий частотный спектр имеет вид

$$\Phi(\omega) = \frac{00.9}{\omega^{8/3}}u_*\gamma^{4/3}. \tag{15}$$

Отсюда, например, следует, что на частоте 10 Гц величина спектральной плотности $\Phi(\omega)$ составляет 10^{-2} см^2/с, поэтому спектральная плотность звукового поля, порожденного поверхностным волнением, в десятигерцовой области частот составляет $P(\omega) = 10^{-2}$ Па/(Гц)$^{1/2}$, амплитуда давления в десятигерцовой полосе равна $p_s = 10^{-1}$ Па, в согласии с экспериментальными данными о внутренних шумах моря при умеренных ветрах.

Возникает, однако, вопрос об условиях возникновения встречных поверхностных волн. Понятно, что встречные волны возникают при локализованных возмущениях границы раздела океан–атмосфера, таких, как циклоны. Возмущения морской поверхности, вызванные циклоном, движущимся над поверхностью моря, взаимодействуют с ветровым волнением, что может привести к формированию стоячих волн. Длинноволновые стоячие волны генерируют инфразвук в атмосфере и микросейсмы – в океанском дне, распространяющиеся на глобальные расстояния. В частности, в работе [7] приведены данные об инфразвуковых возмущениях, порожденных тихоокеанскими циклонами, зарегистрированных Бадарской обсерваторией вблизи Иркутска, и о соответствующих микросейсмах, принятых на Петропавловск-Камчатской сейсмической станции.

Вообще говоря, анализ радарных пространственнх спектров указывает на сложную структуру морской поверхности, и, в частности, на присутствие волн, распространяющихся против основного ветрового волнения [8]. Возбуждение гравитационных волн волн, бегущих навстречу ветру, наблюдалось при рассеянии сигналов высокочастотных радаров. Предположено, что этот эффект может быть объяснен нелинейным взаимодействием гравитационных волн, описанным в терминах радиационного потока [9] или четырехволнового взаимодействия [10]. В противовес этому, для капиллярных волн возможен механизм возникновения встречных волн, связанный с эффектом блокировки. Неоднородное течение, вызванное орбитальным потоком жидкости в гравитационной волне, влияет на распространение капиллярной ряби на склоне гравитационной волны, приводя к ее модуляции и блокировке. Капиллярная волна не может пересечь зону, где ее групповая скорость сравнивается с фазовой скоростью несущей гравитационной волны (с учетом орбитальной скорости). Возникает каустика, характеризующаяся возникновением встречной капиллярной волны. Математически этот эффект можно пояснить рассмотренной Лэмбом [11] задачей о возмущениях, вызванных воздействием давления на поверхность однородного потока жидкости, движущегося со скоростью U. Воздействие давления, заданного функцией $P\delta(x)$, вызывает возмущения поверхности потока, распространяюшиеся в виде волн – короткой, против потока, и длинной, – по потоку.

$$\varsigma(x) = \frac{-2P}{\Delta^{1/2}}\begin{Bmatrix} \sin k_1 x, & x \le 0 \\ \sin k_2 x, & x \ge 0 \end{Bmatrix}$$
$$\Delta = U^4 - 4g\gamma, \tag{16}$$
$$k_1, k_2 = \frac{1}{2\gamma}(U^2 \pm (U^4 - 4g\gamma)^{1/2})$$

Различаются два случая, соответствующие условиям $\Delta \le 0$, $\Delta \ge 0$ [11], условно называемые как "резонансный" и "нерезонансный" соответственно. В резонансном случае значение волнового числа действительно, и существует распространяющаяся волна. В нерезонансном случае действительного решения не существует. В точке $\Delta = 0$ происходит блокировка, и выражение для возмущения поверхности расходится. При более точном расчете поведение волны вблизи каустики описывается функцией Эйри и расходимость исчезает. В океане неоднородное течение возникает, например, на склоне гравитационной волны, вызывая блокировку бегущей по ее склону капиллярной ряби. В точке блокировки происходит отражение подходящей к каустике длинноволновой компоненты и ее трансформация в коротковолновую. На каустике, где $\Delta = 0$, $k_1 = -k_2 = k$, т.е. возникают две встречные волны с равными по величине, но имеющими разные знаки волновыми числами. Величина k определяется из условия блокировки $\Delta = 0$. Используя это условие, из формулы (16) получим:

$$k = \frac{U^2}{2\gamma}, \tag{17}$$

где $U = (4g\gamma)^{1/4}$.

Отсюда приближенно $k = 3.8$ см$^{-1}$, что позволяет определить частоту взаимодействующих поверхностных волн и частоту излучаемого звука, которая оказывается равной примерно 10^2 Гц. Однако условие $k_1 + k_2 = q_\rho = 0$ выполняется лишь на каустике и нарушается по мере отхода от нее ввиду нарастания различий волновых чисел. Взаимодействие встречных волн с $q_\pi \ne 0$ приводит к генерации звуковой волны, вертикальная компонента волнового вектора которой определяется соотношением $q_z = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - q_\rho^2}$, где ω, в соответствии с условием синхронизма (1), определяется суммой частот взаимодействующих встречных волн, а $q_\rho = k_1 + k_2$.

При $\omega/c \le q_\rho$ q_z мнимо, и звуковая волна становится неоднородной. Принимая, однако, во внимание, что частота излучаемой звуковой волны, определяемая частотами встречных поверхностных волн, низка, мы приходим к выводу, что длина неоднородной волны велика и составляет в характерных случаях величину в сотни метров. Поэтому длинноволновые неоднородные звуковые волны, излучаемые при блокировке поверхностных волн, могут вносить вклад в шумы приповерхностного слоя океана.

Работа была частично поддержана NATO Collaborative Linkage Grant EST.CLG.977.890, а также грантами Научной школы № 00-15-96678 и РФФИ № 02-02-17325.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Longuet-Higgins M.S.* A theory of the origin of microseisms // Phil. Trans., Ser. A. 1950. V. 243. P. 1–35.
2. *Brekhovskikh L.M.* Generation of sound waves in a liquid by surface waves // Soviet Physics Acoustics. 1967. V. 12. № 3. P. 323–325.
3. *Гончаров В.В., Наугольных К.А., Рыбак С.А.* О возбуждении поверхностных волн звуком // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1977. Вып. 4. С. 431–434.
4. *Kibblewhite A.C., Wu C.Y.* The generation of microseisms and infrasonic ambient noise by nonlinear interactions of ocean surface waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 85. P. 1935–1945.

5. *Clay C., Medwin H.* Acoustical Oceanography. Wiley & Sons, NY-Chichester–Brisbane–Toronto–Singapure, 1977.
6. *Toba Y.* Local balance in the air–sea boundary process. III. On the specrum of wind wave // J. Oceanogr. Soc. Jpn. 1973. V. 29. P. 209–225.
7. *Tabulevich V.N., Ponomare E.A., Sorokin A.G., Drennova N.N.* Standing sea waves, microseisms, and infrasound. Izvestia // Atmospheric and Oceanic Physics. 2001. V. 37. № 2. P. 218–226.
8. *Stewart R.H., Teague C.C.* Dekameter radar observations of ocean wave growth and decay // J. Phys. Oceanogr. 1980. V. 10. P. 128.
9. *Cromble D.D., Hasselman K., Sell W.* Boundary–Layer Meteorol. 1978. V. 13. P. 45.
10. *Volyak K.I.* Nonlinear wave processes. Moscow: Nauka, 1989. P. 72–110.
11. *Lamb H.* Hydrodynamics. 1932. 6th ed. Cambridge University Press. 738 p.

Sound Generation Due to the Interaction of Surface Waves

K. A. Naugolnykh[1, 2] and S. A. Rybak[2]

[1] *University of Colorado, Zeltech*

[2] *Andreev Acoustics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Shvernika 4, Moscow, 117036 Russia*

e-mail: rybak@akin.ru

Abstract—Two opposite gravity-capillary waves of equal frequency give rise to the formation of a standing wave on the ocean surface and, thus, in the nonlinear approximation, generate a sound wave of twofold frequency with an amplitude proportional to the squared height of the surface wave [1]. This effect, being caused by the nonlinear interaction of opposite surface waves, can give rise to the radiation of sound waves in both ocean and atmosphere [2]. Opposite waves can appear in the ocean as a result of different ocean--atmosphere interactions and, in particular, as a result of the blocking of capillary waves on the slope of a gravity wave.